

# 特集にあたって

伊藤 健洋 (東北大学), 岡本 吉央 (電気通信大学)

組合せ遷移とは、組合せ的な性質をもつ構造が変化するさまに対する、数理モデル化、アルゴリズム設計、そして、実践応用を行う体系である。組合せ的な性質をもつ構造の例は、有限集合、グラフ、集合族、順列、分割など、枚挙に暇がないが、それらが時間軸に沿って変化する様子を考えるのである。

典型的な問題は到達可能性に関わるものである。これは、初期構造と目標構造があるとき、初期構造が時間に沿って目標構造に変化するか、あるいは、初期構造を時間に沿って目標構造に変化させられるか、ということを問う。変化を制御できないときは前者の問題となり、制御できるときは後者の問題となる。

本特集の目標は二つある。一つ目は、組合せ遷移の基本的な考え方を紹介し、読者の皆様が組合せ遷移を使えるようになることである。二つ目は、組合せ遷移の研究潮流と未解決問題を紹介し、読者の皆様が組合せ遷移の研究へと誘うことである。

伊藤の記事『組合せ遷移に関する最近の研究』では、組合せ遷移の基礎的な概念とその研究の歴史を紹介し、組合せ遷移の概念がここ数年で展開されてきた様子を概観する。伊藤は組合せ遷移研究の先駆者であり、後述する組合せ遷移に関する研究プロジェクトの領域代表も務めた。組合せ遷移研究が電力における配電制御の問題に端を発して生まれたこと、組合せ遷移における到達性判定問題の多くが PSPACE 完全であり、つまり、NP 完全問題よりも難しい問題であると予想されること、そして、研究プロジェクトから新しい研究の流れが生まれたことも説明している。本記事は本特集全体の導入としての役割ももっている。

川原純氏の記事『Reconfillion—組合せ遷移ソルバー—』では、組合せ遷移問題を実際に解くためのソルバーを解説する。特に、ゼロサプレス型二分決定グラフ (ZDD) を用いたアルゴリズムを詳述し、その基本的な考え方、そして、ソルバーの Python インターフェースである reconfillion、グラフィカル・ユーザ・インターフェースを通してソルバーを使える CoReViewer を紹介する。川原氏は ZDD に関するアルゴリズムやソフトウェアの開発のみならず、それをを用いて多くの領域

に関する問題を解決してきた。ZDD は潜在的にすべての解を圧縮して保持することになり、組合せ遷移と相性がよい。そのような専門性が組合せ遷移の研究において重要な役割を果たした様子は川原氏の記事からはっきりと読み取ることができる。

大館陽太氏の記事『組合せ遷移のアルゴリズム理論』では、組合せ遷移において中心的であると見なされる、グラフにおける組合せ遷移問題について、アルゴリズム設計技法や計算複雑性に関する結果を概観する。まず、組合せ遷移の文献において頻繁に登場する独立集合遷移問題を詳述し、グラフクラスの階層と計算複雑性の関係を明らかにする。次に、遷移問題に対するアルゴリズム的メタ定理を紹介する。アルゴリズム的メタ定理とは、ある種の論理式で記述できる問題を统一的に解くためのアルゴリズムを与える定理である。アルゴリズム的メタ定理の考察において、グラフの幅パラメータと呼ばれる量が重要となり、幅パラメータの階層とアルゴリズム的メタ定理の存在に関する最新の成果が述べられる。大館氏はグラフ・アルゴリズムのエキスパートで、近年は組合せ遷移におけるアルゴリズムの設計と解析も精力的に行っている。現代的なグラフ・アルゴリズムの研究において主要な概念となっている論理的アプローチや幅パラメータに関する導入としても本記事をお勧めしたい。

