

外来患者の期待待ち時間を用いた診療予約枠への予約人数配分問題

05000790 中部大学 *市原寛之 ICHIHARA Hiroyuki

1. はじめに

多くの病院で、診察待ち時間の短縮化のために行われている対策の一つとして、診療予約制の導入が挙げられる。ただし、“予約し来院する患者”と“予約せずに来院する患者”が混在する病院において、診療予約制の効率的な運用は学術的にも困難な問題 [2] であり、改善点が多々ある。本発表では、2種類の患者が混在する日本の一般的な診療予約制を導入する病院において、午前や午後の診察時間帯に、割り当て可能な総予約人数を、各診療予約枠へ、各患者の診察待ち時間が短くなるように、配分する最適化手法を報告する。

2. 対象となる診療予約制と問題の概要

本研究で対象となる病院は、時間帯予約制を導入し、患者種類が、事前に予約を取り来院する“予約患者”と予約せずに来院する“初診患者”の2種類である。予約患者は、同じ枠に診察を受ける患者の中で、初診患者よりも優先的に診察に割り当てられる。各予約枠に予約可能数が1人以上と仮定し、午前や午後の診察時間帯に、割り当て可能な総予約人数を、各患者の期待待ち時間が短くなるように配分する最適化問題を考察する。この問題の評価指標を、筆者ら [1] のモデルから算出される各患者の期待待ち時間を用いて定める。

3. 筆者ら [1] のモデルにおける各予約患者の期待待ち時間

本節では、紙面の都合上、筆者ら [1] におけるモデルの概略と、各予約患者の期待待ち時間の結果を示す。このモデルは、各患者の診察の間の空き時間が無い仮定を行っている (図1)。そのため、本

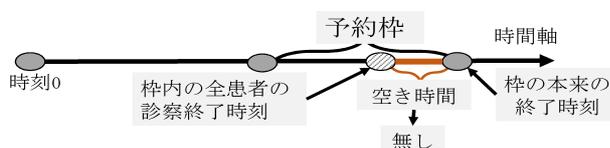


図1: 仮定

節後半で、各患者の診察の間の空き時間が有る/無いモデルにおける待ち時間の比較結果を示し、次節で比較結果に基づいた問題の定式化について述べる。

$\mathcal{I} (= \{1, 2 | i = 1 : \text{予約患者}, i = 2 : \text{初診患者}\})$ を患者種類の添字集合, $\mathcal{L} (= \{1, 2, \dots, l_{\max}\})$ を予約枠の添字集合とおき、時刻0を病院の診察開始時刻と仮定する。 T を1つの枠の長さとし、予約枠 l (l 枠) ($l \in \mathcal{L}$) を、時間区間 $[(l-1)T, lT]$ で定める。さらに、 l 枠の予約可能数を N^l とし、全ての予約枠は、予約で一杯であると仮定する (図2)。



図2: 予約枠

l 枠の予約患者 ($i = 1$) は、遅くともその枠の開始時刻には来院していると仮定する。 l 枠の初診患者 ($i = 2$) は、到着率 λ_2^l のポアソン到着に従い来院し、基本は、 l 枠の全予約患者の診察終了後に、同じ枠で診察を受ける。ただし、 l 枠の終了時刻までに診察可能な人数 n_l を設ける。また、種類 $i \in \mathcal{I}$ の患者の診察時間は、平均 $1/\mu_i$ 、次数 k_i のアーラン分布に従うと仮定する。

l 枠の k 番目の予約患者の診察時間を S_{1k}^l 、 l 枠の全患者の診察終了時刻を E_l (便宜上、 $E_0 := 0$) とし、予約患者の待ち時間を、到着時刻から診察開始時刻までの時間と定めると、 l 枠の予約客の中で k 番目に診察を受ける予約患者の待ち時間 W_{1k}^l とその期待値 $E[W_{1k}^l]$ は次式で得られる:

$$W_{1k}^l = \max \{E_{l-1} - (l-1)T, 0\} + \sum_{i=1}^{k-1} S_{1i}^l,$$

$$E[W_{1k}^l] = \frac{\bar{N}^{(l-1)} + k - 1}{\mu_1} + e^{-\bar{\lambda}_2^{(l-1)} T} \sum_{j=1}^{n_{l-1}} \frac{(\bar{\lambda}_2^{(l-1)} T)^j}{\mu_2 (j-1)!}$$

$$+ \frac{n_{l-1}}{\mu_2} \left\{ 1 - e^{-\bar{\lambda}_2^{(l-1)} T} \sum_{j=0}^{n_{l-1}} \frac{(\bar{\lambda}_2^{(l-1)} T)^j}{j!} \right\} -$$

$$\int_0^{(l-1)T} t f_{E_{l-1}}(t) dt + (l-1)T F_{E_{l-1}}((l-1)T) - (l-1)T, k \in \{1, \dots, N^l\}, l \in \mathcal{L}.$$

ただし、 $\bar{N}^{(l)} := \sum_{l'=1}^l N^{l'}$, $\bar{\lambda}_2^{(l)} := \sum_{l'=1}^l \lambda_2^{l'}$ である。また、 E_l の構造と確率密度関数、分布関数は、筆者ら [1] をご参照いただきたい。

