

外来患者の待ち時間分布とその活用

市原 寛之

博士後期課程の学生のときに、病院における外来患者の待ち時間推定のための確率モデルを作成し、このモデルにおける患者の待ち時間分布を導出した。導出した待ち時間分布を用いて、患者の待ち時間を短くする観点から、各予約枠の予約可能人数の組合せをどう設定すればよいか示した。本稿では、博士後期課程のときの研究概要と、提案した確率モデル、研究の展望について述べる。

キーワード：確率モデル、外来患者、時間帯予約枠、待ち時間

1. はじめに

博士後期課程の3年半では、ヘルスケアに関する諸問題を背景に、麻酔科医のシフトスケジューリングシステムに、リスケジューリングの機能を加えることや、外来患者の待ち時間解析に関する研究を行った。博士論文は、後者の内容で、「病院における外来患者の待ち時間分布の導出とその活用」という題目で執筆した。

博士論文では、診療予約制を導入する病院における、外来患者の待ち時間が起こる状況を模擬した確率モデルを作成し、このモデルにおける患者の待ち時間分布の導出過程と、導出した待ち時間分布の活用法を提案している。はじめに、病院における診察待ち時間の現状および本研究の背景を述べたいと思う。

平成26(2014)年度の受療行動調査の概況[1]をもとに、診察時間が10分未満の患者の、待ち時間分布の図を作成した(図1)。この図を見ると、診察待ち時間が30分以上である割合が46.84%であり、診察時間は短い、待ち時間が長くなる患者が半数程度占めていることがわかる。また、令和2(2020)年度の受療行動調査の概況によると、診察までの待ち時間は、他の項目に比べ、満足の割合が最も低く、不満の割合が最も高いこともわかる[2]。

診察待ち時間短縮化のために、病院ではさまざまな施策が行われているが、その一つとして、診療予約制の導入が挙げられる。博士後期課程の研究では、各患者の待ち時間が短くなるよう、効率的に診療予約制を運用するにはどうすればよいか、その知見を得ることを目指した。

日本の病院における診療予約制は、以下の二つに大

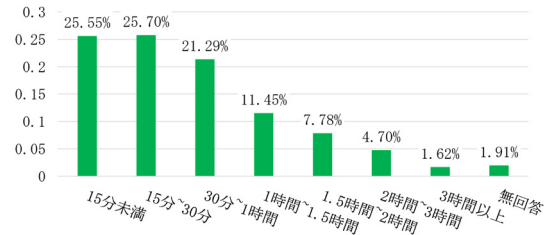


図1 診察時間が10分未満の患者の診察待ち時間の分布 [1]

別される。

1. 事前に予約した患者のみを診察する完全予約制
2. 2種類の患者(事前に予約した患者と予約せず来院する患者)を共に診察する診療予約制

ここで、2.の「事前に予約した患者と予約せず来院する患者を共に診察する診療予約制」を導入する病院において、患者の診察待ち時間を短くするように診療予約制を効率的に運用することは、学術的にも未解決で困難な問題である。

われわれは、診察待ち時間の長期化の原因として、「一つの予約枠の長さ」や「各予約枠の予約可能人数」などの診察室を設計する各要因を、診察待ち時間が短くなるように、適切に設定できていないことに考えた。各診察室における、患者の平均診察時間、患者の来院人数などのデータから、患者の待ち時間を推定できれば、「一つの予約枠の長さ」や「各予約枠の予約可能人数」などの要因を、あらかじめ診察待ち時間が短くなるように設定でき、各患者の待ち時間の短縮化につながるのではないかと考えたことが研究の始まりであった。

1.1 博士論文の概要

本節で博士論文の大まかな概要を述べる。2種類の患者が混在する、時間帯予約制(2節で詳述する)を導入する病院を対象とし、外来患者の待ち時間推定のための確率モデルを作成した(モデルの概要は文献[3]

