

Gourdsパズルができるまで

宇野 裕之

ごく最近、われわれは Gourds と呼ぶ新しいパズルを考案した。本稿では、その Gourds パズルを発想した経緯について説明する。

キーワード：スライディングブロックパズル，15 パズル，最短手数

われわれは最近新しいパズルを考案し、その理論的な解析結果などを研究論文として公表した [1]。パズルの詳細な説明や解析結果は当該論文を参照していただきこととし、本稿ではどのようにしてこのパズルを考案するに至ったのか、素人がパズルを発想する一例として、その経緯を紹介したいと思う。

パズル好きとして知られる研究者の一人にユトレヒト大学（オランダ）の Marc van Kreveld 氏がいる。彼は自作のパズルを自身のウェブページにいくつか公開もしている。そんな彼と筆者は、2014 年にとある国際会議で、筆者がオーガナイザーの一人として幾何的なパズルやゲームをトピックとする併設ワークショップを開催し、彼を講演者の一人として招待したのがおそらく最初の出会いであったと思う。

その後 van Kreveld 氏とは 2015 年に別の国際会議で再会し、そのときなにか新しいパズルを考案したいという話で盛り上がった。一言でパズルといってもそのジャンルは幅広いので、とりあえずまずは典型的かつ代表的なジャンルの一つであるスライディング（ブロック）パズルと総称される範囲で考えることにした。ここで重要なのは、この時点ですでに実際に手で触れて動かして遊べるパズルとして物理的に実装できることを想定していたことである。結果的には研究論文という形で公表することになったが、当初は純粋に楽しく遊べるパズルを発案しデザインし作りたいという思いであった。

スライディングブロックパズルといえば、その代表格は 15 パズルである（図 1）。15 パズルは、 $4 \times 4 = 16$ セルからなる正方格子盤面に、それぞれに 1~15 の数字が書かれた 15 枚の 1×1 正方形のピースがランダムに置かれた初期配置から、一回の操作で唯一の空白セルに隣接するピースの一つを上下左右いずれかの方

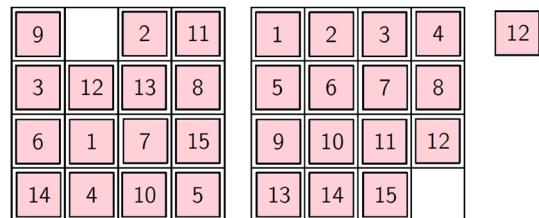


図 1 15 パズル
初期配置、目標配置と 1×1 ピース。

向へスライドさせ空白セルの位置に動かすことを繰り返し、数字が整列された配置に並べ替えることを目標とする。このパズルを原型としてなにか新しくて楽しいパズルを創り出すことはできないだろうか。

このパズルの構成要素を観察すると、(1) 盤面（正方格子）、(2) ピース (1×1 正方形)、および (3) 各ピースの動き（上下左右）であることがわかる。そこでまずはじめに、ピースを 1×2 長方形にすることを考えた。実際に 1×2 ピースを正方格子盤面に配置してみるとどうになるだろうか（想像してもらいたい）。ここで実際にピースをスライドさせることを考えると、上下左右方向への直進は容易にできるが、直角に曲がる動き（90 度回転）は、他ピースが障害になり物理的に難しそうに思える。この段階でピースの形状について思索した結果、ピースは 1×2 だけれども二つの 1×1 の接合部にくぼみをつくり外周の角を取り丸みを帯びさせて回転の動きを容易にしようという発想に至った（図 2 左）。こうしてデザインしたピースの形がひょうたんに見えたことが、今回考案した Gourds というパズルの名称の由来になっている。

ピースの大きさが偶数で、移動のための空白セルを 1 カ所設けるとすると、盤面の大きさは奇数になる。これを正方格子盤面で実現するためには、盤面は奇数 × 奇数の正方形または長方形となる。ためしに $5 \times 3 = 15$ セルの長方形盤面に Gourds ピース七つを配置してみると、たとえば図 2 右のようになる。 1×2 ピースを

うの ゆうし
大阪公立大学情報学研究科基幹情報学専攻
yushi.uno@omu.ac.jp

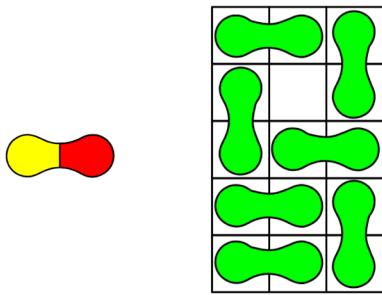


図2 Gourds ピースとその配置

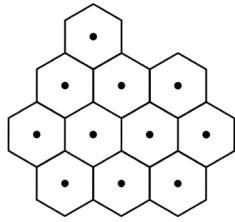


図3 六角格子盤面
盤面の大きさ（セルの数）は奇数。

ひょうたん形にしたことで、たしかにピースは引っかかりなく滑らかにスライドさせることができそうに見える。それではこれで意味のある遊べるパズルになるだろうか。少し考えると、実はそうではないことに気がつく。たとえばもっとも上にあるピースは決して最下段に移動させることはできない。ピースが盤面上を自由に移動できなければ、それは遊べるパズルにはなり得ない。

