

最適化遷移を用いた配電網の切替手順の算出

鈴木 顕

遷移問題とは、ある問題の二つの解が与えられた際に、その一方からもう一方へと段階的に遷移する方法を求める問題である。たとえば電力の配電網を、現在のものから、別のものに変更したい場合に、その過程で停電やショートを起こさないように変更するためには、どのような順番でスイッチを操作すればいいかを求める問題である。一方で、遷移問題を実社会に応用しようと考えた際に「目的の解が不明」「目的の解まで到達不能」といった問題が生じることがある。本稿では、それらの問題を解決するための新しいフレームワークである最適化遷移について、電力配電網の切替手順の算出を例に紹介する。

キーワード：組合せ遷移、最適化遷移、ゼロサプレス型二分決定グラフ (ZDD)、停電復旧、電力配電網、配電損失

1. はじめに

組合せ最適化の分野では長年、莫大な数の組合せの中から最適なものを見つける探索問題（最適化問題）が扱われてきた。実社会で発生しうる最適化問題は多岐にわたり、多くの現場で利益の最大化や損失の最小化のために最適化問題が解かれてきた。一方で、最適な解を見つけたとして、その解を実際に利用することができるかどうかは別問題である。たとえば、電力の配電網において、現在の構成と異なる、より配電損失の小さい構成が見つかったとしても、そのより良い構成に変更できるかどうかは別問題である。すなわち、既に電力の供給は始まっているため、常に電力の供給を停めることなく、停電やショートなども起こさずに開閉器の切り替えを繰り返して、変更をする必要がある。

そのような状況を基に、近年組合せ遷移という分野で遷移問題の研究が急速に推進されている。遷移問題とは、ある問題の二つの解が与えられた際に、その一方の解からもう一方の解へと段階的に遷移する方法を求める問題である。伊藤ら [1] によって遷移問題のフレームワークが提唱されて以来、遷移問題を効率よく解くさまざまなテクニックが考案されてきた。しかし、いざ実社会に応用しようと利用者の視点に立つてみると、次の二つの問題が生じる。

- 利用者が目的の解を事前に知っている必要がある。
遷移問題では、現在の解のほかに、目的となる解も入力として求めるが、それは現実的とはいえない

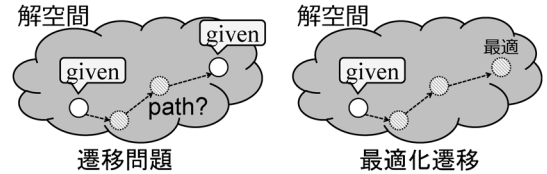


図1 従来の「遷移問題」と本稿で扱う「最適化遷移」の違い

い。なぜなら、世の中で需要のある最適化問題は、そのほとんどがNP 困難と呼ばれる計算困難な問題であり、そもそも目的となる解（最適解）がわからないという状況がほとんどだからである。

- 目的の解に到達不可能な場合がある。

たとえ目的の解を知っていたとしても、ある問題の二つの解が常に到達可能であるとは限らない。遷移問題では、そのような際には「No (到達不能)」と答えれば正答としているが、現実世界に応用する際に、それでは利用者が困ってしまう。

本稿で紹介する「最適化遷移」は、組合せ遷移の新しいフレームワークであり、これら二つの問題点を解決することで、組合せ遷移をより実社会で扱いやすいものへと進化させるために提案された [2]。最適化遷移では、問題と現在の解が与えられた際に、その解から辿り着ける中で最も良い解と、現在の解からその解までの変更手順を答える。従来の遷移問題とは異なり、目的となる解をあらかじめ知らなくてもシステムを利用することが可能となり、さらに、得られた解までは必ず到達可能である (図 1)。

最適化遷移は既に独立集合問題 [2, 3]、支配集合問題 [4, 5]、頂点彩色問題 [6, 7]、リスト頂点彩色問題 [8] などに適用され、容易性・困難性の両面から理論的な研究が進められているが、本稿では、最適化遷移の産

すずき あきら
東北大学大学院情報科学研究科
〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-05
akira@tohoku.ac.jp