次に、各患者の診察の間の空き時間が有る/無い各モデルにおける平均待ち時間を5枠まで比較する(空き時間が有るモデルはシミュレーション実施)。設定する主要なパラメータの値は表1に示す。

表 1: 主要なパラメータの値

N^l (人)	n_l (人)	T (分)	$1/\mu_1$ (分)	$1/\mu_2$ (分)	k_1
3	l	30	10.81	11.57	3
k_2	λ_2^1 (人/時間)	λ_2^2 (人/時間)	λ_2^3 (人/時間)	λ_2^4 (人/時間)	λ_2^5 (人/時間)
2	2	4	4	2	0

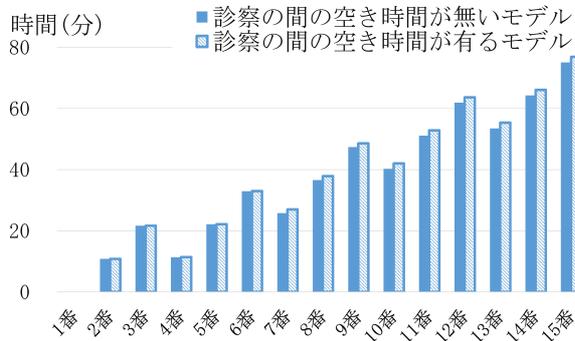


図 3: 各予約患者の平均待ち時間の比較

図 3 より、空き時間が無いモデルにおける平均待ち時間が、空き時間が有るモデルにおける平均待ち時間より多少短く算出される。

4. 診療予約枠への予約人数配分問題

4.1. 定式化

本節では、3節で述べた各患者の期待待ち時間を用いて、 l_{\max} 枠までに割り当て可能な総予約人数を、各診療予約枠へ、各患者の待ち時間をなるべく公平に短くするように、配分する最適化問題を考える。そのため、決定変数を l 枠の予約可能数 x_l とし、次のように2段階で問題を定式化する：

$$(P_1^s) : \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{F}} \max_{l \in \mathcal{L}} \left[\beta \sum_{k=1}^{x_l} \alpha_{kl}^s E[W_{1k}^l] + (1-\beta) E[W_2^l] + \sum_{l'=1}^l \max \left\{ (l'-1)T - E[E_{l'-1}], 0 \right\} \right]$$

$$(P_2^s) : \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{O}_s} \sum_{l \in \mathcal{L}} \left[\beta \sum_{k=1}^{x_l} \alpha_{kl}^s E[W_{1k}^l] + (1-\beta) E[W_2^l] + \sum_{l'=1}^l \max \left\{ (l'-1)T - E[E_{l'-1}], 0 \right\} \right]$$

ここで、 \mathcal{F} は、問題 (P_1^s) の実行可能な配分の集合、 \mathcal{O}_s は、問題 (P_1^s) の最適解の集合である。また α_{kl}^s と β は、それぞれ 0 から 1 の間の重みづけ係数であり、 $\alpha_{kl}^1 = 2k/\{x_l(1+x_l)\}$, $\alpha_{kl}^2 = 6k^2/\{x_l(x_l+1)(2x_l+1)\}$, $\alpha_{kl}^3 = 2^{k-1}/(2^{x_l}-1)$ ($k \in \{1, \dots, x_l\}, l \in \mathcal{L}$), $\sum_{k=1}^{x_l} \alpha_{kl}^s = 1$ を満たす。 α_{kl}^s は各枠の後ろに診察を受ける、予約患者の期待待ち時間をより大きく評価する。第3項は、空き時間が有る/無いモデルで、待ち時間の差が発生したときに、空き時間が無いモデルから算出される期待待ち時間に課すペナルティ項である。

4.2. 数値例

β を $3/4$ とし、5 枠までに割り当て可能な総予約人数 15 人を配分する問題を、総当たりベースの解法で解いた。 \mathcal{F} の要素数は、 ${}_{14}C_4 = 1001$ であり、求解時間は約 2 分 30 秒であった。各重みに対する問題を解いて得られた、各予約枠における予約可能数の配分は表2のとおりである。得られた配分で、各予約枠の予約可能数を設定し、空き時間が有るモデルにおいて待ち時間を計算した結果は発表で報告する。

表 2: 各問題で得られた配分

枠番号	配分		
	α_{kl}^1	α_{kl}^2	α_{kl}^3
1st	3	3	3
2nd	1	1	1
3rd	2	2	2
4th	2	3	4
5th	7	6	5

参考文献

- [1] 市原寛之, 鈴木敦夫, 三浦英俊: 外来患者の待ち時間の分布関数による評価とその診療予約枠の人数決定問題への応用. 情報処理学会論文誌:数理モデル化と応用, **13**, (2020), 23–37.
- [2] 森川克己, 高橋勝彦, 広谷大助: 外来患者の平均待ち時間を考慮した診察順序決定, 日本経営工学会論文誌, **64**, (2012), 119–127