

ガソリンスタンドを例とした 多タイプサーバ・多タイプ客システムの待ち行列解析

05001209 筑波大学 *町田由登 MACHIDA Yoshito
02992304 筑波大学 フンドックトゥアン PHUNG-DUC Tuan

1. はじめに

近年自動車のゼロ・エミッション化に向けた研究開発が進むが、多くの内燃機関を搭載した自動車は今後暫く使われ続けると考えられる。それらの使用には燃料補給が必須であり、人々はガソリンスタンド (GS) に赴き給油を行う。

GS の待ち現象において、時に多くの待機客がいるにも拘らず、GS 内に使用可能且つ稼働していない給油レーン (サーバ) が存在している場合がある。これは、多くの GS が複数タイプの客とそれぞれに対応したサーバを持つシステムであることに起因する。

本稿では GS のサービス運営をモチーフとした多タイプサーバと多タイプ客が存在するシステムを待ち行列理論を用いてモデル化、解析と比較を行う。

2. 各種 GS システム

GS において、基本的に 1 台の給油機につき表裏に給油レーンが計 2 か所でき、車両の給油口搭載側面によってどちらのレーンを利用可能かが決まる (以後専用サーバ)。それに対し、長い給油ノズルの給油機も存在し、そのサーバでは給油口搭載側面に関わらずサービスが可能である (以後共用サーバ)。一般的に GS は全てが専用サーバのシステム (AD システムと表現)、全てが共用サーバのシステム (AS システムと表現) に分けられる。

AS システムにおいて、全ての客は 1 つのタイプとみなされることで、システムは常に最も効率の良い状態で稼働する。全ての GS が AS システムを採用することが最適と考えられるが、実際の GS では制約により AS システムを採用できない場合がある。

一方 AD システムを採用する GS であっても、客の待機列をタイプ別に完全に分離したシステム (以後 AD-D システムと表現) であれば AS システムに近い稼働ができるが、道路から並ぶことや敷地面積を考えるとそれは難しく、多くの GS では待機客は 1 列に並ぶ (以後 AD-C システムと表現)。1 列に並ぶ関係上、待機列では先頭に行くまで他の客を追い越してサーバに入場することはできない。その影響により、AD-C システムでは空きサーバとそれを利用可能な待機客が同時に存在し

ながらサービスが開始されないという現象が発生することになる。文献 [1] では AD-C システムにあたるものについて同様の不利益を検証している。

ここで、1 列に客が待機する GS において専用サーバと共用サーバの両方が混在するシステム (以後 SDM システムと表現) を新たに考える。これは AS システムを採用できない制約に柔軟に対応しながら、AD-C システムよりも高い性能の発揮が可能と考えられる。

本稿では AS, AD-D, AD-C, SDM システムについてモデル化と解析を行う。

3. GS システムのモデル化

本節では各種 GS システムを待ち行列モデル化する。なお、システムへの給油口が左、右の客 (以後 type-L, type-R と表現) の到着過程はそれぞれパラメータ λ_L, λ_R をもつポアソン過程に従い、全てのサーバは到着順サービスでサービス時間がパラメータ μ の指数分布に従うサービスを行うとする。そして、当稿では主に平均系内客数を性能指標として使用する。

3.1. AS, AD-D システム

前述の通り、AS システムを採用する GS において全てのサーバは最も効率よく使用され、システム内には 1 種類の客とそれにサービス可能な 1 種類のサーバが複数存在することになる。これにより、サーバ数 c の AS

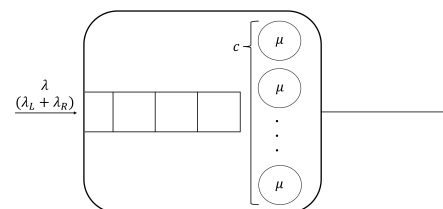


図 1: AS システム採用 GS の待ち行列モデル。

システムの GS は M/M/c 待ち行列としてモデル化することができる。このシステムは $\lambda/\mu < c$ ($\lambda = \lambda_L + \lambda_R$) で安定し、定常分布をもとに平均系内客数を導出する。

AD-D システムだが、これは待機列が完全に分離していることを踏まえると、type-L のみのシステムと type-R のみのシステムが独立に並列しているものとみなす

ことができる。これらそれぞれはASシステムと同じような動きとなるため、左右のサーバ数をそれぞれ c_L, c_R とすると $M/M/c_L$ 待ち行列モデルと $M/M/c_R$ 待ち行列モデルの組み合わせとして表現できる。