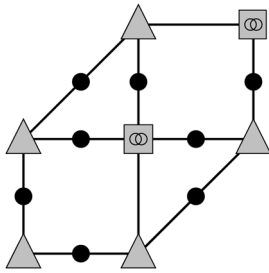


図2 配電網の例

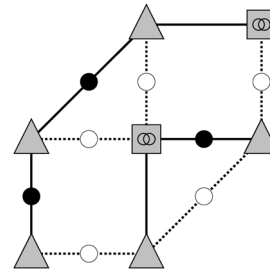


図3 供給森の例

業応用の具体例として、電力配電網の切替手順の算出を例に紹介する。2節で用語の定義を行った後、3節では配電損失を最小化するための切替手順の算出方法について扱い、4節では停電復旧を行うための切替手順の算出方法について扱う。

2. 電力配電網に関する用語と定義

本節では本稿を通して利用する用語の説明と定義を行う。

2.1 配電網

配電網とは、変電所から負荷区間（建物など）に電力を送るネットワークのことである。配電網はいくつかの変電所と電力を必要とする負荷区間、そしてそれらをつなぐ配電線によって構成されており、電力は変電所から各負荷区間に配電線を通して送られる。配電網は事故などに備え冗長性をもたせるために、複数の経路で電力を供給できるように設計されている。一部の配電線上には開閉器があり、開閉器によって適切に電力を遮断することで配電経路を決定している。

本稿では配電網上の変電所や負荷区間を頂点、それらをつなぐ配電線を辺に置きかえることでグラフで表現する。以降では変電所に対応する頂点を供給点、負荷区間に対応する頂点を需要点と呼ぶ。開閉器による電力の遮断は、グラフ上では辺を削除することに該当する。図2はグラフで表現した配電網の例である。この図で四角は供給点（変電所）、三角は需要点（負荷区間）、辺上の丸は開閉器を表している。

2.2 供給森

グラフからいくつかの辺を削除することで得られる配電経路が、各供給点に正しく電力を送るためには、次の二つのトポロジー制約を満たす必要がある。

- 各需要点がちょうど一つの供給点から電力を供給される。
- 閉路が存在しない。

ここで、配電網において各変電所はより上流（たとえば

発電所）で連結しているため、供給点と別の供給点を結ぶようなパスも閉路と呼ばれることに注意する。言いかえると、トポロジー制約を満たす配電経路は、各連結成分がちょうど一つの供給点を含むような森となる。そこで、トポロジー制約を満たす配電経路のことを供給森と呼ぶことにする。図3は図2の配電網から得られる供給森の例である。この図で黒丸は閉状態（通電状態）の開閉器、白丸は開状態（遮断状態）の開閉器を表している。

2.3 電氣的制約

配電経路は前節で述べたトポロジー的な制約のほかに、電氣的な制約も満たす必要がある。供給森の各連結成分は供給点を根とする木であるため、電力の流れも一意に決まる。したがって、各需要点（負荷区間）の需要量と、各辺（配電線）の抵抗値が与えられることで、各配電線を通る電流の大きさや、各負荷区間で電力を送る際の電圧降下の量を求めることができる。本稿ではこれらの値を簡易計算と呼ばれる計算方法で計算し、

- 各配電線を通る電流の大きさは300 A以下である。
- 電圧降下の最大量が300 V以下である。

という二つの条件を満たす供給森を、電氣的制約を満たす供給森と呼ぶ。

2.4 停電を許した供給森

4節では停電復旧を行う際の切替手順を求めるため、その切替の途中で出てくる配電経路は、必ずしも前節までで定義した供給森となっていないことに注意が必要である。本研究では各需要点を停電している頂点とそうでない頂点に場合分けし、

