

多様な最適解の間の推移

05001178 成蹊大学 *加藤尚瑛 KATOH Naoaki
05000348 静岡大学 呉偉 WU Wei
01009840 成蹊大学 池上敦子 IKEGAMI Atsuko

1. はじめに

本研究では、ナーススケジューリングにおける多様な解の生成と、それらの解の間の最適解存在の可能性を探る。

先行研究においては、制約式に頻出する意思決定変数の値の違いに基づく解の多様性 [1] を定義し、与えられた最適解から多様な解を必要な数だけ求める方法を提案した。最適解を1つ得る一般的なナーススケジューリングの定式化を示した後、に多様な解を得るための定式化を示す。

$$\text{Minimize} \quad f(\mathbf{x}) \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad \mathbf{x} \in X. \quad (2)$$

ここで、 X は実行可能解の集合、 \mathbf{x} の要素 x_{ijs} はナース i の日 j がシフト s であるとき1、そうでないとき0となる意思決定変数、 $f(\mathbf{x})$ は目的関数である。

多様な解を得る定式化

$$\text{Minimize} \quad \theta + \rho f(\mathbf{x}) \quad (3)$$

$$\text{subject to} \quad \mathbf{x} \in X \quad (4)$$

$$\sum_{(i,j) \in T} x_{i,j,s_{ij}^h} \leq \theta, \quad h \in H. \quad (5)$$

ここで、 H は与えられている最適解または実行可能解の集合とし、解 $h \in H$ はセル (i, j) に割り当てられているシフト s_{ij}^h で表されているとする。 T は多様性に関わるセル (i, j) の集合、 ρ は $f(\mathbf{x})$ に対する重み付けである。新たに加わった変数 θ は T に含まれるセルにおける、 H の要素である解との一致数の最大値を表す。

多様な解を得るためには、1つの最適解を集合 H の要素として設定して問題を解き、得られた解を集合 H に追加して解くことを、必要な数や質の解が得られるまで繰り返す。

本発表では、先行研究で得られた6つの多様な最適解（最適値2）を対象に、それらの間の解の質や最適解存在の可能性を調査する。

2. 解の間の距離

2つの勤務表において、同じセルに割り当てたシフトが異なった場合の数を距離として定義する。実験で利用するデータは、ナース25名、対象期間30日の勤務表を対象としたもの（セル数750）である。6つの解（解0-5）の間の距離を表1に示す。

表 1: 6つの解の間の距離

	0	1	2	3	4	5
0	–	450	383	376	405	394
1	450	–	414	413	400	384
2	383	414	–	396	376	385
3	376	413	396	–	387	364
4	405	400	376	387	–	375
5	394	384	385	364	375	–

3. 近傍ベースの推移

対象とする2つの解の間の推移を考える。出発の解を \mathbf{x}^s 、到着の解を \mathbf{x}^t とする。また、推移の過程の現在解を $\hat{\mathbf{x}}$ と呼ぶことにし、 $\mathbf{x}^s, \mathbf{x}^t$ において同じナースの同じ日でシフトが一致しているセルはそのシフトで固定した下で解を得ることにする。

\mathbf{x}^s からの距離を1ずつ増やし（ \mathbf{x}^t への距離を1ずつ減らし）ながら、シフトを変更し $\hat{\mathbf{x}}$ を得る。各距離においては、ナース一人ひとりのスケジュールの実行可能性を守りつつ、 $f(\mathbf{x})$ が最小となる変更を行うが、実行可能解が見つからない場合には距離を1増やして考えることにする。

6つの最適解の間の $6 \times 5 = 30$ 通りの推移に関する計算実験を行った。2つの解の間の推移（双方向）を例に、 $f(\hat{\mathbf{x}})$ の値の推移を図1に示す。2つの解はそれぞれグラフ左右の下端に対応している。横軸は左側の解からの距離、縦軸は解の質（ $f(\hat{\mathbf{x}})$ の値）を示す。左側から緩やかに上昇する線は解0から解1に向かう過程を示しており、右側から緩やかに上昇する線は解1から解0に向かう過程を示している。

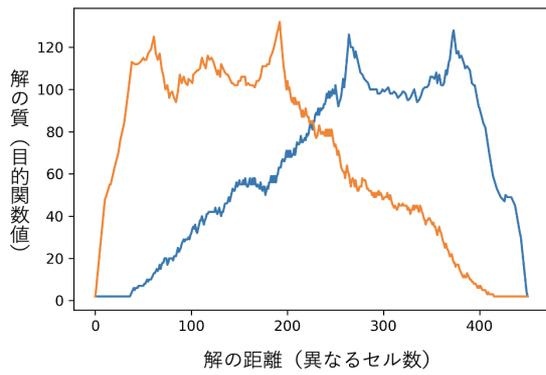


図 1: 近傍ベース : 解 0-1 間 (距離 450)

