

不審車両検問システムの性能評価のための空間的待ち行列解析

01208380 防衛大学校 佐久間 大 SAKUMA Yutaka
01015653 防衛大学校 鵜飼 孝盛 UKAI Takamori

1. はじめに

都市部の重要施設に対するテロ攻撃を未然に防ぐためには、その周辺を行き交う人々または車両に対して、監視および（必要に応じて）追跡・検問の実施が重要である。そのために、監視センサーや追跡・検問のための車両等の資源配分が、システム性能に与える影響の見積もりが必要になる。

Atkinson&Wein [1] では、都市部の重要施設に対するテロ攻撃を防止するためのシステムを、待ち行列理論の観点から解析を行っている。ここで、[1] では解析の際、直感に基づく近似を幾重にも施し、状態変化の全要因が指数分布に従うとして、性能評価の近似手法を提案している。

本稿では、対象とする検問システムを、離散軸上の空間的待ち行列（Spatial queue）と捉え、レベル依存の推移構造をもつ M/G/1 型マルコフ連鎖による表現を通じて、システム性能の評価指標の導出を目指す。

2. 不審車両検問システムの性能評価のための空間的待ち行列

1つの重要施設を含むある領域における、不審車両の探知および追跡・検問の一連の動作を、空間的待ち行列として捉える手順について、[1] に倣い説明する。半径 R [km] の円形領域の中心に重要施設が1つ存在し、その円周上には不審車両を検知（誤検知を含む）するためのセンサーが設置されている。車両（その殆どは一般車両）が円周上に発生したのち、速度 v [km/min] で中心にある重要施設へ向かう。ここで、発生した車両の中には、センサーを検知させるものが確率的に存在し、それらが検問の対象になる。円形領域内には、検知された車両（以下、客と呼ぶ）を追跡・検問するための M 台の検問車両（以下、窓口と呼ぶ）が存在し、それぞれの窓口は中心角 $2\pi/M$ [rad] の扇形領域を互いに独立に担当する。図 1 に検問車両 1 台が担当する扇形領域を図示する。

以下では、1つの扇形領域に注目し、そこにおける不審車両の追跡・検問について、空間的待ち

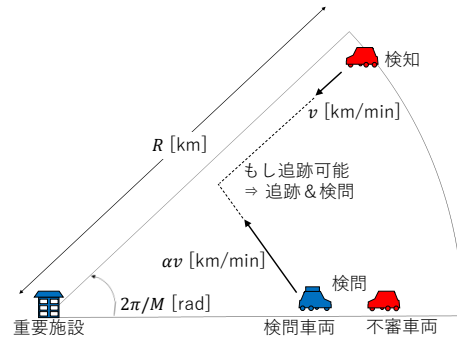


図 1: 検問車両 1 台の担当領域

行列として捉える手順について述べる。概要は以下の通りである。

1. 検知された車両を「客」とみなす
2. 検問を実施する車両を「窓口」とみなす
3. 追跡+検問の時間を「サービス」とみなす
4. 追跡が不可能と判断された客は損失する

詳細は以下の通りである。客は長さ $2\pi R/M$ の弧上に確率的に発生し、中心に向かって速度 v [km/min] で進む、つまり、発生から R/v [min] で中心に到達する。窓口は速度を αv [km/min] ($\alpha \geq 1$) で移動でき、現在、行っているサービス（他の客への検問やそれに関わる移動）が終了したのち、到着済みの客に対して、それが追跡可能な範囲内であれば追跡・検問を行い、それ以外のときは諦める（つまり、到着客は損失する）。客がサービスされるときは、それらは到着順で実施され、そのサービス時間は、窓口および客の発生位置等に依存して決まる。以上のことから、この不審車両検問システムを、先着順サービスで客の損失がある空間的待ち行列とみなせる。

3. レベル依存の推移構造をもつ M/G/1 型マルコフ連鎖による表現

ここでは、状態空間を有限個のセルで分割し、前述の空間的待ち行列を、レベル依存の推移構造をもつ M/G/1 型マルコフ連鎖で表す。そのために、扇形領域を半径および弧方向に沿って、それ

それぞれ $\bar{a}+1$ および $\bar{r}+1$ 分割する（ここで、 $\bar{r}+1 := R/v$ ）。つまり、扇形領域（半径 R ，中心角 $2\pi/M$ ）は、 $(\bar{a}+1) \times (\bar{r}+1)$ 個の環状扇形に分割され、 (r, a) 番目（ $0 \leq r \leq \bar{r}$ ， $0 \leq a \leq \bar{a}$ ）の環状扇形をセル (r, a) と呼ぶ（図2参照）。ここで、客の到

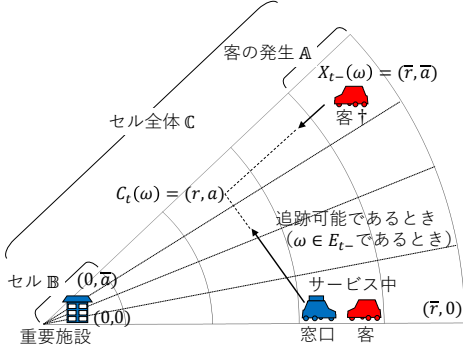


図 2: 離散化モデル ($(\bar{r}, \bar{a}) = (4, 3)$ ，時点 $t-$)