- 停電している需要点に接続する辺がない。
- 停電していない需要点はトポロジー的制約・電氣的制約を満たしている。

という条件を満たすような供給森を停電を許した供給森と呼ぶこととし、4節で用いる。

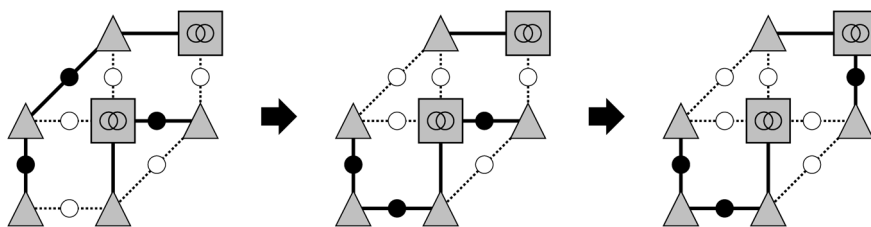


図4 供給源の遷移の例

2.5 配電損失

ある配電網に対する供給源は一般に指数種類存在する。そのため、なるべく良い供給源を設計したいと考えるのは自然である。本稿では、その供給源の良し悪しの指標として配電損失という値に着目する。

配電網上の配電線は電気抵抗をもつため、電力が変電所から負荷区間に送られる際には電力の損失が起こる。これを配電損失と呼ぶ。配電損失は当然少ないことが望ましい。

本研究では、配電損失の計算にも、前節同様簡易計算と呼ばれる計算方法を用いる。配電網全体の配電損失は、各配電線の配電損失の合計で表せる。各配電線の配電損失はその配電線の電気抵抗の値 R と、その配電線を通る電流 I を用いて、 RI^2 の形で表すことができる。

2.6 開閉器の切り替え

現在の供給源から目的の供給源へと変更する際には、開閉器を切り替える必要がある。ところが、一度に多くの開閉器を同時に切り替えることは現実的に難しい。そのため、実社会の配電網では、開閉器を切り替える際に、開状態の開閉器を閉状態とすることで1か所だけ閉路を作り（ループ投入と呼ばれる）、その閉路上の開状態の開閉器を開状態とすることでその閉路を解消（ループ開放と呼ばれる）するという操作を繰り返すことで、停電を発生させずに配電経路を変更している。

本稿でもこれに倣い、この一連の開閉器の切替操作（辺の交換操作）を1ステップとして以下のように定義する。

- 辺の交換操作を1回ずつ実施する。
- 遷移の過程でも常に電氣的制約を満たす供給源を維持する。

図4は供給源の遷移の例である。

また、4節では停電復旧を行う際の切替手順を求めするため、停電を許した供給源に対しては、上述の切替方法とは別に、現在停電している需要点の停電を復旧する操作が加わる。具体的には、現在停電している需要点と、現在停電していない需要点の間にある開閉器

を一つ遮断状態から通電状態に変更することで行う。ここで、変更後も停電を許した供給源となっている必要があることに注意する。

3. 配電損失の最小化

本節では私たちが2019年6月27日に出したプレスリリース「配電損失の最適化と切替手順の同時算出が可能に 電力の発送電分離を目前に自動計算の手法開発」の内容について触れる [9, 10]。このプレスリリースは東北大学と株式会社明電舎の共同研究の成果で、開閉器の状態を変更することで配電による電力損失を最小化するアルゴリズムを与えている。

3.1 既知の結果

配電損失が最小となる供給源を求める問題に対しては、理論的・実験的両面からさまざまな研究が行われてきた。理論面の研究として、この問題は、一般グラフに対して強 NP 困難、平面グラフに対して NP 困難であることが知られている [11]。すなわち、実際の電力網に対して現実的な時間で動作する効率的なアルゴリズムを設計することはできそうにない。

一方で、いくつかの実験的手法も提案されている。たとえば厳密アルゴリズムとして、整数計画で定式化し、既存の IP ソルバを用いて解決する手法 [12] や、木分解を利用した動的計画アルゴリズム [13] が提案されている。ほかにも、近似アルゴリズムとして、すべての供給源を ZDD（ゼロサプレス型二分決定グラフ）でインデックス化し、配電損失の小さい解を探索する手法 [14] や、配電損失を1次関数で近似し、ダイクストラ法を利用する手法 [11] が提案されている。

これらの実験はすべて、日本の配電網の標準モデル [15] 上で行われている。標準モデルは供給点72個、需要点1,080個、辺数1,188本（内、開閉器468個）からなる配電網であり、供給源は 10^{71} 種類以上、電氣的制約を満たすものに限っても 10^{58} 種類以上存在する。