いちほら ひろゆき
中部大学経営情報学部
〒487-8501 愛知県春日井市松本町1200
ichi0305@isc.chubu.ac.jp

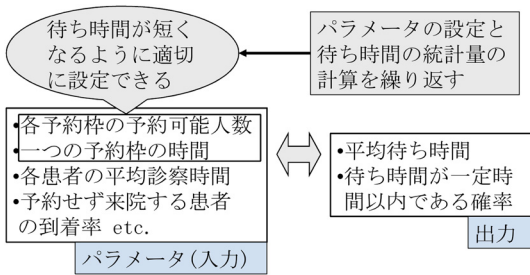


図2 モデル活用法のイメージ

にまとめた)。このモデルから、

- 各予約枠の予約可能人数
- 一つの予約枠の長さ
- 患者の平均診察時間
- 予約せず来院する患者の到着率

などの、診察室を設計する各要因をパラメータとし、患者の待ち時間分布を導出した。対象となる診察室の過去データに基づいてパラメータ設定すると、患者の待ち時間の分布関数を数値的に計算でき、「患者の待ち時間が一定時間以内である確率」を計算できた。パラメータの設定と、上の確率の計算を繰り返すことで、診察待ち時間を短くするパラメータを求めることができ(図2)、求めたパラメータに基づいて、各要因を設定すれば、待ち時間を実際に短くできることが想定された。

博士論文では、この確率モデルから求める、各患者の待ち時間の分布関数の導出過程を述べ、導出した分布関数を用いて次の数値例を示した。

五つの予約枠に、合計15人の予約を割り当てることができるとし、各患者の待ち時間が一定時間以内である確率を最も大きくする、各予約枠の予約可能人数の組合せを、各患者の待ち時間の分布関数を用いて求めた。組合せは、早い時間帯に予約可能人数が多いもの、遅い時間帯に予約可能人数が多いもの、すべての枠で予約可能人数が同じもの、の五つ(表1)を用意し、この中で患者の待ち時間が短くなる観点から、どの組合せに基づき、予約可能人数を設定することがよいか示した。

この数値例から、組合せIV、Vのように、早い時間帯に予約可能人数を多く設定するより、組合せII、IIIのように、遅い時間帯に予約可能人数を多く設定すると、各患者の待ち時間を短くできることがわかった。

さらに、医師が1人の待ち行列を並列させ、医師が2人のモデルを作成した。医師が2人のモデルは、各予約枠の予約可能人数を、2人の医師で分け、予約せ

表1 予約可能人数の組合せ

予約枠 番号	予約可能人数組合せ				
	I	II	III	IV	V
1	3	1	2	4	5
2	3	1	2	4	5
3	3	3	3	3	3
4	3	5	4	2	1
5	3	5	4	2	1

ずに来院する患者を、1人目の医師と2人目の医師に交互に割り当てるよう定めた。

表1における組合せIIIをもとに、各予約枠の予約可能人数を設定し、医師1人のモデルにおける、各患者の待ち時間が一定時間以内である確率と、医師2人のモデルにおける、各医師の各患者の待ち時間が一定時間以内である確率を比較し、医師を2人にする事で、各患者の待ち時間がどの程度短くなるかを示した。

ただし、これらのモデルは、空き時間を考慮しない近似(近似については2.2節で述べる)を行っているため、ある予約枠における、すべての患者の診察が、次の枠の開始時刻より早く終了する場合でも、次の枠の予約患者が既に来院しており、医師は連続して診察を行う状況を想定している。

空き時間(医師の待ち時間)を考慮し、予約可能人数を設定することも必要であり、文献[4]では、このモデルから求める、各患者の期待待ち時間を利用し、医師の待ち時間を考慮したうえで、すべての患者の待ち時間をなるべく公平に最小化するための、各予約枠における予約可能人数の最適化法の一つを提案している。

以下では、2節で、博士後期課程のときに提案した確率モデルの概要と、このモデルにおける各予約患者の期待待ち時間を述べる。3節で、文献[4]における、各予約患者の期待待ち時間の近似精度(近似については2.2節で述べる)について述べる。

2. 確率モデル [3]

