各期における施設の受け持ち需要の均等化を目的とした施設の配置および閉鎖順序決定モデルと２次元平面における数値例

05001475　慶應義塾大学理工学研究科　*松浦 慶太　MATSUURA Keita
01308990　慶應義塾大学　田中 健一　TANAKA Ken-ichi

1.　はじめに

施設の配置を評価する際に，各施設の受け持つ需要量が均等化されているということはサービス水準の平準化という点で重要である．また近年流行している新型感染症の影響で配置されたワクチン接種会場や PCR 検査会場などにおいては，過度な密を防ぐためにも非常に重要な観点であるといえる．しかしこれらの施設は永続的に利用されることはなく将来的に需要の減少が予測されるため，それに伴い段階的に閉鎖していくことが考えられる．そのため，本研究では段階的に閉鎖が生じる施設に対する需要の均等化問題を提案する．

閉鎖を考慮した施設配置問題の研究は数多く行われている．連続空間内において施設が閉鎖する個数のみが分かっている場合における移動距離に着目した最適配置問題 [1] や，施設の閉鎖確率を考慮して総移動コストの期待値を最小化する p-Median 問題を取り扱ったもの [2] は存在する．しかし施設の受け持ち需要の均等化は扱われていない．一方，連続空間内の通常の施設に対して利用者が最近隣の施設を利用するという仮定の下，受け持ち需要量の均等化を行った研究 [3] は存在する．本研究はこの研究に閉鎖を考慮した変種モデルと位置づけられる．

本研究では複数の施設が配置された連続空間において，施設を段階的に１つずつ閉鎖する状況を仮定しており，その中で各期における各施設の受け持ち需要の偏りを減らす施設配置及び閉鎖順序を求めることを目的とする．

2.　モデル

本研究では以下の状況を仮定する：

- 都市空間を面積 S の凸多角形で表現する．
- 都市空間内には一様に需要が存在する．
- 施設は最初 m 個存在し，１つずつ閉鎖していき最終的に１つになる．
- 各需要は各期において閉鎖されていない最近隣の施設を利用する．

この仮定において施設数が m 個から１個までの各期の状況を考慮して，受け持ち需要の偏りを減らす施設配置及び閉鎖順序を計算する．最適化を行う施設配置及び閉鎖順序を表す変数 $\boldsymbol{x} = (x_1, y_1, x_2, y_2, \cdots, x_m, y_m)$ を定義し，x_k, y_k は k 番目に閉鎖する施設の x, y 座標を表すこととする．

本研究では，受け持ち需要の均等化を，**各期における全需要を残っている施設で均等配分した場合から見た，各施設の受け持ち需要量の超過量の二乗の合計の最小化**をすることにより追求する．「各需要は閉鎖されていない最近隣の施設を利用する」，「需要は一様に存在する」という仮定から，各期における各施設の受け持ち需要量は残っている施設群を母点としたボロノイ領域の面積に比例することがわかる．第 k 期の施設は $m-(k-1)$ 個であり，均等分割した場合の各施設の受け持ち需要量は $\frac{S}{m-(k-1)}$ であるため，k 番目までの施設を閉鎖したときにおける j 番目の施設のボロノイ領域の面積を $a^{\boldsymbol{x}}_{kj}$ と表記すると，第 k 期における受け持ち需要の超過量 $o^{\boldsymbol{x}}_k$ は式 (1) となる．

$$o^{\boldsymbol{x}}_k = \sum_{j=k}^{m} \max\left\{0, a^{\boldsymbol{x}}_{kj} - \frac{S}{m-(k-1)}\right\}^2 \tag{1}$$

超過量 $o^{\boldsymbol{x}}_k$ を全期間において足し合わせることで超過量の合計値を計算できるため，本研究で最小化したい目的関数 $z(\boldsymbol{x})$ は式 (2) となる．

$$z(\boldsymbol{x}) = \sum_{k=1}^{m} o^{\boldsymbol{x}}_k \tag{2}$$

第 m 期においては施設が１つしかないため，均等分割が実現されていると考え $o^{\boldsymbol{x}}_k = 0$ と定義する．

3.　数値実験

Python 言語を用いて一辺 100 の正方形内における数値実験を行った．初期解として正方形内に施

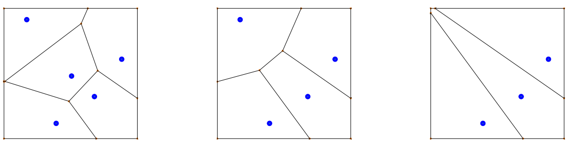
設配置及び閉鎖順序を表す変数 $\boldsymbol{x}$ をランダムに生成し，反復法を用いて局所最適解を計算した．この操作を複数回行い，$z(\boldsymbol{x})$ が最小の解を最良解として出力した．$m = 5, 6$ における最良な第 1 期の施設配置及び閉鎖順序，そして目的関数値を図 1 に表す．配置の特徴を捉えやすいように第 1 期のボロノイ領域を併記している．

