AHPの例解

杉浦　伸

本稿では，例題を用いて AHP について紹介する．初めて AHP を学ぶ学生や社会人を対象に，AHP の講義紹介やゼミナールでの輪講資料，企業内での研修資料にて活用されることを目的とする．AHP の最も基本的なモデルである相対評価法を取り上げ，一対比較の意味と一対比較行列からの重み導出，代替案の総合評価値導出を中心に説明する．

キーワード：意思決定，AHP（階層分析），階層構造，一対比較，評価値

1. はじめに

階層分析 (AHP: Analytic Hierarchy Process) は，1970 年代に T. L. Saaty によって提唱された意思決定手法である [1–4]．解決したい意思決定問題を総合目的，評価基準，代替案の階層構造とし，一対比較による評価基準の重みと，評価基準のもとでの代替案の評価値を導出し，最終的な代替案の重要度である総合評価値を導出する．

AHP の文献は，Saaty による AHP での一対比較や原理が記された文献 [2]，スーダンの輸送計画・シナリオについて適用した文献 [3]，AHP の参考文献として記されることの多い書籍 [4] がある．ほかにも AHP の発展モデルである ANP (Analytic Network Process) に関する文献 [5, 6] や「The Analytic Hierarchy Process Series」と題した連作書籍などもある．Saaty には AHP 関連の書籍だけでなく，OR を解説した書籍 [7] があり，線形計画法，ゲーム理論，確率論などの内容となっており，Dover Publications, Inc. 版（1988 年発行）には Decision Making のパートとして最終章に AHP の記載が追加されている．さらに意思決定の原理的側面から AHP，ANP を土台にして意思決定について解説した文献 [8] などもある．AHP の日本語での文献は多くあり，各社から発行されている解説書 [9–19] のほか，本誌では，AHP から ANP を扱った連載講座 [20] や，支配型 AHP について解説した連載講座 [21] がある．本誌 Vol.48 No.4 の特集「AHP の応用」の記事 [22, 23] などでは，AHP と ANP について相互評価値の観点から解説しており，重み導出のための固有ベクトルの数理構造などが解説されている．文献 [24] などもわかりやすく AHP の一連の手続きを解説している．AHP の事例を扱った海外文献 [25, 26] や日本語書籍 [27, 28] もあり，これら以外にも多くの分野で AHP は適用されており，近年では保健医療の分野に適用した文献 [29] などがある．

AHP の普及や教育について，OR 学会の常設研究部会として「意思決定法研究部会」が活動しており，AHP や意思決定，周辺テーマの研究発表や紹介が行われている．

本稿では，例題を用いて AHP の基礎について紹介する．初めて AHP を学ぶ学生や社会人を対象に，AHP の講義での紹介やゼミナールでの輪講資料，企業内での研修資料・参考資料として学びに活用されることを目的とする．

2. 例解による AHP の手順と重要度導出

AHP は解決したい問題について総合目的，評価基準，代替案の階層構造を構築し，評価の属性を表す評価基準の総当たりの一対比較を行い，評価基準の重要度を数値として導出する．AHP は以下の手順である．

1. AHP での意思決定では，まず階層構造を構築し，問題や解きたい課題の明確化と把握を行う．階層構造は問題に応じた多階層となる．
2. つづいて各評価基準の一対比較から重みを導出する．さらに評価基準のもとでの代替案の評価値についても一対比較を行い，評価値を導出する．
3. 最終的に評価基準の重要度である重みと代替案の評価値を統合し，選択対象である代替案の総合評価値により優先順位が導出される．

AHP には以下の特徴がある．

- 階層化
  構造が複雑で不明確な問題を階層化することで問題を整理することができる．

すぎうら　しん
名城大学都市情報学部
〒 461–8534 名古屋市東区矢田南 4–102–9
shinsu@meijo-u.ac.jp

表 1　重要性の尺度と定義

重要性の尺度	定義
1	同じくらい重要 (Equal importance)
3	すこし重要 (Weak importance of one over another)
5	かなり重要 (Essential or strong importance)
7	非常に重要 (Very strong or demonstrated importance)
9	極めて重要 (Absolute importance)