3.2. AD-C, SDM システム

3.1でのシステムは非常に簡素な待ち行列モデルとして表現できるが、AD-CシステムとSDMシステムに関しては少々異なる。

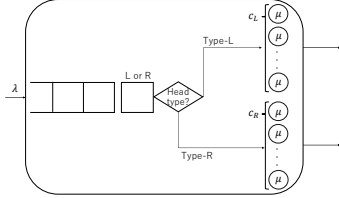


図 2: AD-C システム採用 GS の待ち行列モデル。

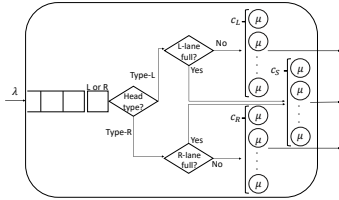


図 3: SDM システム採用 GS の待ち行列モデル。

これらのシステムが 3.1 でのシステムと待ち行列の観点から決定的に異なるのが、1 回に複数の客が入場する場合を考える必要がある点にある。アイドル状態のサーバがありながら待機客も存在する現象が発生するという事は、先頭でボトルネックとなっている客が入場すればその後ろで待機する客も同じタイミングで入場できる可能性があることを意味する。

AD-C システムについて、 $\mathbb{N}_0 := \mathbb{N} \cup \{0\}$, $S_L := \{0, 1, \dots, c_L\}$, $S_R := \{0, 1, \dots, c_R\}$ ($c_L + c_R = c$), $S_H := \{0, 1\}$, $S^* := S_L \times S_R \times S_H \times \mathbb{N}_0$ と定義する。 $C_L(t) \in S_L$ と $C_R(t) \in S_R$ を時刻 t における左右サーバのサービス中台数, $H(t) \in S_H$ を待機列先頭の客の種別 (0 が type-L, 1 が type-R), $L(t) \in \mathbb{N}_0$ を待機列客数とし, $X(t) := (L(t), C_L(t), C_R(t), H(t))$ を定義する。また, S^* から $X(t)$ が到達不可能なものを除いた集合を S とする。 $s = \max(c_L, c_R) + 1$ かつ, $\mathcal{L}_0, \mathcal{L}_r$ ($r \geq 1$) を,

$$\mathcal{L}_0^D := \{(0, 0, 0)\} \cup \{(0, 0, 1)\} \cup \dots \cup \{(0, 0, c_R)\} \cup \{(0, 1, 0)\} \cup \dots \cup \{(0, c_L, c_R)\},$$

$$\mathcal{L}_r^D := \{(r, 0, 0, 0)\} \cup \{(r, 0, 0, 1)\} \cup \{(r, 0, 1, 0)\} \cup \dots \cup \{(r, 0, c_R, 1)\} \cup \{(r, 1, 0, 0)\} \cup \dots \cup \{(r, c_L, c_R, 1)\}.$$

とすると $X(t)$ に対する推移速度行列 Q は,

$$Q = \begin{matrix} & \mathcal{L}_0 & \mathcal{L}_1 & \mathcal{L}_2 & \mathcal{L}_3 & \dots & \mathcal{L}_s & \mathcal{L}_{s+1} & \dots \\ \mathcal{L}_0 & \left(\begin{array}{cccccccc} B_0 & C_0 & O & O & \dots & O & O & \dots \\ B_1 & A_1 & A_0 & O & \dots & O & O & \dots \\ B_2 & A_2 & A_1 & A_0 & \dots & O & O & \dots \\ B_3 & A_3 & A_2 & A_1 & \dots & O & O & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ B_s & A_s & A_{s-1} & A_{s-2} & \dots & A_1 & A_0 & \dots \\ O & A_{s+1} & A_s & A_{s-1} & \dots & A_2 & A_1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{array} \right) \\ \mathcal{L}_1 & & & & & & & & \\ \mathcal{L}_2 & & & & & & & & \\ \mathcal{L}_3 & & & & & & & & \\ \vdots & & & & & & & & \\ \mathcal{L}_s & & & & & & & & \\ \mathcal{L}_{s+1} & & & & & & & & \\ \vdots & & & & & & & & \end{matrix}.$$

となる。これより, $\{X(t) \mid t \geq 0\}$ は S 上の GI/M/1 型マルコフ連鎖 [2] になる。

SDM システムについても, $S_S := \{0, 1, \dots, c_S\}$, $C_S(t) \in S_S$ として共用サーバのサービス中台数を定義, $X(t) := (L(t), C_L(t), C_R(t), C_S(t), H(t))$ とすることで同様の手法で解析することができる。

4. まとめ

本稿では GS をモチーフとした多タイプのサーバと多タイプの客が存在するシステムについて、各種のシステムの紹介と新しいシステムの提起、モデル化方法に関して紹介した。各モデルにおけるバリエーションの紹介のほか、詳細な解析手順や各システムの比較結果などの本筋については当日に紹介とする。

今後の展望として、他の同系モデルで表現できるシステムのためにタイプごとにサービス時間が別のパラメータに依るものにする、待機列を途中からタイプ別に分割できる場合や自動二輪車等に代表される待機列をすり抜けてサービスを受けられる存在の考慮をしたモデルの拡張などが挙げられる。

参考文献

- [1] Willem Mélangé, Herwig Bruneel, Bart Steyaert, and Joris Walraevens. A two-class continuous-time queueing model with dedicated servers and global fcfs service discipline. In *Analytical and Stochastic Modeling Techniques and Applications*, pp. 14–27. Springer, 2011.
- [2] 牧本直樹: 待ち行列アルゴリズム-行列解析アプローチ-, 朝倉書店 (2001).