3.2 今回の結果

既存研究では主に良い供給源を求めることに着目していた。事実、前節で述べたとおり、ある配電網に対

する供給森は一般に指数種類存在するため、その中から最適な供給森を選び出すだけでも難しい問題である。

ところが、たとえ最適な供給森を計算できたとしても、その供給森を利用するためには、今度は途中で停電が起きないように現在の供給森を最適な供給森に変更するための切替手順が必要になる。私たちのアルゴリズムでは、最適な供給森を算出するだけでなく、現在の供給森からどのように開閉器を操作すれば目的の供給森に変更可能かも同時に算出する。以下では、この配電網の損失の最適化と切替手順を同時に求めるアルゴリズムを紹介し、その実験結果について説明する。

3.2.1 全列挙アルゴリズム

アルゴリズムを紹介する準備として、まずは素朴なアルゴリズムを考える。ある配電網が与えられたときに、そのすべての供給森を列挙し、各供給点をグラフの頂点とみなす。さらに、1回の操作で変更可能な供給森同士を辺で接続することで、解空間を表すグラフを作成することができる。このように作成した解空間グラフ上で、現在の供給森から幅優先探索を行うことで、最適解を見つけることができる。ここで、解空間グラフ上の現在の供給森から最適な供給森までのパスは、開閉器の切替手順を表していることに着目しよう。

しかし、何度も述べているとおり、標準モデルでは電氣的制約を満たす供給森だけでも 10^{58} 種類以上存在する。頂点数 10^{58} のグラフを構成することも、そのグラフ上で探索を行うことも、現実的な時間で計算できるとは言い難い。

3.2.2 部分列挙アルゴリズム

次に紹介するアルゴリズムは、前節で紹介した全列挙アルゴリズムを、配電網の一部に対して繰り返し適用するアルゴリズムである。このアルゴリズムの特徴は、適用する部分配電網のサイズから徐々に拡大し、最終的に配電網全体に対して適用することにある。とても長い時間が必要になるが、最適解を導出することも可能である。

また、本アルゴリズムの長所として、途中でプログラムの実行を停止した場合も、その時点で見つけた解の中で最も良い解が得られるという点が挙げられる。

3.2.3 実験結果

本研究でも、従来研究と同様、日本の配電網の標準モデル [15] 上で検証実験を行った。その結果膨大な数の供給森の中から最適な供給森を選び出すと同時に、100手以上を要する切替手順を算出することにも成功した。最適な供給森を見つけるまでにかかった時間は、市販レベルのデスクトップパソコンで数秒~十数秒程

度であった。

また、本研究の効果を日本全国規模に単純換算すると、年間で約 13.7 GWh の損失改善が期待できることがわかった。これは、二酸化炭素排出量 6,800 トン分の削減効果に相当する。特筆すべきは、本手法の適用には新たな設備などを導入する必要はなく、現有設備の運用のみで実現できる方策である点である。

4. 多段融通による停電復旧

本節では私たちが2022年11月7日に出したプレスリリース「停電復旧の最短手順を算出するアルゴリズムを開発 多段融通にも対応、より広域な配電運用への活用を期待」の内容について触れる [16, 17]。このプレスリリースは、東北大学・京都大学・中部大学・株式会社明電舎の共同研究での成果で、停電発生時に周辺の供給余力を用いて早期に停電復旧するための、供給経路の切替手順を算出するアルゴリズムを与えている。

配電網上で事故が起ると、停電が発生する。たとえば配電線が切れてしまった場合、その配電線より先の負荷区間には変電所から電力を送ることができなくなり、停電が発生する。配電線を修理するには時間がかかるため、停電を早期に復旧するためには、開閉器を適切に操作することで、一時的に別の変電所から停電区間に電力を融通する必要がある。

停電の規模が大きかった場合には、隣接する近くの変電所からの融通だけでは電力が足らず、さらに遠くの変電所から玉突き的に電力を融通する必要がある場合もある。これは**多段融通**と呼ばれる。多段融通では、停電区間とは別の健全な需要区間の開閉状態も変更する必要があり、考慮すべき組合せの数も膨大になる。