（2, 4, 6, 8 は中間値に使用．重要でないときは逆数を使用．）
（文献 [2](p. 246), [3](p. 345), [4](p. 54), [12](p. 6) より引用）

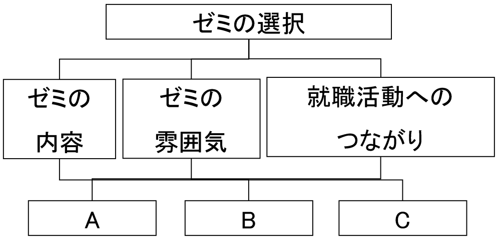

図 1　階層構造の例（ゼミの選択）

- 一対比較
  限られた条件で部分的な比較・考察を重ねて意思決定を行える．
- 総合評価値
  最終的に代替案全体の定量評価が可能となる．

一対比較とは，評価基準や評価基準のもとでの代替案について，どちらかがどのくらいよいか，どのくらい望ましいか，どのくらい重要かを判断するプロセスである．一対比較の重要度は表 1 をもとに判断するのが一般的である．一対比較を行列としたものが，一対比較行列である．この一対比較行列から，評価基準の重みや代替案の評価値を求める．最終的な代替案の総合評価値からなるベクトル $\boldsymbol{E}$ は代替案の評価値からなる行列 M と評価基準の重みベクトルからなる $\boldsymbol{W}$ により $\boldsymbol{E}{=}M\,\boldsymbol{W}$ として求めることができる．本稿では，ある大学生のゼミナール選択という架空の事例により，この手順を説明する（図 1）．評価基準として C1「ゼミの内容」· C2「ゼミの雰囲気」· C3「就職活動へのつながり」，代替案としてゼミ A・ゼミ B・ゼミ C を設定する．「ゼミの内容」はそのゼミで扱っている内容への興味・関心であり，「ゼミの雰囲気」は教員・学生の雰囲気，「就職活動へのつながり」は学んだ内容が自身の就職活動に活かせるかという評価基準である．実際に AHP を用いて意思決定を行う際は，階層構造は多階層となり，評価基準の数も多くなる．

次に階層構造内の要素間でそれぞれ一対比較することにより，要素間の重み付けを行う．評価基準の重み導出と評価基準のもとでの代替案の評価値を一対比較により導出する．一対比較のプロセスではある要素とその他の要素についてどちらが重要かの判断をすべてのペアで行う．このとき，比較する要素数が n 個であるならば，$n(n-1)/2$ 回の判断をする．評価基準や代替案の各要素を一対比較するときの重要性の尺度は表 1 をもとに行う．

表 2　評価基準の一対比較

	C1	C2	C3
C1	1	3	5
C2	1/3	1	3
C3	1/5	1/3	1

図 1 の階層図から，ある学生が評価基準 C1「ゼミの内容」· C2「ゼミの雰囲気」· C3「就職活動へのつながり」を一対比較したときに得られてできた一対比較が表 2 である．一対比較と一対比較行列について説明する．対角成分である 1 行 1 列，2 行 2 列，3 行 3 列の各成分はすべて重要度「1」となっている．一対比較は，行の要素が列の要素に比べてどれくらい重要であるか表 1 をもとに数値化したものである．対角成分 (i, i) は同じ要素 i の比較なので「1」である．次に，たとえば，C1「ゼミの内容」の方が C3「就職活動へのつながり」より「かなり重要」だと判断したとき，1 行 3 列目には「5」を入力する．逆に C3「就職活動へのつながり」からみて C1「ゼミの内容」の重要度を判断したときは 1/5 と逆数で表す．これは比較するものを入れ替えて判断していることになるため，一対比較は対称関係となり重要度の値は逆数となる．そのため，一対比較は上三角または下三角行列が埋まれば完成することになる．

一対比較によって得られた数値による行列を一対比較行列という．この一対比較行列から評価基準の重み，さらには代替案の重要度である評価値を定量的に導出する．この重要度導出には一対比較行列の最大固有値