(a) $m = 5, z(\boldsymbol{x}) = 19{,}695$　(b) $m = 6, z(\boldsymbol{x}) = 86{,}156$

図 1: 得られた最良解及び第 1 期のボロノイ領域

上述の方法で生成した初期解 $\boldsymbol{x}$ における $z(\boldsymbol{x})$ の平均値が $m = 5$ の時は 13,534,906 で $m = 6$ の時は 16,838,836 である．また施設配置はランダムに生成した初期解のまま固定し，最適な閉鎖順序を選択した場合における $z(\boldsymbol{x})$ の平均値が $m = 5$ の時は 5,156,867 で $m = 6$ の時は 5,850,664 であることから全期における需要の均等化が高い水準で実現できていることがわかる．

$m = 5$ の最良解における第 1 期から第 m 期の $o_k^{\boldsymbol{x}}$ 及び最大の受け持ち領域量を表記したものが図 2 である．

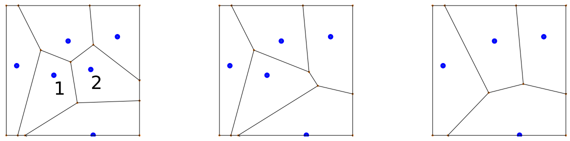


(a) $o_1^{\boldsymbol{x}} = 11{,}840$ 最大値:2,077　(b) $o_2^{\boldsymbol{x}} = 7{,}724$ 最大値:2,563　(c) $o_3^{\boldsymbol{x}} = 131$ 最大値:3,342

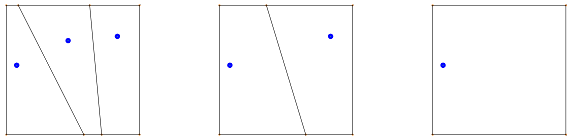
(d) $o_4^{\boldsymbol{x}} = 0$ 最大値:5,000　(e) $o_5^{\boldsymbol{x}} = 0$ 最大値:10,000

図 2: 図 1(a) の各期の施設配置と受け持ち需要量

$m = 6$ の最良解における第 1 期から第 m 期までの $o_k^{\boldsymbol{x}}$ 及び最大の受け持ち領域量を表記したものが図 3 である．



(a) $o_1^{\boldsymbol{x}} = 11{,}758$ 最大値:1,747　(b) $o_2^{\boldsymbol{x}} = 46{,}547$ 最大値:2,191　(c) $o_3^{\boldsymbol{x}} = 26{,}812$ 最大値:2,603



(d) $o_4^{\boldsymbol{x}} = 1{,}039$ 最大値:3,361　(e) $o_5^{\boldsymbol{x}} = 0$ 最大値:5,000　(f) $o_6^{\boldsymbol{x}} = 0$ 最大値:10,000

図 3: 図 1(b) の各期の施設配置と受け持ち需要量

各期の受け持ち需要の均等化を実現した場合の値が，残存施設が 6 個の場合から順に $1667, 2000, 2500, 3333, 5000$ である．そのため超過量は最大でも 10%程度であり，大きな需要の偏りは存在していないことが確認できる．

また得られた最良解における第 1 期の配置は両方とも対称性に欠ける配置であった．これは施設ごとに存在する期間が異なることによる．図 3(a) において，施設位置が少し変化すると施設 1,2 が対称になる．しかし，施設 1 の目的は「第 1 期の面積が 1666 に近い値」だけであるのに対して，施設 2 の目的は「第 1 期の面積が 1666 に近い値」かつ「第 2 期の面積が 2000」という二つの目標を持っていることから 2 つの施設の性質が異なる．そのため，最適解に置ける第 1 期の施設が非対称であると考えられる．

参考文献

[1] 鈴木 勉: 施設の信頼性と最適配置 —確率的に機能を喪失する施設へのアクセシビリティを保つ最適配置パターン—, 都市計画論文集, Vol. 48, No. 3, 2013, pp. 891–896.

[2] L.V. Snyder and M.S. Daskin: Reliability models for facility location: The expected failure cost case. *Transportation Science*, Vol. 39, No. 3, 2005, pp. 400–416.

[3] A. Suzuki and Z. Drezner: The minimum equitable radius location problem with continuous demand. *European Journal of Operational Research*, Vol. 195, No. 1, 2009, pp. 17–30.