

少ない順位付けを用いるランキング手法の評価：決定性と乱択

大阪大学 *草地翔斗 KUSACHI Shoto
大阪大学 安永憲司 YASUNAGA Kenji

1. はじめに

候補者に対する投票者の選好順序を参照するとき、実世界では投票者から選好順序の全部を得ることは一般に困難である。そこで、投票者からは少ない順位付けのみを得て、その限られた情報から「選好順序全体を得たときの集計結果」に近似するランキングを生成するという手法が考えられる。

Bentert と Skowron [1] は、複数の候補者から 1 人の勝者を決定する選挙において、「投票者に上位 k 人の候補者を尋ねる」(決定性) という手法と「ランダムにピックアップされた候補者の集合を投票者に与えて順位付けさせる」(乱択) という手法を比較し、勝者の近似には「乱択」が良い近似を与える場合があることを計算機実験により示した。当研究は、選挙の出力が 1 人の勝者ではなく候補者全体のランキングである場合を想定し、その理論的解析と計算機実験を行ったものである。

2. ランキング生成と近似

ランキング生成とは、投票者が持つ選好順序から全体を代表するような選好順序を生成することを指す。その際に用いられるルールとしては Borda 得点に代表される順位得点関数 (Positional Scoring Function; PSF) によるものや Minimax 法などの 2 候補者間での勝敗を利用するものなどがある。

ランキングの近似とは、投票者が持つ選好順序の一部を用いて、ランキング生成の結果に近似するようなランキングを生成することを指す。一般に、得られる選好順序の情報が少ないほど近似は難しくなる。

2.1. 決定性のランキング手法

決定性のランキング生成手法では、投票者の持つ選好順序のうち事前に定められた特定の順位に位置する候補の情報を用いる。Bentert と Skowron は「上位 k 位の候補とその順位」を取得可能な情報として扱うという手法を用いていたため、当研究もその方式に従う。

2.2. 乱択のランキング手法

乱択のランキング生成手法では、候補者の集合から k 人の候補者をランダムに選び出し、それを投票者に順位付けさせるという手法を用いる。

3. 乱択ランキング生成の理論的解析

Bentert と Skowron は、順位によって候補者が得る点数が決定される PSF λ に対応する適切な k 次元ベクトル α 、それに対応する PSF λ_α を用いることによって、ある候補者 c が乱択ランキング生成で得る得点の期待値は $sc_{\lambda_\alpha}(c)$ に等しく、その得点の期待値と乱択ランキング生成で実際に得られる得点との差の絶対値が期待値の ε 倍以上となる確率 p_ε の上界は

$$2 \exp\left(-\frac{\varepsilon^2 k sc_{\lambda_\alpha}(c)}{6m\alpha_1}\right) \quad (1)$$

で示されると主張した。なお、 $sc_{\lambda_\alpha}(c)$ は PSF λ_α でランキングを生成した際の候補者 c の得点、 m は候補者の数、 k はランダムに選び出す候補者の数である。

しかし、その証明の途中で計算ミスと考えられる箇所があり、その主張をなす定理の証明が不十分となっていた。当研究では、当該証明の修正を行い、上界として

$$2 \left(1 - \frac{k}{m} \left(1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon^2 sc_{\lambda_\alpha}(c)}{3m\alpha_1}\right)\right)\right)^n \quad (2)$$

を得た。なお、 n は投票者数を示す。この上界 (2) は、 ε が約 2 以下という条件で (2) \leq (1) を満たす。

ここで p_ε の上界を用いて、乱択ランキング生成が平均的なランキングとは異なるものを出力する確率 p の上界を求めると、「全ての候補者 c, c' の組において

$$E(X_c) - E(X_{c'}) > 0$$

$$\implies E(X_c) - E(X_{c'}) > \varepsilon (E(X_c) + E(X_{c'}))$$

が成り立つ」という条件の下で p の上界として

$$2m \left(1 - \frac{k}{m} \left(1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon^2 sc_{\lambda_\alpha}(c_l)}{3m\alpha_1}\right)\right)\right)^n$$

