

## ロバスト最適化法による手術室のスケジューリング～手術時間の不確実性～

05001373	東京理科大学	*難波 禎人	NAMBA Yoshito
05000319	神戸大学	伊藤 真理	ITO Mari
01308970	東京理科大学	高嶋 隆太	TAKASHIMA Ryuta
	国立がん研究センター東病院	橋本 学	HASHIMOTO Manabu
	国立がん研究センター	藤井 博史	FUJII Hirofumi

## 1. はじめに

手術室管理は、患者の治療の質と病院経営において重要な課題である。患者の治療の質に関して、手術の予定終了時刻からの遅延による患者の長い待ち時間が問題視されている。また病院経営に関して、手術は病院の収入及び支出の大半を占めているため、非効率的な手術室管理による収入減少やコスト増加が問題視されている[1, 2]。したがって、手術室の稼働率の向上や手術にかかる費用削減を目的とした手術室管理が必要とされている。そのために、より正確で効果的な手術室のスケジュール作成が求められている。

手術室のスケジューリングでは、執刀医が予定手術時間等を手術室の管理者に申告したのち、管理者はそれらの情報をもとに、いつどの手術室で手術を行うかを決定する。手術時間には不確実性があるため、正確に手術室のスケジュールを作成するためには、手術時間の不確実性を考慮した頑健なスケジューリングが求められている。

手術室のスケジューリングは国外を中心に幅広く研究されている。たとえば、Denton et al. [3]は手術時間の不確実性に対処するために、ロバスト最適化を用いて手術室のスケジューリング問題を解いた。このモデルでは、手術の手術室への割り当てのみを考えており、各手術室内の手術順序は考慮されていない。実際には、手術機器の配置やスケジュール調整の際に都合が良いという理由から、同一の診療科の手術は同じ手術室で連続的に行うようにスケジュールする。

本研究では、手術室への割り当てと手術室内の手術順序を考慮し、遅延時間を最小にする目的を持つロバスト最適化モデルを提案する。数値分析にて、複数の手術時間のシナリオで遅延時間を計算し、確率計画モデルと比較することで、リスク回避的な傾向のスケジュールへの反映度合いを検証する。

## 2. モデル

本研究では、遅延時間を二種類の定義で考え、目的関数が異なる 2 つの手術室のスケジューリングモデルを提案する。一つは、手術室の定時閉室時刻からの遅延であり、もう一つは予定手術終了時刻からの遅延

である。

## 2.1 手術室の定時閉室時刻からの遅延時間

手術室のスケジューリングモデルの文字の定義と定式化を以下に示す。ここでは紙面の都合上、一部の制約の記載を省略する。

文字の定義

## 集合

$J$ : 手術の集合

$D$ : 診療科の集合

$E_d$ : 同診療科の集合, ( $d \in D$ )

$M$ : 手術室の集合

## 定数

$d_m$ : 手術室 $m$ の終了時刻, ( $m \in M$ )

$n$ : 同診療科の手術数

$\bar{p}_j, \underline{p}_j$ : 手術 $j$ の所要時間の上下限

$\tau$ : 保守性を制御する定数。意思決定者の視点から最悪のシナリオをどの程度保守的にコントロールするかを設定

## 変数

$t_m$ : 手術室 $m$ の遅延時間, ( $m \in M$ )

$\tilde{p}_j$ : 最悪なケースにおける手術 $j$ の所要時間, ( $j \in J$ )

$z_{jk}$ : 手術順序に関するバイナリ変数, 手術 $j$ が手術 $k$ に先行する場合 $z_{jk} = 1$ , それ以外 $z_{jk} = 0$ , ( $j, k \in J$ )

$x_{mj}$ : 手術室への割り当てに関するバイナリ変数, 手術室 $m$ に手術 $j$ が割り当てられれば,  $x_{mj} = 1$ , それ以外 $x_{mj} = 0$ , ( $m \in M, j \in J$ )

$\Theta_m$ : 同診療科の手術 $l, k$ と手術室 $m$ に関するバイナリ変数,  $\Theta_m = x_{ml}x_{mk}$ , ( $l, k \in E_d$ )

$\alpha, \beta_j$ : 双対変数, ( $j \in J$ )

