

Generized Recovery Theorem を用いた投資家不安モニタリング手法¹

株式会社ゆうちょ銀行 *鈴木 康平 SUZUKI Kohei
01306900 株式会社ゆうちょ銀行 高元 政典 TAKAMOTO Masanori
株式会社ゆうちょ銀行 牧山 健太郎 MAKIYAMA Kentaro

1 はじめに

市場に影響を与える投資家の期待不安を定量化する先行研究が存在する。例えば[1]では、オプション理論でのリスク中立測度による原資産価格分布（以下、リスク中立分布）の変化から、投資家のリスク選好を反映した実測度分布の変化を間接的に推定する方法を提案した。

一方リスク中立分布から、投資家のリスク選好を反映した実測度分布を導出するRecovery Theorem[2]が近年注目されている(以下、RT)。例えば[3]では、RTを一般化したGenerized Recovery Theorem(以下、GRT)により、実測度による原資産の収益率分布を実務的に推定する方法を提案した。また推定した分布が、投資家のリスク選好に基づくフォワードルッキングな市場への見通しを表し、実現値に対する検定結果から、一定の予測力がある可能性を報告した。さらに[4]では2020年1月～6月の日経225オプション価格を用いたRTにより投資家のリスク選好の可視化手法を示した。

そこで本報告では、日経225オプション、超長期国債先物オプション価格にGRTを適用し、原資産価格の実測度分布の変化を2015年1月～2021年8月まで観測することにより、2020年2～3月コロナショック時(以下、期間A)の他、2015年8月～2016年6月チャイナショック、マイナス金利導入時(以下、期間B)の投資家のリスク選好を可視化することを示す。具体的には(1)実測度、リスク中立分布の期待値の差で計算したリスクプレミアム、(2)価格への選好度を表す限界代替率(以下PK)の増減、の2つの指標から投資家期待の動向をモニタリングする手法を提案する。なおGRTにおいてPKの逆数を連立方程式の解で表せるため、図から局所解を判別し制約を与えやすい。各々の解から得られる分布の期待値が当日の原資産の実現値に近い解を採用することで投資家不安を反映したPKを得られると期待した。

2 計算方法と使用データ

2.1 計算方法

GRTにおいて投資家の期待価格の分布(実測度分布)は、状態価格(下記(1)式)をPKの逆数で重み付けしたものである(下記(3)式)。またPKは、現時点を基準にした投資家の各価格状態に対する評価の変動率である。従って価格上昇状態のPKが高い場合、価格上昇の不確

定度が高いと考えられることから、投資家不安が増加していると考えられる。PKは、状態価格とPKの逆数の積の和が主観的割引係数に一致するという関係式により計算される(下記(2)式)。以上より実測度分布の計算フローは次のようになる。

1. T期先に原資産価格Kとなる状態価格 $R_{T,K}$ の算出
C(K,T)：日経225コールオプション価格
(行使価格K、満期Tのコール価格)

$$R_{T,K} = \frac{C(K+h,T) - 2C(K,T) + C(K-h,T)}{h^2} \quad (1)$$

2. 状態価格とPKの逆数の積の和が主観的割引係数 δ に一致するという関係式によりPKを計算

$$\begin{bmatrix} R_{T_0,1} & \cdots & R_{T_0,K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{T_i,1} & \cdots & R_{T_i,K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} PK_1^{-1} \\ \vdots \\ PK_K^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{12}^{T_0} \\ \vdots \\ \delta_{12}^{T_i} \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで $PK_k^{-1} = (1 + x_k)^\gamma$ 、(x_k は現状態の原資産価格からの状態kへのリターン)と仮定して計算。

3. 実測度分布 $P_{T,K}$ を計算。

$$P_{T,K} = R_{T,K} \delta^{-T/12} PK_K^{-1} \quad (3)$$

4. 図1のように満期を0～1とする場合、(2)の解は γ 正負で二つ存在する。これは価格上昇と下落を考える投資家が各々存在することを表すと考えられる。(3)式の分布の期待値が日次原資産収益率に近い方がより代表的投資家心理を反映していると考え採用する。

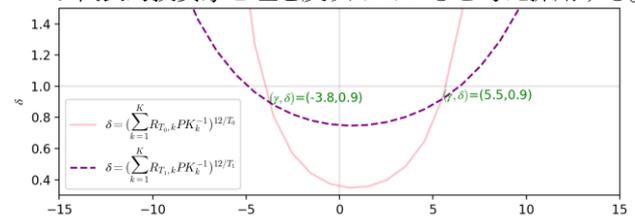


図1 限界代替率、主観的割引係数の解

2.2 使用データ

データについては、2015/1～2021/8の比較的流動性の高いアウトオブザマネーの日経225、超長期国債先物のコール、プットオプション価格の月末日データを取得した²。なおプットオプション価格はプットコールパリティによりコールオプション価格に変換して使用した。各日のオプション行使価格が入るように価格幅をとり、状態数は31、満期は流動性を考慮し、0～1か月とした。

¹ 本稿で示された内容は、株式会社ゆうちょ銀行としての見解をいかなる意味でも表さない。

² 出典：日本取引所グループ

3 計算結果と考察

3.1 リスクプレミアムの変化

図2に2015/1~2021/8のリスクプレミアム(期待リターン)の2か月移動平均を示す。期間Bでは株式債券共に負で低い。期間Aでは株式はチャイナショック時に一時的に低下、債券はチャイナショック時、マイナス金利導入時に上昇。