2.1 対象となる診療予約制

次に述べる、2種類の患者が混在する時間帯予約制を導入した病院における、各患者の待ち時間を推定する確率モデルを作成した。

予約枠：時間区間(ex. 30分)として定める。

患者種類：以下の2種類を考察

1. 予約患者：事前に予約を取り来院する患者を指す。この患者は、診察内容が大方決まっており、診察時間が短くなる傾向にある。
2. 初診患者：予約せず来院する患者を指す。この

患者は、診察内容は決まっておらず、診察時間が予約患者より長くなる傾向にある。

各患者の医師への割り当て方：

1. **予約患者：**予約患者は、同じ枠に診察を受ける患者の中で、初診患者より優先的に診察に割り当てられる。
2. **初診患者：**初診患者は、各枠の全予約患者の診察が終了後に診察が始まる。各枠の終了時刻までに診察可能である人数を定めているため、初診患者が到着した時点で、その時点までの初診患者の累積の来院人数が多い場合、到着した枠より後ろの枠に回されるように割り当てられる。

上記の診療予約制を基に作成した、確率モデルの概要について次に述べる。

2.2 確率モデルの概要

われわれは、2.1節で示した、診療予約制を模擬した確率モデルを作成し、各患者の待ち時間の統計量を計算することを試みた。ただし、この確率モデルにおける、各患者の待ち時間の統計量を厳密に計算することを試みると、枠番号が大きくなるほど、場合分けによる事象の数が非常に多くなり、計算が系統的にできなくなった。

そこで、空き時間を考慮しない近似(図3)を行い、各患者の待ち時間の統計量を算出した。このことは、すべての患者の診察が連続で行われることを意味する。ただし、この近似によりいくつか矛盾が生じ、そこがこのモデルの厄介な点であった。たとえば、系内の患者の人数が少ない場合、「2枠のすべての予約患者の診察終了時刻」が「1枠の本来の枠の終了時刻」より小さいことが起こりうる。このことは、2枠のすべての予約患者の診察が、本来の1枠の患者の診察時間帯に、終わることになり、本来の「2枠の予約患者」の意味との矛盾が生じる。

ただし、この場合を取り扱えなくとも、実際の病院の現場では、診察室は非常に混雑しており、このよう

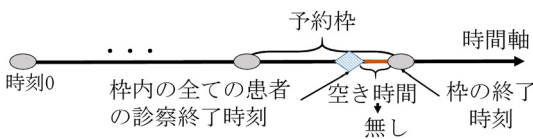


図3 仮定



図4 予約枠

な状況に基づいて考えると、「2枠のすべての予約患者の診察終了時刻」が、「1枠の本来の枠の終了時刻」より小さい事象の確率は極めて小さいであろうと考えた。

実際に、このモデルにおける、各患者の期待待ち時間の近似精度はどの程度なのか、博士後期課程のときには、比較結果を示せなかったのだが、文献[4]を執筆する際に示したため、3節で述べる。

次に、このモデルの定式化について述べる。患者種類の添字集合を $\mathcal{I} = \{1, 2 | i = 1 : \text{予約患者}, i = 2 : \text{初診患者}\}$ 、予約枠の添字集合を $\mathcal{L} = \{1, 2, \dots, l_{\max}\}$ とおく。時刻0を病院の診察開始時刻と仮定する。 T を一つの枠の長さとし、予約枠 l (l 枠) ($l \in \mathcal{L}$) を、時間区間 $[(l-1)T, lT]$ で定める(図4)。さらに、 l 枠の予約可能人数を N^l とし、すべての予約枠は、予約で一杯であると仮定する。 l 枠の全患者の診察終了時刻を確率変数 E_l (便宜上、 $E_0 := 0$) とおく。

本稿では、確率変数 X の分布関数を $F_X(x)$ 、確率密度関数を $f_X(x)$ で表す。 l 枠の予約客の中で k 番目に診察を受ける予約患者 ($i = 1$) の診察時間を、確率変数 S_{1k}^l 、病院の診察開始時刻から k 番目に来院する初診患者 ($i = 2$) の診察時間を、確率変数 S_{2k} とおく。文献[5]では、東大病院における外来患者の待ち時間を調査しており、患者のサービス時間が、アーラン分布に近いことを述べている。ここから、種類 $i \in \mathcal{I}$ の患者の診察時間は平均 $1/\mu_i$ 、次数 k_i のアーラン分布に従う。