が与えられることを示した。なお、 X_c は乱択ランキング生成で得られる候補者 c の得点の確率変数、 c_l は得点が最も小さい候補者を示す。

4. 計算機実験の手法

当研究の計算機実験は次のような手順で行った。まず、候補者数・投票者数・投票者が持つ選好順序の生成モデル等の諸変数を決定する。次に、モデルに従って投票者全員の選好順序を生成し、投票者の選好順序全体を用いてランキングを生成する。このランキングを R とする。それとは別に、同じ投票者の選好順序の一部からランキングを生成する。このランキングを R' とする。ここで生成された R と R' の間の類似度を求める。このようなテストを決定性・乱択の手法それぞれで一定回数繰り返し、類似度を集計する。当研究では、類似度の指標として Kendall の順位相関係数を用いた。

5. 計算機実験の結果

計算機実験の結果を図1と図2に示す。ただし、実験の条件として候補者の数 m は 50 と 10、投票者の選好順序生成モデルは Python 3 の公開ライブラリ PrefLib [2] で利用可能な Single Peaked Impartial Culture (SPIC) を用いた。ランキング生成に使われる投票ルールは Borda 得点 (r 位の候補に $m - r$ 点を加点) を用いた。図の縦軸はランキング間の Kendall の順位相関係数、赤の実線は乱択、青の実線は決定性、エラーバーは値の標準偏差とした。

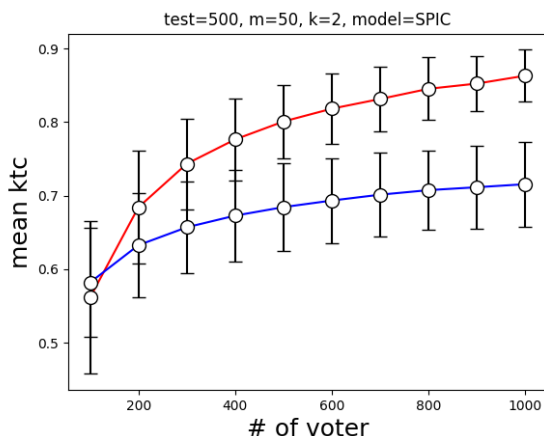


図 1: 計算機実験の結果。

図 1 から、投票者数が増加するにつれランキン

グの類似度は両手法とも上昇するが、乱択がより高い類似度を示す傾向があることが分かる。

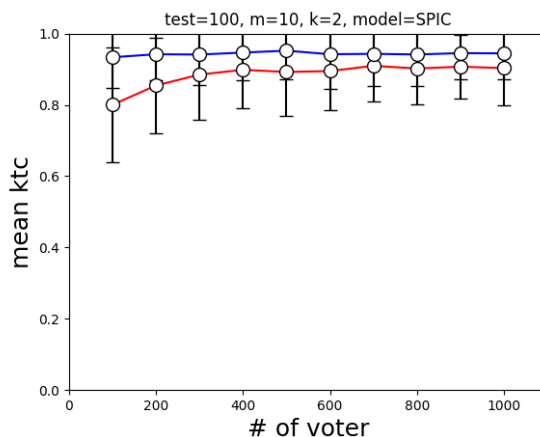


図 2: 計算機実験の結果。

ただし、図 2 では、類似度が 1 に近づくと上昇が頭打ちとなっていることが見てとれ、類似度の平均では決定性の手法の方が乱択より優れているように見受けられる。これは、候補者数が図 1 の実験より小さく、 k の値が相対的に大きくなったため、図 1 の実験で正確に近似できなかったランキングの下位の精度が高まったためと考えられる。

6. おわりに

当研究では、少ない順位付けを用いる近似ランキング生成の理論的解析と、投票者モデルに基づいて生成した投票者群を用いた計算機実験を行った。理論的解析の結果、生成された近似ランキングが真のランキングと異なる確率の上界を得ることができ、計算機実験ではパラメータによる類似度の振る舞いを観察することができた。特に、乱択のランキング生成が決定性のものよりも良い類似度のランキングを生成する可能性があることを明らかにした。今後の課題としては、Borda ルール以外を用いた順位得点関数や実世界のデータセットを用いた計算機実験などが挙げられる。

参考文献

- [1] M. Bentert and P. Skowron. Comparing Election Methods Where Each Voter Ranks Only Few Candidates. AAAI '20, 2020.
- [2] N. Mattei and T. Walsh. PrefLib: A Library of Preference Data. ADT 2013, 2013.