

量子アニーリングを用いた mirrored double round-robin tournament におけるブレイク最小化

東京工業大学 *倉又迪哉 KURAMATA Michiya
01405430 東京工業大学 中田和秀 NAKATA Kazuhide

1. はじめに

量子アニーリング [1] は、物理現象を用いて組合せ最適化を解くアルゴリズムである。2011 年には、D-Wave Systems 社が、量子アニーリングを実行するハードウェアである量子アニーラの発売を開始し、現在では 5760 量子ビット搭載の D-Wave Advantage が利用可能である。ハードウェアの発展にともなって、量子アニーラを用いたアプリケーション開発も活発に行われている。しかし、高精度な混合整数計画ソルバーと比較して量子アニーラが優れたパフォーマンスを得られるような実用的な組合せ最適化問題を見つけることは困難を極めている [2]。また、実用的な組合せ最適化問題において、優れた混合整数計画ソルバーと量子アニーラを比較する研究は少ない。

我々は、量子アニーラが混合整数計画ソルバーと比較し優れたパフォーマンスを持つ実用的な組合せ最適化問題として、mirrored double round-robin tournament (MDRRT) におけるブレイク最小化問題を発見した。ここで、MDRRT とは前半戦と後半戦の対戦相手の組み合わせが等しい 2 重総当たり戦のことである。また、量子アニーラがこのような優位性を持つ理由を、問題における変数間の相互作用のスパース性と、問題が無制約であることから説明する。その中で、MDRRT におけるブレイク最小化問題は 4-正則グラフとして表現できることを示す。数値実験では、量子アニーラと混合整数計画ソルバーである Gurobi [3] を用いて、MDRRT におけるブレイク最小化問題を解き、精度、計算時間、量子アニーラが 0.05 秒で求めた解の目的関数値に Gurobi が到達するまでの時間の 3 点について計測した。¹

2. MDRRT におけるブレイク最小化問題

MDRRT におけるブレイク最小化問題とは、スポーツのスケジューリングにおける組合せ最適化

¹本発表内容は [4] として公開している。

問題である。一般にスケジュールを決めるには、対戦相手の組み合わせと各試合における開催地を選ぶ必要がある。ブレイク最小化問題は後者に関連し、対戦相手の組み合わせが与えられた上で、ブレイクの総数が少ない開催地の割り当てを求める問題である。ここで、ブレイクとはそれぞれのチームについてホームゲームの連続、またはアウェイゲームの連続を指す。

RRT², DRRT³, MDRRT において、ブレイク最小化問題はその対称性から難しい問題として知られている。過去には、混合整数計画ソルバーで解く手法 [5]、近似解法による手法 [6] が提案されてきた。近年では、Urdaneta *et al.* [7] が DRRT における最適化問題を 2 次無制約最適化問題として定式化した。ただし、Urdaneta *et al.* はブレイク最小化を目的とはせずに、最適化する目標を定めない一般的な形で目的関数を設定した。

3. 提案手法と問題の解析

3.1. 定式化

我々は、Urdaneta *et al.* による定式化を利用して、MDRRT におけるブレイク最小化問題を 2 次無制約最適化問題として定式化した。この 2 次無制約最適化問題は、イジングモデルという物理モデルに変換することができる。量子アニーリングはイジングモデルのエネルギーを最小化するため、MDRRT におけるブレイク最小化問題を量子アニーラで解くことができる。

3.2. 分析：量子アニーラと MDRRT におけるブレイク最小化問題の相性

MDRRT におけるブレイク最小化問題が、量子アニーラによって解きやすい問題であるという理由を我々は 2 つ挙げた。

²round-robin tournament の略。全てのチームが自分以外のチームと 1 回ずつ対戦する総当たり戦。

³double round-robin tournament の略。2 重総当たり戦。

1つ目は問題が疎であるからである。量子アニーリングで解くイジングモデルと等価な2次無制約2値最適化問題はグラフとして表現できる。また、このようなグラフの性質は量子アニーラによって得られる解の精度に影響を与える。特にグラフにおいて次数が少ない方が精度が良いことが知られている [8]。本研究において、我々はMDRRTにおけるブレイク最小化問題が4-正則グラフとして表現できることを示した。MDRRTにおけるブレイク最小化問題の疎な構造は、我々が提案する量子アニーリングを用いた解法の良いパフォーマンスに寄与したと考えられる。このことは追加の実験⁴からも示唆される。

2つ目は、問題が無制約であるからである。我々はMDRRTにおけるブレイク最小化問題を2次無制約最適化問題として定式化した。制約付きの問題に比べて無制約の問題は探索が効率的であり、提案手法の良好なパフォーマンスに寄与したと考えられる⁵。

4. 数値実験

量子アニーリングを用いた提案手法と、Urdaneta *et al.* [7] 並びに Trick [5] による定式化を混合整数計画ソルバーを用いることによって、MDRRTにおけるブレイク最小化問題を解いた。量子アニーリングは、D-Wave Advantageで実行した。混合整数計画ソルバーにはGurobiを使用した⁶。詳細な結果は発表にて説明するが、提案手法はチーム数20の問題に対して、0.05秒で厳密解を求めることができた。またチーム数36の問題において、量子アニーラが0.05秒で求めた目的関数値に到達するのに、Urdaneta *et al.* による定式化は平均84.8秒かかった。なお、Trickによる定式化では解を得ることができなかった。

参考文献

[1] Tadashi Kadowaki and Hidetoshi Nishimori. Quantum annealing in the transverse ising model. *Physical Review E*, Vol. 58, No. 5, p. 5355, 1998.

⁴MDRRTにおけるブレイク最小化問題よりも密なDRRTにおけるブレイク最小化問題を解いた。

⁵追加の実験を行ったが本稿では省略する。

⁶計算環境：Intel Core i7-7700HQ 2.80 GHz CPU with four cores and eight threads. Gurobiのバージョンは、Gurobi Optimizer(version 9.1.2)であった。

[2] Masayuki Ohzeki, Akira Miki, Masamichi J Miyama, and Masayoshi Terabe. Control of automated guided vehicles without collision by quantum annealer and digital devices. *Frontiers in Computer Science*, Vol. 1, p. 9, 2019.

[3] Gurobi Optimization, LLC. Gurobi Optimizer Reference Manual, 2021.

[4] Michiya Kuramata, Ryota Katsuki, and Kazuhide Nakata. Solving large break minimization problems in a mirrored double round-robin tournament using quantum annealing. *arXiv preprint arXiv:2110.07239*, 2021.

[5] Michael A Trick. A schedule-then-break approach to sports timetabling. In *International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling*, pp. 242–253. Springer, 2000.

[6] Ryuhei Miyashiro and Tomomi Matsui. Semidefinite programming based approaches to the break minimization problem. *Computers & Operations Research*, Vol. 33, No. 7, pp. 1975–1982, 2006.

[7] Hugo Lara Urdaneta, Jinyun Yuan, and Abel Soares Siqueira. Alternative integer linear and quadratic programming formulations for ha-assignment problems. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 6, No. 1, 2018.

[8] Ryan Hamerly, Takahiro Inagaki, Peter L McMahon, Davide Venturelli, Alireza Marandi, Tatsuhiro Onodera, Edwin Ng, Carsten Langrock, Kensuke Inaba, Toshimori Honjo, et al. Experimental investigation of performance differences between coherent ising machines and a quantum annealer. *Science advances*, Vol. 5, No. 5, p. eaau0823, 2019.