さらに停電復旧を行う際に守らなければならないもう一つの重要なルールが、停電復旧の途中で新たな停電を発生させてはいけないというルールである。このルールは、一度停電を復旧させた区間をもう一度停電させてはいけないだけでなく、多段融通を行う際の健全な需要区間の開閉器状態の変更によっても新たな停電を生むことが許されない。このルールにより、復旧手順は一部が不可逆となる。したがって、停電復旧においては開閉器の切替手順がより重要になってくる。

停電復旧は重要な課題であるため、さまざまな研究が進められてきたが、従来研究は多段融通を考慮していないものや、算出された切替手順の最短性を保証しないものであった。

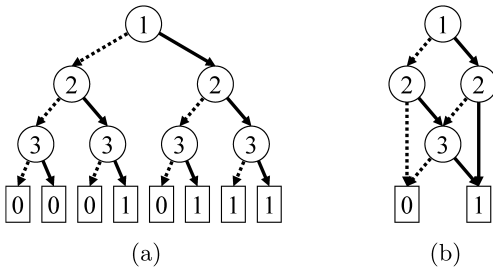


図5 ZDD の例
(a) 場合分け二分木. (b)(a) を圧縮して得られる ZDD.

4.1 アルゴリズム

本稿で紹介するアルゴリズムは、与えられた配電網上で電氣的制約も満たすすべての供給森の集合を記憶するような ZDD を構成する手法 [14] と解空間が ZDD で表現された組合せ遷移問題のソルバー [18-20] の二つの既知の手法を組み合わせ、本問題に合わせて改良することによって多段融通に対応しつつ、最短性を理論保証する切替手順も同時に算出するアルゴリズムを提案した。

4.1.1 ZDD による供給森の表現

ZDD と呼ばれるデータ構造を用いることで、配電網上で電氣的制約も満たすすべての供給森の集合を記憶するような ZDD を構成する手法が知られている [14].

ZDD とは、台集合の部分集合族を効率よく扱うことのできるデータ構造であり、場合分け二分木を圧縮することで生成される (図 5). 集合族を ZDD で圧縮表現することにより、指数的な要素からなる集合族に対しても、コンパクトに表現できることがある。さらに ZDD で表現された集合族の利点として、圧縮したままで、積集合・和集合・差集合といった集合族同士の演算を行うことができる点がある。これらの特徴によって、さまざまな理論的に困難とされる問題が現実的な時間で解かれてきた。

Inoue et al. [14] は与えられた配電網上で電氣的制約も満たすすべての供給森の集合を記憶するような ZDD を構成するアルゴリズムを与えた。具体的には、供給森を元となる配電網 (グラフ) の辺部分集合として捉えることで、ZDD で表現している。

本問題への適用

Inoue et al. [14] の構築方法は、そのままでは本問題に適用できない。なぜなら、既存の構成方法では「電氣的制約を満たす供給森」のみを扱っていたのに対し、本問題では停電区間をもつような、「停電を許した供給森」も扱う必要があるからである。

さらに、停電復旧の途中で新たな停電を発生させて

はいけないというルールがあるため、遷移問題を解くにあたっては、停電が広がらない方向にのみ遷移する必要がある。ここで、停電状況 (頂点の連結性) は ZDD 上での根から葉への経路に依存するところが、ZDD は節点を共有するため、節点までの経路は一意に定まらないという問題が生じる。

そのため、既存の構成方法で構成した ZDD では、各頂点の停電状況を踏まえつつ演算を行うことが難しい。そこで本研究では、開閉器 (辺) の情報だけでなく負荷区間 (頂点) の情報も ZDD で表現する方法をとっている。具体的には、台集合に辺集合だけでなく頂点集合も入れることで、各頂点の停電状況を組合せに含めている。

4.1.2 ZDD を用いた組合せ遷移ソルバー

解空間を ZDD で表現することで、遷移問題を解くことのできるソルバーが知られている [18-20]. 伊藤らのソルバーは、初期解 S のみを含む解の集合 $Z_0 = \{S\}$ に対して、 i 手目までで遷移可能な解の集合 Z_i から、 $i+1$ 手目で遷移可能な解の集合 Z_{i+1} を順番に計算していくことで、到達可能な解の集合を ZDD の形で構成していく。

