搜索活動における効果的な経路と投入時間の導出

05001598 防衛大学校理工学研究科 *中村祐輝 NAKAMURA Yuki
01015653 防衛大学校 鵜飼孝盛 UKAI Takamori
01208380 防衛大学校 佐久間大 SAKUMA Yutaka
01107880 防衛大学校 片岡靖詞 KATAOKA Seiji

1 はじめに

捜索活動とは，捜索者による所在の不明な人や物（対象）の発見を目的とした活動のことである．本研究では，以下の条件下で，対象の発見確率を最大とする捜索経路と各領域における投入時間を求めることを目的とする．

- 対象が時々刻々と移動する
- 対象がある領域に存在する確率は推定できる
- 捜索者は 1 隊（分割不可）とする
- 活動時間（領域間移動時間と特定部分領域での捜索時間）には限りがある

2 捜索の領域と対象の存在確率分布

2 次元平面上の領域 $A \subseteq \mathbb{R}^2$ を互いに排反な有限個の部分領域 $A_0, A_1, \ldots$ に分割し，部分領域の添字集合を V とする．領域 A 内において，対象が部分領域を訪れる順番をルートと呼ぶ．対象は有限個のルートの中から一つを選択するものとし，選択ルートによって対象をクラスに分類する．

クラス c の対象がとるルートは部分領域の列であり，その大きさを $n^{(c)}$ とする．また，この対象が $l\ (= 0, \ldots, n^{(c)}-1)$ 番目に訪問する部分領域を $A_l^{(c)}$ と表す．対象は確率的に発生（侵入）し，クラス c の対象は領域 A へ発生率 $\lambda^{(c)}$ のポアソン過程に従い新規に侵入する．また，同じルートを選択した対象であっても，ルート上の各部分領域に存在する時間は一定とは限らず，クラス c の対象が部分領域 $A_l^{(c)}$ に滞留する時間を確率変数 $X_l^{(c)}$ で表す．

捜索経路と投入時間の決定のためには，各部分領域における対象の存在確率の推定が必要となる．対象を客，部分領域を無限個の窓口を備えたステーションと見なすと，「クラス c の対象はそのルートに沿った直列型の無限窓口システムで，各ステーションにおいて滞留時間にあたるサービスを受ける」と読み替えることができる．

さて，時刻 t におけるクラス c に属する対象のルート $(A_l^{(c)})_{l=0}^{n^{(c)}-1}$ 上での滞留数を $\boldsymbol{N}^{(c)}(t)$ としよう．また，時間区間 $(s,t]$ $(s \le t)$ に対して，条件付き確率 $\pi_{\boldsymbol{j}|\boldsymbol{i}}^{(c)}(t \mid s)$ を (1) 式のように定める．

$$\pi_{\boldsymbol{j}|\boldsymbol{i}}^{(c)}(t \mid s) = \Pr(\boldsymbol{N}^{(c)}(t) = \boldsymbol{j} \mid \boldsymbol{N}^{(c)}(s) = \boldsymbol{i}) \qquad (1)$$

すると，定常分布（極限分布） $\pi_{\boldsymbol{j}}^{(c)}$ は (2) 式のように時刻依存のポアソン分布の積として表される [1]．

$$\begin{aligned}\pi_{\boldsymbol{j}}^{(c)} &= \lim_{t\to\infty} \pi_{\boldsymbol{j}|\boldsymbol{0}}^{(c)}(t \mid 0) \\ &= \prod_{l=0}^{n^{(c)}-1} \frac{(\lambda^{(c)}\mathbb{E}[X_l^{(c)}])^{j_l}}{j_l!} e^{-\lambda^{(c)}\mathbb{E}[X_l^{(c)}]} \end{aligned} \qquad (2)$$

3 発見確率とその最大化関数

前節で導出した対象の定常確率分布に基づき，発見確率を定式化する．以下では時間を離散量として扱い，部分領域 A_k に対象が存在する場合に，この部分領域を 1 単位時間だけ捜索した際の発見確率を α と表す．

クラス c の対象の発生率 $\lambda^{(c)}$ が十分に小さいとの想定の下，各部分領域 A_k に滞留する対象の数は高々 1 と近似できる．このとき，クラス c の対象が部分領域 A_k に滞留する数を確率変数 $N_k^{(c)}$ とし，対象が A_k に存在する確率 β_k を

$$\beta_k \simeq \sum_c \Pr(N_k^{(c)} = 1) \qquad (3)$$

とする．$\Pr(N_k^{(c)} = 1)$ はルート上に A_k が存在するクラス c において，A_k に対応する部分領域に対象が滞留する状態 $\boldsymbol{j}$ について $\pi_{\boldsymbol{j}}^{(c)}$ を合計することで求められる．