に対する固有ベクトル（主固有ベクトル）を用いる固有値法や，幾何平均を用いる方法などがある．一対比較行列を $A=(a_{ij})$ とすると，n 個の要素の重みが仮に既知で，その重み $\boldsymbol{W}$ を

$$\boldsymbol{W}=\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix}$$

とすると，一対比較行列 $A=(a_{ij})$ は

$$A=\begin{pmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \cdots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \ldots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \ldots & w_n/w_n \end{pmatrix}$$

と表現できる．ただし，$a_{ij}=w_i/w_j$ であり，一対比較は逆数対称性が成り立つので $a_{ji}=1/a_{ij}$，また a_{ij} の定義から $a_{ij}\times a_{jk}=a_{ik}$ となる推移性を満たす．このときは，意思決定者の判断が完全に整合性が保たれているとみなせる状態であり，この一対比較行列 A に重みベクトルである $\boldsymbol{W}$ を掛けると，ベクトル $n\boldsymbol{W}$ が得られ，$A\boldsymbol{W}=n\boldsymbol{W}$ を満たす．この式は固有値 n をもつ固有値問題 $(A-nI)\boldsymbol{W}=0$ であり，$\boldsymbol{W}$ は A の固有ベクトルとなり重みが得られる．重みを主固有ベクトルとして導出する背景は文献 [15, 23] などで解説されている．実際に重み $\boldsymbol{W}$ を求めるためには, 意思決定者が一対比較を行い得られる一対比較行列 A は必ずしも $a_{ij}=w_i/w_j$ を満たさないため，一対比較行列から各種の方法で重みを導出する必要がある. 固有値法で重みベクトルを導くには，行列演算の繰り返しなどを行う必要がある．

幾何平均を用いて重みを導出する方法について述べる．幾何平均の場合，一対比較行列の成分 a_{ij}を $a_{ij}=\frac{w_i}{w_j}e_{ij}$ とみなし，誤差項 e_{ij} が存在すると考える．上式の両辺の対数をとると $\log a_{ij}=\log\frac{w_i}{w_j}e_{ij}$ となり，対数を・(上部ドット) で表現すると, $\dot{a}_{ij}=\dot{w}_i-\dot{w}_j+\dot{e}_{ij}$ と表現できる．ここで誤差項 e_{ij} の最小化問題を重みの合計が 1 であるという制約条件のもとで,

$$\min\sum\nolimits_{i,j=1}^{n}(\dot{a}_{ij}-\dot{w}_i+\dot{w}_j)^2 \quad \text{s.t.} \quad \sum\nolimits_{i=1}^{n}\dot{w}_i=0$$

を解くことで，幾何平均 $w_i=\left(\prod_{j=1}^{n}a_{ij}\right)^{1/n}$ が導出される．幾何平均導出の背景については文献 [20] に詳しく解説されている．

幾何平均を用いると，表 2 の一対比較行列から各行の幾何平均は,

C1: $\sqrt[3]{1\times 3\times 5}=2.466$,

C2: $\sqrt[3]{1/3\times 1\times 3}=1$,

C3: $\sqrt[3]{1/5\times 1/3\times 1}=0.405$

となる．AHP では重要度を合計 1 に正規化するため，評価基準の重み $\boldsymbol{W}$ は，三つの幾何平均値の合計 3.872(=2.466+1+0.405) で割ることにより,

$$\boldsymbol{W}=\begin{pmatrix} 2.466/3.872 \\ 1/3.872 \\ 0.405/3.872 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0.637 \\ 0.258 \\ 0.105 \end{pmatrix}$$

と求められる．

数値計算での重み導出は，固有ベクトル・幾何平均以外にも，一対比較行列の列の合計でその列の各成分を割り，平均することでも重みを導出することができ，文献 [12] で紹介されている．表 2 の一対比較行列の各列の合計は 1.533，4.333，9.000 であり，それぞれの合計で各列の成分を割り，行ごとにその平均をとることで重みが得られる．