推移開始直後から距離 50 付近までは、最適解に近い質を保っているが、その後 $f(\hat{\mathbf{x}})$ の値は大きくなり続け、目的の解 (\mathbf{x}^t) に近づいたところで急激に最適値に近づく。30 通り全ての推移について同様な傾向が見られた。

4. 距離ベースの推移

次に、2 つの解の共通部分は固定した下で、出発の解 \mathbf{x}^s からの距離のみに依存した解を得ることにし、距離 D において求解する最適化問題を考える。

$$\text{Minimize} \quad f(\mathbf{x}) \quad (6)$$

subject to

$$\mathbf{x} \in X \quad (7)$$

$$\sum_i \sum_{j: s_{ij}^s \neq s_{ij}^t} x_{ij} s_{ij}^t = D, \quad (8)$$

$$x_{ijs} = 1, \quad (i, j, s) \in F \quad (9)$$

$$x_{ijs}^s + x_{ijs}^t = 1, \quad (i, j): s_{ij}^s \neq s_{ij}^t. \quad (10)$$

ここで、 F は 2 つの解でシフトが一致したナース i , 日 j , シフト s を表す (i, j, s) の集合とする。

D の値を「1」から「2 つの解の距離 -1」に設定して解くことを 6 つの最適解の間を対象に行った。前節と同様、解 0 と解 1 の間の推移を例に図 2 に示す。

横軸は左側の解からの距離、縦軸は $f(\mathbf{x})$ の値を示す。1 つの距離に最適解が 1 つと考えると、どちらの解から出発しても同じ解が得られる。その結果、グラフ上の線が重なり 1 つになっている。

6 つの解の間を双方向に探索するために、問題を 11,774 解いた。全てにおいて最適解を得ること

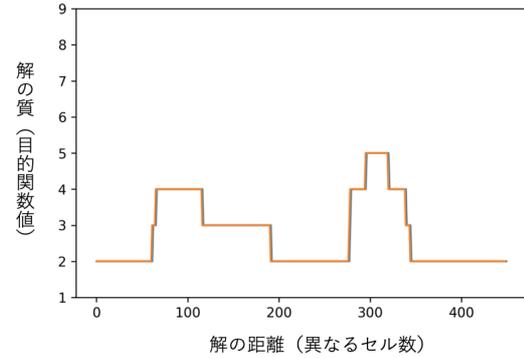


図 2: 距離ベース : 解 0-1 間 (距離 450)

ができ、1 つの問題を解く計算時間は平均 0.222 秒と高速に解を得ることができた (最適化ソルバー: Gurobi 8.1.0, CPU: Xeon E-2144G at 3.60 GHz; memory: 64 GB)。さらに、11,774 のうち 6,038 で最適解が得られていた。

2 つの解の間の双方向で同じ解が得られると考えると (一方向だけ考えれば良いので) 6 つの最適解を基に、3,000 以上の最適解を 22 分弱で得ることができたことになる。一方、最適でない解も、最適値に近い値 (高々 8) となっていた。

2 つの方法を利用して、6 つの最適解の間にある解の $f(\mathbf{x})$ の値を濃淡でプロットした結果を図 3 に示す。

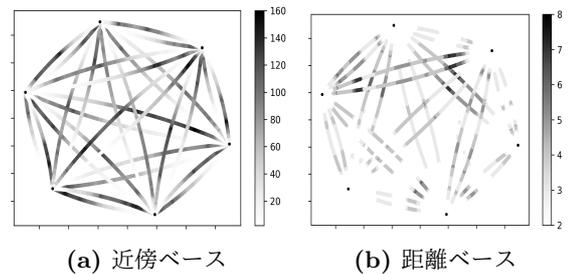


図 3: 最適解間推移 ($f(\mathbf{x})$ の値)

5. おわりに

多様な最適解の間の解の質を調査した。解を得るための計算時間は高速であり、それぞれの距離に質の高い解が存在することがわかった。

参考文献

- [1] 加藤尚瑛, 呉偉, 池上敦子: ナーススケジューリングにおける多様な解の生成, 情報処理学会論文誌「数理モデル化と応用」, (2022), 3 月出版予定。