定式化

$$\text{Minimize } \sum_{m \in M} t_m \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{j \in J} \tilde{p}_j x_{mj} \leq d_m + t_m, \quad \forall m \in M, \quad (2)$$

$$\sum_{j \in E_d} \sum_{k \in E_d} z_{jk} = \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n, \quad (3)$$

$$\sum_{m \in M} \theta_m \geq 1, \quad (4)$$

$$\sum_{j \in J} (\tilde{p}_j - \underline{p}_j) \geq \alpha\tau + \sum_{j \in J} (\bar{p}_j - \underline{p}_j) \beta_j, \quad (5)$$

$$\frac{1}{\bar{p}_j - \underline{p}_j} \alpha + \beta_j \geq 1, \forall j \in J, \quad (6)$$

$$\underline{p}_j \leq \tilde{p}_j \leq \bar{p}_j, \forall j \in J. \quad (7)$$

上記の定式化において、式(1)は手術室ごとの遅延時間の合計を最小化する目的関数である。式(2)は手術室 $m$ における手術時間と手術の終了予定に基づいて遅延時間を決定する制約である。式(3)および(4)は同じ診療科の手術は連続して行う制約である。式(5)および(6)は双対問題に関する制約と目的関数値である。式(7)は手術時間の上下限である。この他には決定変数に関する非負制約やバイナリ制約、線形化制約、部分巡回路制約、手術室の使用に関する制約、手術室の対称性をなくす等の10制約式が存在する。

## 2.2 予定手術終了時刻からの遅延時間

追加の文字の定義及び定式化を以下に示す。

### 追加の定数

$d_j$ : 手術 $j$ の終了時刻, ( $j \in J$ )

$\Delta$ : 任意の大きな値

### 追加の変数

$t_j$ : 手術 $j$ の遅延時間, ( $j \in J$ )

### 定式化

$$\text{Minimize } \sum_{j \in J} t_j \quad (8)$$

Subject to 式(3)–(7)

$$\sum_{k \in J \setminus \{j\}} \tilde{p}_k \gamma_{mkj} + \tilde{p}_j x_{mj} \leq d_j + t_j + (\Delta - d_j)(1 - x_{mj}), \forall m \in M, \forall j \in J \quad (9)$$

上記の定式化について、目的関数(8)は手術 $j$ の予定終了時刻からの遅延時間の合計を最小化する目的関数である。式(9)は手術室 $m$ における手術時間と手術の終了予定に基づいて遅延時間を決定する制約である。この他に2.1節と同様の10個の制約が存在する。

## 3. 数値実験

Gurobi 9.5.1 を使用して数値実験を行った。具体的には、手術が11件、手術室が5室、保守性 $\tau$ を0–10まで1ずつ変化させてスケジュールを作成する。比較する確率計画モデルは Ito et al. [4]を用いた。確率計画モデルで使用するシナリオの発生確率は一様分布に従い、各シナリオの手術時間は対数正規分布に従うものと仮定し、ランダムに1000個生成した。対数正規分布のパラメー

タである期待値と分散は、国立がん研究センター東病院の9,567件のデータに基づいた手術インスタンスと、Leefink and Hans[6]の17個の手術インスタンス[5]から算出する。

その結果、各手術の手術時間が短く、一日に多くの手術を行うような手術インスタンスの場合、ロバスト最適化モデルは確率計画モデルと比べて、過剰な遅延を避ける傾向があった。この場合においてロバスト最適化モデルは、手術室管理者の遅延リスク回避傾向をスケジュールに反映することがわかった。

## 4. おわりに

本研究では、手術順序を考慮した遅延時間を最小化するロバスト最適化モデルを提案し、リスク回避的な傾向のスケジュールへの反映度合いを検証した。数値分析の結果、ロバスト最適化モデルは大幅な遅延を避ける傾向があることが示唆された。さらに、手術順序を考慮する重要性を確認した。今後の展望として、人的リソースの手術室のスケジューリングへの考慮などが挙げられる。

### 謝辞

本研究は、日本学術振興会科学研究費助成事業若手研究(課題番号: 21K14371)を受けて実施したものである。

### 参考文献

- [1] Jackson, R.: “The Bushiness of Surgery,” *Health Management Technology*, vol. 23, no. 7, pp. 20–22, 2002.
- [2] Macario, A., Vitez, T. S., Dunn, B., & McDonald, T.: “Where are the Costs in Perioperative Care?: Analysis of Hospital Costs and Charges for Inpatient Surgical Care,” *Anesthesiology*, vol. 83, no. 6, pp. 1138–1144, 1995.
- [3] Denton, B.T., Miller, A.J., Balasubramanian, H.J. & Huschka, T. R.: “Optimal Allocation of Surgery Blocks to Operating Rooms Under Uncertainty” *Operations Research*, vol. 58, no. 4, pp. 802–816, 2010.
- [4] Ito, M., Kobayashi, F., & Takashima, R.: “Risk Averse Scheduling for a Single Operating Room with Uncertain Durations,” *Transactions on Engineering Technologies*, pp. 291–306, 2019.
- [5] Ito, M., Hoshino, K., Takashima, R., Suzuki, M., Hashimoto, M., Fujii, H.: “Does case-mix classification affect predictions? A machine learning algorithm for surgical duration estimation,” *Healthcare Analytics*, vol. 2, 100119, 2022.
- [6] Leefink, G., and Hans, E.W., 2018. : “Case Mix Classification and a Benchmark Set for Surgery Scheduling” *Journal of Scheduling*, 21, pp. 17–33, 2018.