この手法は ZDD の集合族間演算を利用した網羅的な幅優先探索となっているため、目標解から逆順にたどることで遷移列を求めることができ、さらに得られる遷移列の最短性も保証されているような手法となっている。

このソルバーでは、解の隣接関係として以下の三つの操作を ZDD の演算として行うことができる。

- add 操作: 解に一つの要素を追加する。
- remove 操作: 解から一つの要素を削除する。
- swap 操作: 解に一つの要素を追加し、別の要素を一つ削除する。

本問題への適用

この ZDD ソルバーを本稿で扱う問題へ適用するためには、本問題の隣接関係を、上述の ZDD 演算で表現する必要がある。

本問題は停電が広がらない方向にのみ遷移する必要があるため、隣接関係としては次の二つの操作が可能である。

- 1 組の開閉器の通電状態・遮断状態を入れ替える。
これは 2.6 節で紹介した開閉器の切替方法であり、提案アルゴリズムでは swap 操作を適用している。しかし、swap 操作適用には注意は必要である。なぜなら、ZDD には辺の情報だけでなく頂点の情報も含まれているため、単純に swap 操作を適用し

た場合、辺または頂点を一つ追加し、別の辺または頂点を一つ削除する操作を行ってしまうからである。私たちは swap 操作を適用した後で、「停電区間が増えていないか」「停電を許した供給森の形になっているか」の二点を確認することで、swap 操作において頂点が追加あるいは削除されないことがないことを示した。これにより、swap 操作によって辺を切り替える操作を表現できている。

- 遮断状態の開閉器一つを通电させる。これは開閉器を通电させることで、停電区間を減らす操作に該当する。一見単に add 操作を適用することで表現できそうに思うかもしれないが、それは間違いである。なぜなら、ZDD には辺の情報だけでなく頂点の情報も含まれているため、開閉器を一つ通电させる場合、その開閉器に対応する辺とともに、その操作によって停電から復旧する頂点も合わせて追加する必要があるからである。私たちは、add 操作を 2 回適用することでこの操作を表現している。先ほどと同様、add 操作を 2 回適用した後で「停電区間が増えていないか」「停電を許した供給森の形になっているか」を確認することで、辺と頂点がちょうど一つずつ追加されることを示した。

4.2 計算機実験

本研究でも、従来研究や前節と同様、日本の配電網の標準モデル [15] 上で検証実験を行った。ただし、標準モデルをそのままの状態で行ったところ、どこで事故が発生したとしても多段融通なしで停電復旧が可能であることがわかったため、各負荷区間の需要量を 1.1 倍して使用している。

実験では、配電網の取りうる供給森から一様ランダムに選び出したさまざまな供給森の下で、変電所を一つ壊すことで初期状態とした。停電させる変電所を変えながら 2,600 回の実験を行ったところ、停電復旧に 14 手かかる例や、遠く離れた六つ先の変電所の電力を玉突き的に融通することが停電の復旧に必要となる、6 段融通の例も見つかった (図 6)。また、 i 手目で初めて到達できる解の集合のサイズは指数的に増える、といった知見も得ることができた。

今回扱った ZDD は辺の情報だけでなく頂点の情報も記憶するため、既存研究に比べ情報量が増え、ZDD の圧縮が効きにくくなり、計算に膨大な時間がかかることが懸念されたが、実際に ZDD を構築したところ、配電網の取りうる停電も許した供給森の個数が 3×10^{50} 以上あるのに対し、ZDD の節点数は 6×10^7 未満であり、大幅に圧縮できていることもわかった。