一対比較行列の各列を列合計で割った値			重み（行の平均）
0.652	0.692	0.556	0.633
0.217	0.231	0.333	0.260
0.130	0.077	0.111	0.106

ほかにも重み導出に関して，Sekitani and Yamaki [30] は固有値問題の背景から，一対比較行列 A における要素 i の自己評価 w_i と外部評価 $\sum_{j\neq i}a_{ij}w_j$ との均衡という考え方から，$\frac{\sum_{j\neq i}a_{ij}w_j}{(n-1)w_i}=1$ という連立方程式を解けばよいという新たな方法を与えた．本稿の評価基準の導出に適用すると，連立方程式として，$\frac{3w_2+5w_3}{2w_1}=1$, $\frac{(\frac{1}{3})\times w_1+3w_3}{2w_2}=1$, $\frac{(\frac{1}{5})\times w_1+(\frac{1}{3})\times w_2}{2w_3}=1$ を解けばよいことになる．しかし，$\frac{\sum_{j\neq i}a_{ij}w_j}{(n-1)w_i}=1$ を満たす解が存在する保証がないので，一対比較行列の重み導出を以下の最適化問題へと変換している．

$$\min\max_{i=1,\cdots,n}\frac{\sum_{j\neq i}a_{ij}w_j}{(n-1)\,w_i}\ \text{s.t.}\ w_j>0\ \ j=1,\cdots,n$$

$$\max\min_{i=1,\cdots,n}\frac{\sum_{j\neq i}a_{ij}w_j}{(n-1)\,w_i}\ \text{s.t.}\ w_j>0\ \ j=1,\cdots,n$$

上記は一対比較行列 A の重み導出について, 自己評価値と外部評価値との均衡という新たな視点を加え，さらに

表 3　代替案の一対比較と評価値

C1	A	B	C	重み
A	1	2	2	0.484
B	1/2	1	3	0.349
C	1/2	1/3	1	0.168

C.I.=0.068

C2	A	B	C	重み
A	1	1/2	3	0.333
B	2	1	3	0.528
C	1/3	1/3	1	0.140

C.I.=0.027

C3	A	B	C	重み
A	1	1/3	1/5	0.105
B	3	1	1/3	0.258
C	5	3	1	0.637

C.I.=0.019

最適化問題に帰着するという発想である．文献 [31] では，自己評価値と外部評価値との均衡の考え方を ANP にも拡張して議論] がなされている．文献 [22, 23] において，教員と学生の相互評価をもとにした既約行列を例とした解説，さらに上位構造に学部長も交えた既約でない評価行列を例とした解説がなされている．

以上のように重み導出にはいくつかの考え方，方法が存在するが，要素数が増えると，細かな数値誤差が生じる．また表計算ソフトなどを用いた実務的な作業には幾何平均が扱いやすいと考えられる．

3.　代替案の総合評価値の導出と整合度 C.I.

評価基準の重み導出と同様に各評価基準のもとでの代替案の評価値を求める．表 3 に評価基準 C1「ゼミの内容」· C2「ゼミの雰囲気」· C3「就職活動へのつながり」のもとでの代替案の一対比較と重要度（代替案の評価値）を示す．

AHP では最終的に選択肢である代替案の総合評価値を導出し優先順位付けを行う．これは代替案の評価値 M と評価基準の重要度 $\boldsymbol{W}$ の積で求める．表 3 の評価値と評価基準の重みから，総合評価値 $\boldsymbol{E}$ は，

$$\boldsymbol{E} = M\boldsymbol{W}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.484 & 0.333 & 0.105 \\ 0.349 & 0.528 & 0.258 \\ 0.168 & 0.140 & 0.637 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.637 \\ 0.258 \\ 0.105 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{array}{c} A \\ B \\ C \end{array} \begin{pmatrix} 0.40525 \\ 0.38563 \\ 0.21002 \end{pmatrix}$$