そこで次に考えたのは、盤面が正方格子であるという制約から離れることであった。正方形以外にも平面を充填する正多角形はあるので、正六角形ではどうだろうか。たとえば図3に示すような各セルが正六角形からなる六角格子盤面である。この盤面を採用することで、ピースにさまざまな新しい動きを与えられることがわかった。具体的には、通常の直進スライドに加えて進行方向に向かって60度回転しながら進む（時計、反時計）ターン、さらにはピースの片端を固定したまま他方の端を60度回転させる（時計、反時計）ピボットである（図4）。ピースの動きにこれだけの自由度があれば、正方形盤面のときは異なりピースのさまざまな配置の間を移り合うことが可能になるのではないかと考えた。

パズルの問題設定としては次の二つを考えた。一つ目は、15パズルのように各ピース（の 1×1 部分）が固有の数字をもち、所与の目的の配置に移動させること（図5上）。もう一つは、各ピース（の 1×1 部分）

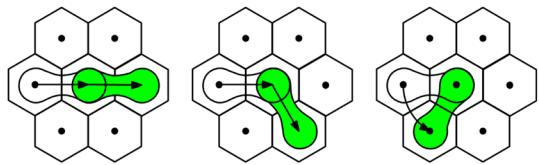


図4 六角格子盤面上のGourds ピースの3種類の動き
左から直進、ターン、ピボット。

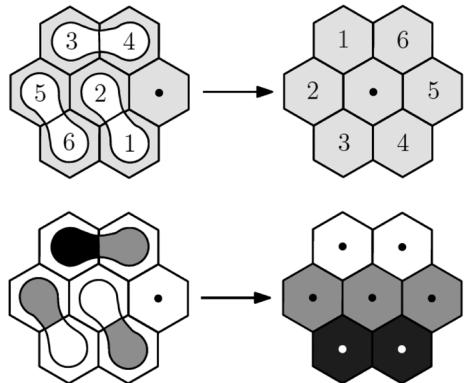


図5 二つの問題設定

二つ目の問題設定ではピースの色として赤、青、緑を想定しているが、ここでは印刷の都合上、白、グレー、黒を用いている。

が色をもち、目標の配置も数字ではなく色で与えられているものである（図5下）。このとき、複数のセルが同色となることが可能である点が一つ目の設定とは異なる。あとは、このアイデアをパズルとして成立させるためには、どのような初期配置からでも適当に設定された目標配置に必ずピースを移動させ到達できることを保証する必要があった。すなわち、任意の二つの配置間を自由に移り合えることが要件と考えた。

その後、Joep Hamersma氏とTom van der Zanden氏をメンバーに加え、最終的に盤面に穴がなく盤面に対応するグラフ（双対グラフ）が2連結であるかぎり、唯一の例外を除いてどのような初期配置からも任意の目標配置にピースを移動させることができ、いずれの問題設定においても可能であることを示した[1]。このことは、われわれが考案したこのアイデアが、（われわれが考える意味で）パズルとして成り立つことを意味する。ほかにもこの論文では、 n をピース数（したがって盤面サイズは $2n+1$ ）として、任意の二つの配置の間を $O(n^2)$ の手数で移り合えることを示している。図6は、共著者の一人のvan der Zanden氏が作ったこのパズルの試作品である。実物のパズルにはまだまだ改善の余地が多く、いつかそれらを解消して量産できることを望んでいる。



図 6 Gourds パズルの物理的な実装
ピースの実際の色は赤、青、緑。

いつもは遊ぶ対象としてだけのパズルであったが、今回、パズルを考案することには遊ぶのとは全く質の異なる大きなよろこびがあることを発見したのは貴重な経験であった。それとともに、このようなパズルを

日常的に生み出すプロ作家の偉大さを再認識した。最後にこのパズルにまつわるクイズを出題してこの記事の結びとする。

問題. 論文 [1] での結果から、図 5 上左の配置から上右の配置へは Gourds ピースの 3 種類の動きで必ず到達できる。それではその最短手数は何手か。

参考文献

- [1] J. Hamersma, M. J. van Kreveld, Y. Uno and T. C. van der Zanden, “Gourds: A sliding-block puzzle with turning.” In *Proceedings of the 31st International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC)*, LIPIcs 181, pp. 33:1–33:16, 2020.