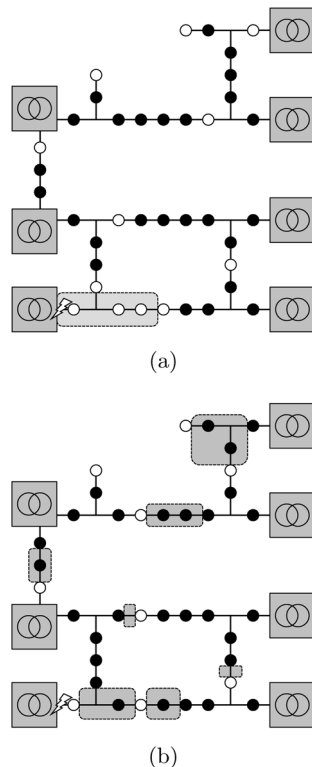


図 6 計算機実験で見つかった、復旧に 6 段融通が必要な例 (a) 停電発生時の配電状態。灰色の区間は停電区間を表す。(b) 停電復旧後の配電状態。灰色の区間は復旧の過程でその区間に電力を送り出す変電所が変わった区間を表す。

実験には CPU「Intel Xeon Gold 5215L」と、1.5TB のメモリを搭載したパソコンを使用し、平均 1 時間ほどで復旧手順を求めることができた。

5. おわりに

本稿では組合せ遷移の新しいフレームワークである最適化遷移について、電力配電網を例として、3 節では配電損失を最小化するための切替手順の算出方法を、4 節では停電を復旧するための切替手順の算出方法を紹介した。

今後の展開として、より大規模な配電網や、より大規模な停電に適用することや、事前計算や並列計算による高速化などが考えられる。

本稿で紹介した最適化遷移は、ほかにもさまざまな分野に適用するポテンシャルを秘めていると確信している。本稿がより多様な場面で最適化遷移が利用されるきっかけとなれば幸いである。

謝辞 本稿で紹介した研究成果は、どれも共同研究

者である東北大学の周曉氏, 伊藤健洋氏, 千葉詩音氏, 畠山航氏, 京都大学の川原純氏, 山岡宙太氏, 中部大学の飯岡大輔氏, 株式会社明電舎の田邊隆之氏, 杉村修平氏, 後藤誠弥氏との長時間に及ぶ討論の末に得られたものです。この場を借りて改めて深く感謝いたします。また, 今回このような権威ある機関誌に執筆の機会をくださった OR 学会機関誌編集委員の梅谷俊治氏, オーガナイザーの岡本吉央氏, 伊藤健洋氏, そして, 関係の皆様にも深く感謝いたします。