となる．ゼミ A が最も評価が高く，次いでわずかな差でゼミ B，そしてゼミ C という評価が得られ，優先順位付けが行える．

AHP では一対比較行列の整合性の指標として，C.I.（Consistency Index : 整合度）と呼ばれる指標がある．一対比較において評価基準や代替案の評価の際，循環律など，要素の重要度や選好に関して極端な不整合性を許容しない特徴がある．一対比較行列の最大固有値を $\lambda_{\max}$ とすると，C.I. は，C.I.$=(\lambda_{\max} - 1)/(n - 1)$ と定義されている．一対比較の整合性が完全に保たれている場合は，一対比較行列の階数が 1 になり，最大固有値 $\lambda_{\max}$ が n に一致するため，C.I. は 0 である．実際には一対比較行列の最大固有値は n より大きくなるので，一対比較行列の固有値（最大固有値）が大きいほど一対比較の不整合が大きくなるとみなされる．C.I. は 0.1 以下（場合によっては 0.15）であれば整合性に問題がないとされる．C.I. の導出に際して，一対比較行列の最大固有値から求めるのではなく，重み導出同様に，要素の重みを得たのちに数値計算によって導出する方法が [12] などに示されている．

表 2 の評価基準の一対比較を例に数値計算で C.I. を求めると，一対比較行列の各列に導出した評価基準の重み (0.637, 0.258, 0.105) をかけて，表 4 を得る．それぞれの行の合計し，評価基準の重みで割った三つ値の平均値 3.039 が最大固有値となり，C.I. は $(3.039 - 3)/(3 - 2)=0.019$ と求められる．

整合性の指標として C.I. 以外にも C.R.（整合比）という指標 [4, 9] や，ほかにも文献 [18] では，幾何平均，調和平均での計算から残差平方和を用いた指標 C.I.H. が提案されている．

4.　おわりに

本稿では，例題を用いて AHP の基本を紹介した．AHP では，

- 総合目的・評価基準・代替案によって問題をとらえること
- 一対比較により各要素である評価基準と評価基準のもとでの代替案の評価値を求め，総合評価値を導くこと
- 一対比較行列からの重み導出にはさまざまな解釈と導出法があること

表 4 C.I. 値の計算

列目に 0.637 をかける	2 列目に 0.258 をかける	1 列目に 0.105 をかける	行の合計	重みで割る
0.637	0.775	0.524	1.935	3.039（=1.935/0.637）
0.212	0.258	0.314	0.785	3.039（=0.758/0.258）
0.127	0.086	0.105	0.318	3.039（=0.318/0.105）

平均値（固有値）3.039

C.I. = (3.039 − 3)/(3 − 2) = 0.019

- 一対比較の整合性を示す指標として C.I. があること

を述べた．

AHP では，代替案の数が多い場合には，一対比較の回数が多くなり，一対比較の手間と負担が大きくなるので，基本モデルの相対評価法では対応できず，絶対評価法などを用いる必要がある．また，評価基準どうしや評価基準と代替案に従属関係がある場合などを考慮したモデルである内部従属法，外部従属，ANP モデルがある．さらに Saaty とは異なるモデルとして支配型 AHP・一斉法モデル (CCM: Concurrent Convergence Method) が発展モデル [32–36] として研究されてきている．一対比較に際しては，重要度を点としての値として扱うのでなく，区間として扱う方法なども議論されている [37]．AHP 以外のモデルとの比較については，AHP とコンジョイント分析などを合わせて解説した文献 [38] などもある．

意思決定モデルとして AHP のみを使用し総合評価値を導出するだけでなく，AHP の考え方や一対比較による重み導出を行うことで対象の定量的な評価値を導出することが可能であり，意思決定問題のとらえ方，転換につながる．たとえばゲーム理論における囚人のジレンマでは，より高い利得を得ようとする合理的な意思決定行動が，結果的にプレーヤーや意思決定者にとって利得の高さの点からは望ましい結果とはならないことがある．利得の高さという視点のみからは裏切り (Defection) を選択し，プレーヤーの利得がパレート最適でなくなってしまうが，もし囚人のジレンマなどの意思決定において複数の評価基準という視点・考え方を取り入れると，「利得の高さ」という評価基準以外にたとえば「他のプレーヤーとの連帯・つながり」や「長期的な利益」という評価基準を取り入れた場合は，代替案の総合評価値は変化し，意思決定問題が転換されることもあるといえる．こうした点は SDGs や持続可能性社会を維持するうえで必要な思考であり，AHP がもつ意思決定問題の階層構造や評価基準を考えるということの重要性，有効性ではないだろうか．

