

BCMP 待ち行列ネットワークを用いた最適拠点配置における計算効率化

静岡理科大学 05001238 静岡理科大学 01607140 静岡理科大学
*野寄 真由子 NOZAKI Mayuko
大場 春佳 OHBA Haruka
水野 信也 MIZUNO Shinya

1. はじめに

1975年にBaskettらによって発表されたBCMP待ち行列ネットワーク(以下、BCMP)は、待ち行列理論の中でも幅広いモデルに適用可能な待ち行列ネットワークである。ネットワークタイプとして開放型、閉鎖型、混在型を選択でき、サービスタイプも4種類用意され、客クラスも定義可能である。BCMPを含めた待ち行列理論は数学的に洗練された理論であるが、応用にあたっては特に閉鎖型は膨大な計算量が課題であった。待ち行列理論を最適化に利用した先行研究はあるが[1]、閉鎖型BCMPのような計算量が膨大になるような試みは、少数である。

本研究では、閉鎖型BCMP待ち行列ネットワークに対して、最適拠点配置となる最適化モデルを提案し、その計算効率化を行う。具体的には、最適化手法には遺伝アルゴリズムを採用し、その遺伝子計算を並列化して結果を得るまでの時間短縮を行う。

2. 閉鎖型BCMP待ち行列ネットワークの定義

閉鎖型BCMP待ち行列ネットワークの定義を以下に示す。

1. 網内でサービスされる客のクラスは C 種類であり、客はいずれかのクラスに必ず属する。途中での客クラス変更はないものとする。
2. 網内には N 個の拠点が存在する。
3. 網内の客の総数が K のとき、拠点 n ($1 \leq n \leq N$)のクラス c ($1 \leq c \leq C$)の客数を $k_{nc} \geq 0$ とし、 $K = \sum_{c=1}^C \sum_{n=1}^N k_{nc}$ を満たす。また $k_n = \sum_{c=1}^C k_{nc}$ 、 $k_c = \sum_{n=1}^N k_{nc}$ である。
4. 網外からの客の到着は閉鎖型のため無いものとする。
5. 各ノードは到着順サービス(FCFS)を行うサーバで構成される。
6. 拠点 n において、サービス時間は客のクラスによらず、サービス率 μ_n ($1 \leq n \leq N$)の指数分布に従う。
7. 拠点 n に網内から到着するクラス c の客の全到着率は α_{nc} とする。
8. 拠点 i でサービスを受けたクラス v の客は、次の

マルコフ連鎖 R に従って拠点 j にクラス w で移動する。 $R = (r_{iv,jw})$ 、 R は(1)を満たす。

$$1 \leq i \leq N, 1 \leq v \leq C, r_{iv,jw} \geq 0, \\ \sum_{j=1}^N \sum_{w=1}^C r_{iv,jw} = 1 \quad (1)$$

今回は、客のクラス推移は考えないため、 $r_{iv,jw} = 0$ ($v \neq w$)とする。また上記の α_{iv} は、今回の閉鎖型ネットワークに対するトラフィック方程式(2)を満たすものである。

$$\alpha_{iv} = \sum_{c=1}^C \left(\sum_{n=1}^N \alpha_{nc} r_{nc,iv} \right) \quad (2) \\ (1 \leq i \leq N, 1 \leq v \leq C)$$

これより、閉鎖型BCMPにおける定常分布は以下の式で与えられる。ここで、ノード n の状態は、 $\mathbf{s}_n = (s_{n1}, s_{n2}, \dots, s_{nk_n})$ で表現される。ここで s_{ij} はノード i において先着順で j 番目に並んでいる客のクラスを表すものであり、網内の状態を、 $\mathbf{s} = (\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N)$ 、客クラス別人数を、 $\mathbf{k} = (k_1, k_2, \dots, k_c)$ とおく。閉鎖型BCMPの定常確率 $\pi(\mathbf{s})$ は、次式(3)で与えられる。

$$\pi(\mathbf{s}) = \frac{1}{G(\mathbf{k})} \prod_{n=1}^N f_n(\mathbf{s}_n) \quad (3)$$

ただし、 $G(\mathbf{k})$ は(4)で与えられる正規化定数であり、 $f_n(\mathbf{s}_n)$ は(5)である。

$$G(\mathbf{k}) = \sum_{\sum_{n=1}^N \mathbf{s}_n = \mathbf{k}} \prod_{n=1}^N f_n(\mathbf{s}_n) \quad (4)$$

$$f_n(\mathbf{s}_n) = \prod_{j=1}^{k_n} \frac{\alpha_{ns_{nj}}}{\mu_n} \quad (5)$$