着はセル集合 $\mathbb{A} = \{(\bar{r}, a); 0 \leq a \leq \bar{a}\}$ で起こり、重要施設はセル集合 $\mathbb{B} = \{(0, a); 0 \leq a \leq \bar{a}\}$ に位置しているものとする。また、セル集合全体を $\mathbb{C} = \{(r, a); 0 \leq r \leq \bar{r}, 0 \leq a \leq \bar{a}\}$ で表す。非負の時間軸 $[0, \infty)$ を単位時間 1 [min] で分割し、時間軸を $\mathbb{T} = \{0, 1, 2, \dots\}$ で表す。窓口のセル x から y ($x, y \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{B}$) への移動に要する時間を $g(x, y)$ で表し、特に、 $g(x, y) = \infty$ ($y \notin \mathbb{C} \setminus \mathbb{B}$) とする。

以下では、離散時間軸 \mathbb{T} 上での、客の到着および移動、窓口の移動および検問に関する規則を述べる。まず、客の到着および移動について、客の到着は時点 $t \in \mathbb{T}$ の直前 ($t-$ で表記) に起こり、その発生セルを $X_{t-} \in \mathbb{A} \cup \{\infty\}$ ，必要な検問時間を $S \in \{1, 2, \dots, \bar{s}\}$ (\bar{s} はその上限) で表す。ここで、 ∞ は無限遠点を表し、 $X_{t-} = \infty$ のとき、客の到着は無いことを意味する。確率変数 X_{t-} および S の確率分布をそれぞれ $\lambda = (\lambda_x; x \in \mathbb{A} \cup \{\infty\})$ および $\sigma = (\sigma_s; s \in \{1, 2, \dots, \bar{s}\})$ で表す。セル $(\bar{r}, a) \in \mathbb{A}$ に到着した客は時間 u [min] 後 ($0 \leq u \leq \bar{r}$) には、セル $(\bar{r}-u, a)$ に到達する（つまり、連続時間の場合の等速直線運動に相当する）。

次に、窓口の移動および検問の規則について述べる。時点 $t-$ において、将来、検問を受けることが確定している客の中で、最後に到着した客の検問が開始されるセルを $C_{t-} \in \mathbb{C}$ で表す。時点 t における窓口の保持する仕事を V_t で表す（それは単位時間あたり 1 処理される）。ここで、仕事量

は、その時点で将来サービスが確定している客達に対する残りサービス（検問+追跡）時間の総和で与えられる。

以下では、 (X_{t-}, C_{t-}, V_t) の関係を示す。そのために、2つの表記を導入する。セル x にいる窓口がセル y にいる客の追跡開始から捕捉までに掛かる最小時間および捕捉時のセル位置をそれぞれ $\tau(x, y)$ および $\psi(x, y)$ で表す、つまり、 $T_{xy} = \{t \geq 0; g(x, y - (t, 0)) \leq t\}$ とおき、

$$\tau(x, y) = \min T_{xy}, \quad (1)$$

$$\psi(x, y) = y - (\tau(x, y), 0) \quad (2)$$

である（ここで、 $T_{xy} = \emptyset$ のとき、 $\tau(x, y) = \infty$ とする）。時点 $t-$ の到着客（発生位置 X_{t-} ）を客 \dagger と呼び、もし窓口が客 \dagger を追跡開始するならば、そのときの窓口位置は C_{t-} であり、そのとき、客 \dagger はセル $F_{t-}^\dagger := X_{t-} - (V_{t-}, 0)$ に到達している。よって、窓口が客 \dagger を追跡して検問を開始できるのは、標本 $\omega \in \Omega$ について、 $\omega \in E_{t-} := \{\psi(C_{t-}, F_{t-}^\dagger) \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{B}\}$ のときである。よって、時点 t における (V_t, C_t) は次の通り更新される： $\omega \in E_{t-}$ のとき、

$$V_t(\omega) = V_{t-}(\omega) + \tau(C_{t-}(\omega), F_{t-}^\dagger(\omega)) + S(\omega), \quad (3)$$

$$C_t(\omega) = \psi(C_{t-}(\omega), F_{t-}^\dagger(\omega)). \quad (4)$$

一方、 $\omega \notin E_{t-}$ であるときは、

$$(V_t(\omega), C_t(\omega)) = (V_{t-}(\omega), C_{t-}(\omega)) \quad (5)$$

である。最後に、時点 t における仕事量 V_t は時点 t から $(t+1)-$ の間に 1 処理されるので、 $V_{(t+1)-} = (V_t - 1)^+$ である（ここで、 $x^+ = \max(0, x)$ ）。以上のことから、 $\{(V_{t-}, C_{t-}); t \geq 0\}$ は次のレベル依存の推移構造をもつ M/G/1 型マルコフ連鎖である：

$$V_{(t+1)-} = (V_{t-} + \mathbb{1}_{E_{t-}} \cdot (\tau(C_{t-}, F_{t-}^\dagger) + S) - 1)^+, \quad (6)$$

$$C_{(t+1)-} = \mathbb{1}_{E_{t-}} \cdot \psi(C_{t-}, F_{t-}^\dagger) + (1 - \mathbb{1}_{E_{t-}}) \cdot C_{t-}, \quad (7)$$

ここで、 $\mathbb{1}_E$ は事象 E に関する定義関数である。このマルコフ連鎖の定常分布は、行列解析法に基づき計算され、数値例は研究発表会当日に示す予定である。

参考文献

- [1] M. Atkinson and L. Wein, Spatial queueing analysis of an interdiction system to protect cities from a nuclear terrorist attack, *Operations Research*, **56** (2008), 247–254.