岩政勇仁氏の記事『彩色遷移問題から制約充足遷移問題へ』では、グラフにおける遷移問題が抽象的な枠組に昇華されていく一連の流れを概観する。グラフの彩色遷移問題は、大館氏の記事にあった独立集合遷移問題と並んで、頻繁に議論される組合せ遷移問題である。まず、グラフ彩色遷移問題を導入し、アルゴリズム設計技法として不変量を用いたアプローチを紹介する。次に、そのアプローチの本質を捉えるために導入された、遷移制約をもつ彩色遷移問題、彩色遷移問題を一般化したグラフ準同型遷移問題、そして、それをさらに一般化した制約充足遷移問題を解説する。その中で、貪欲法によるアプローチや標準解に基づくアプローチといったアルゴリズム設計技法も紹介する。この研究の流れにおいて、トポロジーや普遍代数 (ポリモルフィ

ズム)のような数学の概念が重要な役割を果たすことも言及され、本記事では組合せ遷移の研究における理論的な深さを鑑賞できる。

岡本の記事『離散幾何・計算幾何に現れる組合せ遷移』では、幾何学的な組合せ遷移問題を二つ紹介している。一つ目は、2次元点集合の三角形分割の辺フリップによる遷移である。二つ目は、凸多面体の1-骨格における遷移問題である。三角形分割はメッシュ生成、凸多面体の1-骨格は単体法のような最適化アルゴリズムといったオペレーションズ・リサーチの文脈でよく現れる概念に関連している。大館氏と岩政氏の記事では、解の到達可能性が議論の中心にあったが、本記事が対象とする二つの問題では到達可能性が自明であるため、解空間グラフの直径と最短路計算が主要な議論の対象となる。ここまでの記事がグラフにおける組合せ遷移を中心的に議論してきたこととは対照的に、本記事では他の組合せ構造にも組合せ遷移が自然に現れることが見て取れる。

鈴木顕氏の記事『最適化遷移配電網の切替手順の算出』では、組合せ遷移の考え方を電力システム、特に、配電網に応用した研究を紹介する。配電網においては、保守や災害復旧のためにスイッチの切替を行わなくてはならない場面が多く存在する。ただし、切替を順次行っていく任意の段階で配電網が望まない状態になってはならないという制約がある。このように、切替後の最終状態だけでなく、切替を行う途中の状態にも着目することは、組合せ遷移の考え方に合致する。そのため、組合せ遷移と最適化の考え方を組み合わせた「最適化遷移」の考え方を応用することで、配電網の切

替手順を求めるアルゴリズムを提案している。具体的には、配電損失の最小化と多段融通による停電復旧という二つの問題に対する研究を紹介し、特に後者においては、これまで対応が難しかった6段融通さえ可能となったことが説明されている。

本特集で紹介する研究成果には、科学研究費補助金・学術変革領域研究(B)『組合せ遷移の展開に向けた計算機科学・工学・数学によるアプローチの融合』(令和2年度~令和4年度)で得られたものがある。この研究プロジェクトには、(申請時の)平均年齢36.5歳という各分野の新進気鋭の若手研究者が参画し、2.5年間で組合せ遷移の計算機科学的側面、工学的側面、数学的側面に関する研究を相乗効果をもたらし合いながら行った。本特集の記事執筆者はこのプロジェクトの領域代表・総括班代表(伊藤)、総括班研究分担者(川原氏、鈴木氏、岡本)、計画研究班代表者(川原氏、伊藤、岡本)、計画研究班分担者(大館氏、岩政氏、鈴木氏)である。

研究プロジェクト自体は令和5(2023)年3月末に終了したが、プロジェクトから組合せ遷移の新たな展開が見えてきた。日本オペレーションズ・リサーチ学会においても、令和3年9月に最適化手法とアルゴリズム研究部会で、領域代表の伊藤が講演「組合せ遷移への招待」を行い、令和4年9月に秋季研究発表会(新潟)において、オーガナイズドセッション「組合せ遷移」を行い、普及活動を行ってきた<sup>1</sup>。本特集はそれらを補完する形でプロジェクトのまとめとも捉えられるもので、プロジェクトが到達した境地の一端を読者の皆様と共有できれば幸いである。

<sup>1</sup> 最適化手法とアルゴリズム研究部会の主査である谷川眞一先生(東京大学)、幹事である伊藤勝先生(日本大学)、2022年秋季研究発表会においてオーガナイズドセッションをご提案いただいた塩浦昭義先生(東京工業大学)に感謝する。