いま，部分領域 $A_k (k \in V)$ に対し $m_k (k \in V)$ 時間の捜索をしたとする．合計 $\sum_k m_k$ だけの捜索におい

て，一度でも対象を発見すれば対象を発見できたこととなり，発見確率 p は，

$$p = 1 - \prod_{k \in V} \{(1-\beta_k) + \beta_k(1-\alpha)^{m_k}\} \qquad (4)$$

により与えられる．

この p の最大化は，(4) 式第 2 項の最小化により達成され，さらに対数の単調増加性から，次の線形関数の最大化として (5) 式のように近似することができる．

$$\sum_{k \in V} \beta_k (1 - (1-\alpha)^{m_k}) \qquad (5)$$

4 最適経路と投入時間の導出

捜索活動においては，捜索を行う部分領域間の移動にも時間を消費する．これより，移動に要する時間と実際に捜索に充てる時間の合計が，総活動時間 R 以下であるとの制約の下で，上述の (5) 式を最大化する問題として以下の通り定式化できる．ただし，(5) 式の部分領域 A_k を m_k 時間捜索するか否かを決める決定変数として z_{km} を用いる．

$$\begin{array}{ll}
\max & \displaystyle\sum_{k\in V}\sum_{m=1,\ldots,5} \beta_k(1-(1-\alpha)^m) z_{km} \\
\text{s.t.} & \displaystyle y_k = \sum_{i \in \delta^-(k)} x_{ik} \quad \forall k \in V \\
& \displaystyle y_k = \sum_{i \in \delta^+(k)} x_{ik} \quad \forall k \in V \\
& \displaystyle \sum_{(i,j)\in E} t_{ij} x_{ij} + \sum_{k \in V}\sum_{m=1,\ldots,5} m z_{km} \le R \quad \forall k \in V \\
& y_d = 1 \\
& \displaystyle \sum_{m=0,\ldots,5} z_{km} = y_k \quad \forall k \in V \\
& \text{部分巡回路除去制約} \\
& x_{ij}, y_k, z_{km} \in \{0,1\}
\end{array}$$

E：直接移動可能な部分領域の添字の順序対の集合

d：デポ

$m \in \{0,\ldots,5\}$：部分領域への捜索投入時間

t_{ij}：部分領域 A_i-A_j 間の移動に要する時間

$\delta^-(k)$：部分領域 A_k への入力枝の始点集合

$\delta^+(k)$：部分領域 A_k からの出力枝の終点集合

x_{ij}：部分領域 A_i-A_j 間を通るとき “1”

y_k：部分領域 A_k を通るとき “1”

z_{km}：部分領域 A_k を捜索投入時間 m で捜索するとき “1”

この問題は，訪問した部分領域で投入する時間に応じてスコアが定まる，**オリエンテーリング問題の拡張** となっている．最適解を求めるためには，部分巡回路除去制約を除いてソルバー（Gurobi9.5）に入力し，コールバック機能を用いて適宜，部分巡回路除去制約を追加すればよく，短時間で求解可能である．

5 数値例

一例として，図 1 のような捜索領域で，対象が表 1 のルートを選択した際の計算結果は表 2 の通りである．

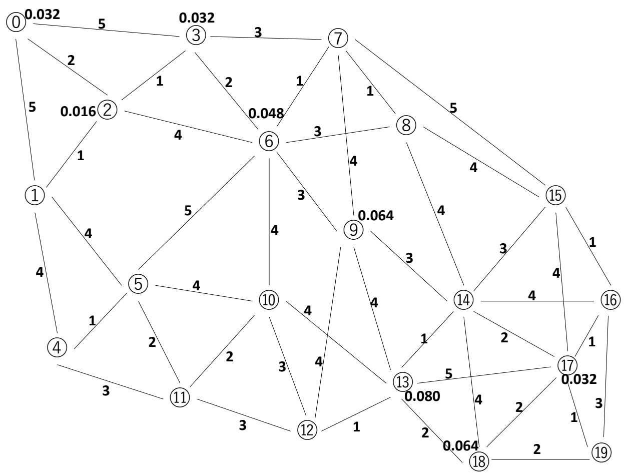

図 1 捜索領域（部分領域間の枝に付された数値はその移動に要する時間を，部分領域に付された数値は対象の定常確率を表す）

表 1 対象のルート

訪れた部分領域	0	2	3	6	9	13	17	18
滞留時間	2	1	2	3	4	5	2	4

表 2 最適経路と投入時間

総活動時間	20						
最適値	0.18						
訪れた部分領域	19	17	14	9	13	18	19
投入時間	0	1	0	2	2	1	0
獲得スコア	0	0.020	0	0.055	0.069	0.040	0

6 おわりに

本研究では，対象のルートと滞留時間に基づき，部分領域に対象が存在する定常分布を求め，これに対して最適な経路と投入時間を求めるための最適化問題を定式化した．詳細な計算結果等については発表会当日に示す．

本研究では対象の存在確率の分布は定常としたが，動く対象の存在しうる範囲は時間の経過とともに拡大していくので，非定常な分布についても考える必要がある．提案した手法は，このような非定常な状況に対しても，時刻ごとの対象の存在確率分布を推定することにより容易に拡張可能である．

参考文献

[1] Boxma, O. J.：M/G/∞ tandem queues, *Stochastic Processes and their Applications*(1984).