最後に，AHP を意思決定モデルとして単体で使うだけでなく，一対比較やその考え方を有効に活用する方策について以下に述べる．AHP や一対比較の適用可能性，新たな試みの展開としては，たとえば文献 [39] では，大学生を対象として，学生生活を送るうえで大学生に求められる重要な能力や資質は何かを問うグループワークにて一対比較を行い，学業成績のみでは測ることのできない，学生生活全体を通じて伸ばしていくべき学生の能力や資質，学生自身が重視している資質は何なのかを学生に考え抽出させ，定量化するという試みをしている．また文献 [40] では，再生可能エネルギー事業の社会的価値評価に用いる家計の効用関数を推定するために実施したコンジョイント分析のためのアンケート調査結果に対して，被験者が選好した結果の関係性を定量的に導出するため，一対比較を用いた評価方法を提案している．以上，意思決定モデルとしての AHP の紹介と一対比較による重要度導出，代替案の評価値導出について有効性を述べた．

本稿が初めて AHP を学ぶ学生や社会人を対象に，講義での AHP 紹介やゼミナールでの輪講資料，企業内での研修資料にて活用される機会があれば幸甚である．拙稿のご一読感謝申し上げる．読者の皆様がオペレーションズ・リサーチ，そして AHP はじめ意思決定モデルを活用してさまざまなご活躍をされることと OR 学会のますますの発展を願って本稿を終える．

謝辞 本稿執筆の機会を下さった関谷和之先生，森田浩先生，猿渡康文先生に感謝申し上げます．

参考文献

[1] ISAHP, About AHP, https://www.isahp.org/about/（2023 年9月21 日閲覧）
[2] T. L. Saaty, “A scaling method for priorities in hierarchical structures,” *Journal of Mathematical Psychology*, **15**, pp. 234–281, 1977.
[3] T. L. Saaty, “Scenarios and priorities in transport planning: Application to the Sudan,” *Transportation Research*, **11**, pp. 343–350, 1977.
[4] T. L. Saaty, *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*, McGraw-