参考文献

- [1] T. Ito, E. D. Demaine, N. J. A. Harvey, C. H. Papadimitriou, M. Sideri, R. Uehara and Y. Uno, “On the complexity of reconfiguration problems,” *Theoretical Computer Science*, **412**, pp. 1054–1065, 2011.
- [2] T. Ito, H. Mizuta, N. Nishimura and A. Suzuki, “Incremental optimization of independent sets under the reconfiguration framework,” In *Proceedings of the 25th International Computing and Combinatorics Conference (COCOON 2019)*, pp. 313–324, 2019.
- [3] T. Ito, H. Mizuta, N. Nishimura and A. Suzuki, “Incremental optimization of independent sets under the reconfiguration framework,” *Journal of Combinatorial Optimization*, **43**, pp. 1264–1279, 2022.
- [4] A. Blanché, P. Ouvrard, H. Mizuta and A. Suzuki, “Optimizing dominating sets under constrained transformation,” In *Proceedings of the fifth Bordeaux Graph Workshop (BGW 2019)*, pp. 62–64, 2019.
- [5] A. Blanché, P. Ouvrard, H. Mizuta and A. Suzuki, “Decremental optimization of dominating sets under the reconfiguration framework,” In *Proceedings of the 31st International Workshop on Combinatorial Algorithms (IWOCOA 2020)*, pp. 69–82, 2020.
- [6] Y. Yanagisawa, A. Suzuki, Y. Tamura and X. Zhou, “Decremental optimization of vertex-coloring under the reconfiguration framework,” *International Journal of Computer Mathematics: Computer Systems Theory*, **8**, pp. 80–92, 2023.
- [7] Y. Yanagisawa, Y. Tamura, A. Suzuki and X. Zhou, “Decremental optimization of vertex-coloring under the reconfiguration framework,” In *Proceedings of the 27th International Computing and Combinatorics Conference (COCOON 2021)*, pp. 355–366, 2021.
- [8] Y. Yanagisawa, Y. Tamura, A. Suzuki and X. Zhou, “Parameterized complexity of optimizing list vertex-coloring through reconfiguration,” In *Proceedings of the 17th International Conference and Workshops on Algorithms and Computation (WALCOM 2023)*, pp. 279–290, 2023.
- [9] 東北大学大学院情報科学研究科, 株式会社明電舎, 「配電損失の最適化と切替手順の同時算出が可能に一電力の発送電分離を目前に自動計算の手法開発—」, <https://www.tohoku.ac.jp/japanese/newimg/pressing/tohokuuniv-press> 20190627_01web_haiden.pdf (2023年3月30日閲覧)
- [10] 東北大学大学院情報科学研究科, 株式会社明電舎, 「A New Algorithm that Minimizes Distribution Loss and Calculates Switching Procedure」, https://www.is.tohoku.ac.jp/media/files/_u/topic/file1/pr_algorithm190805.pdf (2023年3月30日閲覧)
- [11] 千葉詩音, 「グラフの配送コスト最小化問題に関する研究」, 東北大学修士論文, 2017.
- [12] 安田宜仁, 湊真一, 竹延祐二, 林泰弘, “配電損失最小化問題のスケラブルな厳密解法,” 平成 28 年電気学会全国大会論文集, **6**, pp. 250–251, 2016.
- [13] 山口勇太郎, “配電損失最小化 —実グラフに潜む性質の活用—,” 2018 年情報科学技術フォーラム (FIT), **A-1-2**, 2018.
- [14] T. Inoue, K. Takano, T. Watanabe, J. Kawahara, R. Yoshinaka, A. Kishimoto, K. Tsuda, S. Minato and Y. Hayashi, “Distribution loss minimization with guaranteed error bound,” *IEEE Transactions on Smart-Grid*, **5**, pp. 102–111, 2014.
- [15] Y. Hayashi, S. Kawasaki, J. Matsuki, H. Matsuda, S. Sakai, T. Miyazaki and N. Kobayashi, “Establishment of a standard analytical model of distribution network with distributed generators and development of multi evaluation method for network configuration candidates,” *IEEJ Transactions on Power and Energy*, **126**, pp. 1013–1022, 2006.
- [16] 東北大学大学院情報科学研究科, 京都大学大学院情報科学研究科, 中部大学工学部, 株式会社明電舎, 「停電復旧の最短手順を算出するアルゴリズムを開発—多段融通にも対応、より広域な配電運用への活用に期待—」, https://www.tohoku.ac.jp/japanese/newimg/pressing/tohokuuniv-press20221107_03web_blackout.pdf (2023年3月30日閲覧)
- [17] 東北大学大学院情報科学研究科, 京都大学大学院情報科学研究科, 中部大学工学部, 株式会社明電舎, 「Development of Algorithm to Calculate Shortest Procedure for Power Restoration: Applicable to Multi-Stage Power Restoration, with Application Expected in Distribution System Operations on Wider Areas」, https://www.is.tohoku.ac.jp/media/files/_u/topic/file/pr_ito_en_final20221202.pdf (2023年3月30日閲覧)
- [18] 伊藤健洋, 川原純, 宋剛秀, 鈴木顕, 照山順一, 戸田貴久, “ZDD を用いた組合せ遷移ソルバーについての考察,” 2021 年度冬の LA シンポジウム, 京都大学数理解析研究所 RIMS 共同研究 (公開型), 情報社会を支える計算機科学の基礎理論, 2022.
- [19] 伊藤健洋, 川原純, 中畑裕, 宋剛秀, 鈴木顕, 照山順一, 戸田貴久, “ZDD を用いた組合せ遷移ソルバー,” 2022 年秋季研究発表会, 日本オペレーションズ・リサーチ学会, **2-B-2**, pp. 132–133, 2022.
- [20] T. Ito, J. Kawahara, Y. Nakahata, T. Soh, A. Suzuki, J. Teruyama and T. Toda, “ZDD-based algorithmic framework for solving shortest reconfiguration problems,” In *Proceedings of the 20th International Conference on the Integration of Constraint Programming, Artificial Intelligence, and Operations Research (CPAIOR 2023)*, pp. 167–183, 2023.