

# 特集にあたって

楠木 祥文 (大阪公立大学)

DC<sup>1</sup>最適化問題 (または DC 計画問題) は二つの凸関数の差で表現された関数を含む最適化問題である。機械学習, 信号処理, 制御工学をはじめとする多様な分野において, DC 最適化が重要性が注目されている。その要因としては, 非凸最適化問題を表現可能であること, 目的関数を単調減少させるアルゴリズムを比較的容易に実装できること, さらに凸解析の手法を部分的に援用できることなどが挙げられる。一方で, 大域的最適化の分野では DC 最適化問題を厳密かつ効率的に解く試みが長く研究されてきている。そこで, 2025 年 12 月 15 日に大阪にて, 「DC 最適化」をキーワードとした, 日本オペレーションズ・リサーチ学会関西支部主催のシンポジウムを開催した。本特集は, そのシンポジウムに関連した全 5 編の記事で構成される。

1 編目は中山舜民氏 (東京理科大学) による「DC 正則化付き最適化問題に対する近接写像に基づく数値計算アルゴリズム」である。DC 正則化付き最適化問題に対して, まず, 近接 DC アルゴリズム (DCA) が紹介され, その利点と欠点が述べられたのちに, その改良である外挿付き近接 DCA とニュートン型近接 DCA が紹介されている。さらに, 近接 DCA とは異なるアプローチとして, 筆者が提案した Semismooth Newton 法を用いた手法が述べられている。数値例では, 各手法の局所的な収束性の違いが示されている。

2 編目は福田エレン秀美氏 (京都大学) による「非線形錐最適化問題に対する DC アルゴリズム」である。記事では, 非線形錐最適化問題に対して, 筆者らが提案した DCA の枠組みが紹介されている。その枠組みでは, 各反復で異なる DC 分解と正則化パラメータが許容される。また, 提案アルゴリズムの大域的収束性が示されている。数値例では, 2 次錐および半正定値錐により定義される凸性に関して, ベクトル値関数および行列値関数の DC 分解が示されるとともに, 提案手法の有効性が確認されている。

3 編目は小野峻佑氏 (東京科学大学) による「計測データ解析における近接分離型 DC 最適化の可能性」

である。スパース性を活用した信号復元を題材に, 記事の前半では,  $\ell_1$  正則化の限界を克服する DC 正則化の設計原理と, その最適化を担う近接分離型 DC 最適化技術が展開されている。記事の後半では, 計測データ解析で不可避な線形作用素の合成に起因する計算困難性に焦点を当て, 変数分離と交互方向乗数法型 DCA による対処法が論じられている。応用事例としてハイパースペクトル異常検出が挙げられ, DC 正則化による精緻なスパースモデリングが性能の向上に有効であることが確認されている。

4 編目は趙成岩氏 (九州工業大学) と小蔵正輝氏 (広島大学) による「DC 計画による非負マルコフ切り替え線形システムの遷移確率最適化」である。記事では, マルコフ過程によって特徴付けられた時変パラメータをもつ線形非負システムを研究対象としている。システムの安定化と入出力ゲインの最小化のための遷移確率最適化を, 幾何計画の枠組みを通して, DC 計画問題として定式化している。感染症拡散過程を制御する数値シミュレーションによって, 提案枠組みの有効性が確認されている。

5 編目は山田修司氏 (新潟大学) による「標準 DC 2 次計画問題に対する大域的最適化アルゴリズムについて」である。記事では, 実行可能領域が凸集合の差として表される標準 DC 2 次計画問題に着目し, その大域的最適解を求めるための厳密解法について解説している。KKT 点列挙法, パラメトリック最適化法および分枝限定法を組み合わせることで, 理論的な収束性が保証されるアルゴリズムが構築されている。

本特集の企画にあたり, やや専門性の高い内容にもかかわらず, 掲載の機会を提供いただいた日本オペレーションズ・リサーチ学会ならびに同学会関西支部の皆様, 心より感謝申し上げます。また, DC 最適化に関して, 本特集で取り上げることができなかった優れた研究成果が数多く存在しているが, 誌面の制約などの理由により, それらを十分に紹介できなかったことは大変心苦しく, ここにお詫び申し上げます。本特集が, DC 最適化の基礎から応用までを俯瞰し, 今後の研究を考えるうえでの手がかりとなれば幸いです。

<sup>1</sup> 凸関数 (Convex function) の差 (Difference) の頭文字を取って DC と呼称される。