3. 閉鎖型BCMPにおける最適化モデル

ここでは閉鎖型BCMPの最適拠点配置モデルについて示す。 L_n は拠点 n の平均系内人数、 CP_n は拠点 n における許容量、 PT_n は拠点 n におけるペナルティ、 A_n は系内人数が許容量より小さく、余裕のある状態を示す。

$$\text{Minimize } \sum_{n=1}^N (|L_n - CP_n| + PT_n \cdot 1(\overline{A}_n)) \cdot x_n \quad (6)$$

$$\text{subject to: } \sum_{n=1}^N x_n \geq U \quad (7)$$

$$x_n \in \{0,1\}, 1 \leq n \leq N$$

(6)はネットワーク全体で、系内人数がそれぞれの許容量に対して安定しているかの総和で表現している。また(7)は利用する拠点を x_n で表し、 U は最低利用する拠点数を表している。また閉鎖型 BCMP の特性量算出には、平均値解析法を用いて算出している。

最適化手法には遺伝アルゴリズムを用いた。パラメタは表 1 のようになる。遺伝子は x_n を拠点番号順で並べた形で作成した。

表 1 遺伝アルゴリズムのパラメタ

パラメタ	値
Crossover rate	0.50
Mutation rate	0.20
Selection	トーナメント選択
Population size	76
Generation size	400

4. 計算効率化の手法と数値計算例

閉鎖型 BCMP 最適拠点配置モデルの計算を効率化するために、遺伝アルゴリズムに対する並列計算を実施した。表 2 は並列計算に用いた環境である。遺伝子数分の並列化を実施し、遺伝子を 1 つ計算する時間で、全体の計算が完了するようにしている。

表 2 並列計算環境の概要

要素	説明
並列計算ライブラリ	mpi4py
計算環境	大阪大学サイバーメディアセンター SQUID 汎用 CPU ノード
ノード数	1
並列数	76 = Population size
主記憶容量	256GB

本研究において最適化対象とした拠点の概要を表 3 に示す。場所は浜松市にある浜名湖ガーデンパークであり、地理情報を用いて計算を行った。図 1 は式(6)の目的関数が収束する様子を示している。結果と

して最適化により、33 拠点中 20 拠点が選択され、目的関数値は 624.43 であった。計算時間は 71475.59 秒であった。

表 3 数値計算で用いた実モデルの概要

パラメタ	値
拠点数 N	33
客クラス数 C	2
網内客数 K	500
推移確率算出	距離や人気度に応じた重力モデルを利用
窓口数 m_n	全ての拠点で 1
最低利用拠点数 U	20

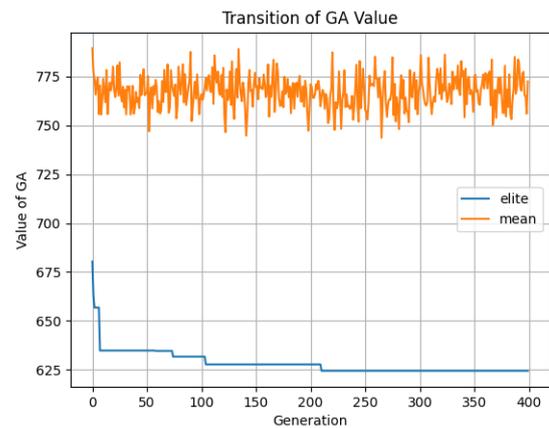


図 1 遺伝アルゴリズムにおける収束の様子

5. おわりに

本研究では、閉鎖型 BCMP 最適拠点配置に対して、遺伝アルゴリズムを用いて最適化計算を実施した。結果として目的関数が収束し、最適化が可能であるとともに、並列計算を用いることで、結果取得までの時間を大幅に削減可能であることを、計算環境とともに示すことができた。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP21K11774 の助成を受けたものです。本研究成果は、大阪大学サイバーメディアセンターの SQUID を利用して得られたものです。

参考文献

[1] Mizuno, S., Iwamoto, S., Seki, M. et al. Proposal for optimal placement platform of bikes using queueing networks. SpringerPlus 5, 2071 (2016)