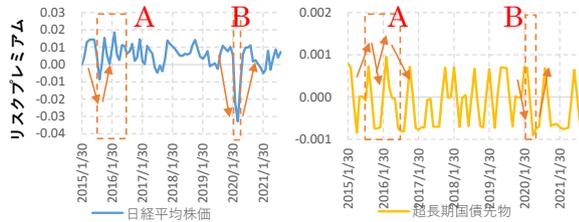


図2 日経平均株価、超長期国債先物リスクプレミアム
原資産の月次リターン(図3)をみると期間Bでは株式債券は低下、期間Aでは株式はチャイナショック時に低下、債券はマイナス金利導入時に上昇。従って市場データと整合的である。

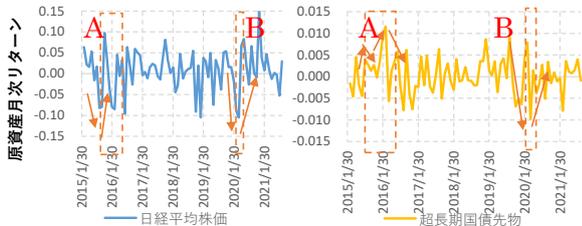


図3 日経平均株価、超長期国債先物の月次リターン

以上のようにリスクプレミアムの変化は、投資家期待動向をモニタリングする指標の一つとして利用できる見通しを得た。

3.2 PKが示す投資家の価格への選好度の変化

2.1で述べたように、PKが投資家のリスク選好を反映した株価水準に対する期待を数値化したものと解釈した。つまり現時点より高株価状態のPKが大きければ、価格上昇の不確実度が高く株価下落を示す低価格帯の確率増加となる。図4にPKの時系列推移を示す。

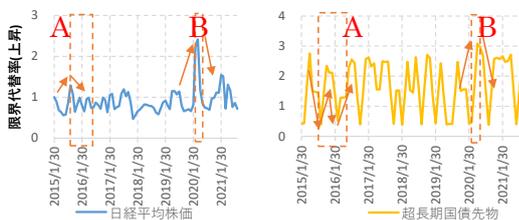


図4 PKの時系列推移プロット

価格上昇状態のPKの2か月移動平均をみると、期間Bで株式債券共に増加、期間Aは株式の変化は小さく債券はチャイナショック時、マイナス金利導入時に低下。期間Bでは株式債券で価格上昇の不確実度増加の一方、期間Aでは債券の価格上昇の不確実度に比べ株式の価

格上昇の不確実度は小さかったと考えられる。

3.3 Kolmogorov-Smirnov(KS)検定による予測評価

期待価格分布の予測力評価を以下の方法で確認した。
1 t時点のデータから2.1の方法でt+1時点までのリターンrに関する累積分布関数 $F_t(r)$ を推定
2 t+1時点リターンの実現値 r_{t+1} をもとに点列 $\{F_t(r_{t+1})\}$ を得る。実現値の分布が妥当ならば点列は一樣分布に従う。
3 点列 $\{F_t(r_{t+1})\}$ の分布が一樣分布であることをKS検定(p値5%有意水準)により検定する。

	検定のP値
日経平均株価	67.7%
超長期国債先物	5.6%

表1 実分布に対する予測力：検定のp値
株式債券がp値5%有意水準で棄却されなかった。

3.4 標準偏差、VIXとの比較

定性的に分布推計の異常を確認するため、標準偏差と日経平均VI、日本国債VIXと比較した(図5)。

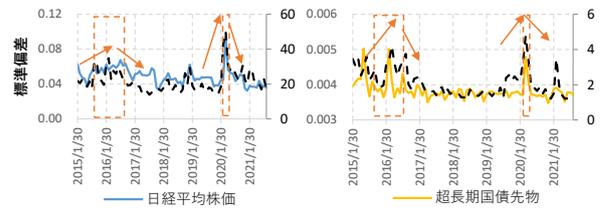


図5 日経平均株価、超長期国債先物の標準偏差

概ね標準偏差の推移はVIXと連動しており、分布推計の異常は見られない。なお期間Aの株式の標準偏差は上昇しているが、図4をみると価格帯毎の不確実度を表すPKの変化は小さい。

4 おわりに

GRTにより投資家の期待価格分布を可視化しコロナショック時、マイナス金利導入時の株価債券への影響を分析した。その結果、コロナショック時にはリスクプレミアムは負、PKが高価格帯に偏り、投資家の期待リターン低下および価格上昇の不確実度が増加している一方、マイナス金利導入時は株式市場の変化は限定的だった。提案手法の汎用性を引き続きモニタリングを実施していくとともに、債券市場にも適用可能な手法改善を行う。

参考文献

- [1]白塚、中村「金融市場における期待形成の変化」
- [2]S.Ross “The recovery theorem”
- [3]伊藤、霧生、枇々木「Generalized Recovery Theoremを用いた収益率分布の推定」
- [4]鈴木、高元「Recovery Theoremを用いた新型コロナ流行の株価への影響モニタリング手法」
- [5]Marie-Hélène Gagnon, Gabriel J. Power et Dominique Toupin”Ross Recovery and the Contemporaneous Pricing Kernel