Hill, 1980.
[5] T. L. Saaty, *The Analytic Network Process*, RWS Publications, 1996.
[6] T. L. Saaty, *Theory and Applications of the Analytic Network Process*, RWS Publications, 2005.
[7] T. L. Saaty, *Mathematical Methods of Operations Research*, General Publishing Company, 1959. (Dover Publications, Inc., 1988)
[8] T. L. Saaty, *Mathematical Principle of Decision Making*, RWS Publications, 2010.
[9] 刀根薫,『ゲーム感覚意思決定法—AHP 入門—』, 日科技連出版社, 1986.
[10] 木下栄蔵,『AHP 手法と応用技術—問題解決型意志決定法—』, 総合技術センター, 1993.
[11] 木下栄蔵,『孫子の兵法の数学モデル—最適戦略を探る意思決定法 AHP—』, 講談社, 1998.
[12] 木下栄蔵,『入門 AHP—決断と合意形成のテクニック—』, 日科技連出版社, 2000.
[13] 木下栄蔵(編),『AHP の理論と実際』, 日科技連出版社, 2000.
[14] 木下栄蔵,『よくわかる AHP—孫子の兵法の戦略モデル—』, オーム社, 2006.
[15] 木下栄蔵, 田地宏一(編),『行政経営のための意思決定法—AHP を使った難問打開の新手法—』, ぎょうせい, 2005.
[16] 八巻直一, 高井英造,『問題解決のための AHP 入門—Excel の活用と実務的例題—』, 日本評論社, 2005.
[17] 武田正則, 大迫正弘,『はじめての AHP—すぐ使える意志決定手法! Analytic Hierarchy Process (I・O biz)—』, 工学社, 2008
[18] 加藤豊,『例解 AHP—基礎と応用—』, ミネルヴァ書房, 2013.
[19] 高萩栄一郎, 中島信之,『Excel で学ぶ AHP 入門第 2 版』, オーム社, 2018.
[20] 高橋磐郎, "連載講座　AHP から ANP への諸問題 I〜VI," オペレーションズ・リサーチ:経営の科学, **43**, No.1–6(1 月号〜6 月号), 1998.
[21] 木下栄蔵, "連載講座　AHP の世界," オペレーションズ・リサーチ:経営の科学, **48**, No.8–12(8 月号〜12 月号), 2003.
[22] 関谷和之, "ANP を組み込んだ AHP の適用:教員の評価を例題として," オペレーションズ・リサーチ:経営の科学, **48**, pp. 259–264, 2003.
[23] 関谷和之, "解説　AHP, ANP の固有ベクトル法における数理構造," オペレーションズ・リサーチ:経営の科学, **48**, pp. 294–299, 2003.
[24] 小笠原春菜, "Analytic Hierarchy Process とは何か—Capability Approach 研究の一方法として—," 千葉大学人文社会科学研究, **19**, pp. 134–157, 2009.
[25] L. G. Vargas, "An overview of the analytic hierarchy process and its applications," *European Journal of Operational Research*, **48**, pp. 2–8, 1990.
[26] O. S. Vaidya and S. Kumar, "Analytic hierarchy process: An overview of applications," *European Journal of Operational Research*, **169**, pp. 1–29, 2006.
[27] 刀根薫, 眞鍋龍太郎(編),『AHP 事例集—階層化意思決定法—』, 日科技連出版社, 1990.
[28] 木下栄蔵, 大屋隆生(編),『企業・行政のための AHP 事例集—意思決定支援ツールの上手な活用法—』, 日科技連出版社, 2007.
[29] 佐藤文哉, 中村桂子, 赤星昂己, "価値に基づく都市住民の健康水準の多元的評価と統合手法の検討," 計画行政, **46**(2), pp. 54–61, 2023.
[30] K. Sekitani and N. Yamaki, "A logical interpretation for the eigenvalue method in AHP," *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **42**, pp. 219–232, 1999.
[31] K. Sekitani and I. Takahashi, "A unified model and analysis for AHP and ANP," *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **44**, pp. 67–89, 2001.
[32] 木下栄蔵, 中西昌武, "AHP における新しい視点の提案," 土木学会論文集, 569/IV-36, pp. 1–8, 1997.
[33] E. Kinoshita and M. Nakanishi, "Proposal of new AHP model in light of dominant relationship among alternatives," *Journal of Operations Research Society of Japan*, **42**, pp. 180–197, 1999.
[34] E, Kinoshita, K. Sekitani and J. Shi, "Mathematical properties of dominant AHP and concurrent convergence method," *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **45**, pp. 198–213, 2002.
[35] 杉浦伸, 木下栄蔵, "評価値一斉法の提案," 土木計画学研究・論文集, **21**, pp. 33–40, 2004.
[36] 杉浦伸, 木下栄蔵, "総合評価値一斉法の提案," 土木計画学研究・論文集, **22**, pp. 39–46, 2005.
[37] 田中英夫, 円谷友英, 杉原一臣, 井上勝雄,『区間分析による評価と決定』, 海文堂, 2011.
[38] 木下栄蔵, 大野栄治(編),『AHP とコンジョイント分析』, 現代数学社, 2004.
[39] 杉浦伸, "大学生が考える"良い学生"の評価項目とは," 名城大学教育年報, **12**, pp. 79–84, 2018.
[40] 杉浦伸, 森龍太, 大野栄治, 森杉雅史, "住民参加型再生可能エネルギー事業に関わる代替案の優先順位付け," 計画行政, **46**(3), pp. 57–64, 2023.