各患者の待ち時間は、到着時刻から診察開始時刻までの時間と定める。次に予約患者および初診患者の診察順序と到着法則について述べる。

【予約患者】

各枠の予約患者の診察は、前の予約枠の患者の診察がすべて終了すると直ぐに開始される。空き時間を考慮しない近似より、予約患者の到着時刻は、便宜上、次の二つの場合で異なる。

- (i) 直前の枠のすべての患者の診察が、次の枠の開始時刻より前に終了する ($E_{l-1} < (l-1)T$)。
- (ii) 直前の枠のすべての患者の診察が、次の枠の開始時刻までに終了しない ($E_{l-1} \geq (l-1)T$)。

(i) の場合、空き時間を考慮しない近似より、予約患者は遅くとも、前の予約枠のすべての患者の診察終了時刻に到着していると仮定する(モデル上は、直前の予約枠の最後の患者の診察終了時刻 E_{l-1} に N^l 人同時到着すると考える)。この場合、予約患者の待ち時間は、直前の枠の最後の患者の診察終了時刻から測る(図5)。

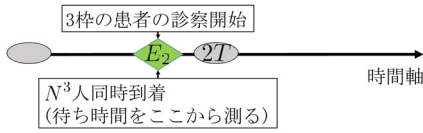


図5 $E_{l-1} < (l-1)T$ (例, $l=3$)

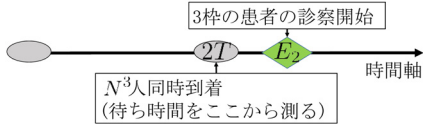


図6 $E_{l-1} \geq (l-1)T$ (例, $l=3$)

(ii) の場合, 予約患者はその枠の開始時刻 $(l-1)T$ に N^l 人同時到着すると仮定する. そのため, 予約患者の待ち時間は, 枠の本来の開始時刻から測る (図6).

これらの予約患者の到着法則は, 予約患者がなるべく早めに来院することが多い傾向を反映させている.

【初診患者】

l 枠に来院する初診患者は, 到着率 $\lambda_2^l (l \in \mathcal{L})$ のポアソン到着に従い, 来院する. このことより, l 枠に t 時間の間に来院する初診患者の人数 $N_2^l(t) (l \in \mathcal{L})$ は, 平均 $\lambda_2^l t$ のポアソン分布に従う.

$$P(N_2^l(t) = k) = \frac{(\lambda_2^l t)^k}{k!}.$$

初診患者の診察は, 同じ枠のすべての予約患者の診察終了後に開始され, 次の予約枠以降に来院する予約患者の診察より, 基本は優先して診察が行われる.

ただし, l 枠の終了時刻までに診察可能である初診患者の累積人数を $n_l (l \in \mathcal{L})$ と定めているため, l 枠に来院した初診患者の診察は, その患者の到着時刻までの初診患者の累積来院人数が, n_l 人を超えている場合は, $l+1$ 枠以降に行われる. この場合は, 初診患者が診察を受ける枠において, 予約患者の診察を追い越すことができない.

また, 計算の都合上, l 枠に来院した初診患者は, $l+5$ 枠より後ろの枠で診察を受けることができず, $l+5$ 枠までに必ず診察を受けると仮定する.

2.3 予約患者の期待待ち時間

l 枠の予約客の中で k 番目に診察を受ける予約患者の待ち時間を表す確率変数を W_{1k}^l とおく. 前節の予約患者の到着規則における (i), (ii) の各場合に, W_{1k}^l を示す. 紙面の都合上, (i) の近似した場合のみ待ち時間を詳述する. また, 空和は 0 と約束する.

(i) $E_{l-1} < (l-1)T$ の場合: 予約患者は時刻 E_{l-1}

に N^l 人同時到着し, 到着後直ぐに, l 枠の予約患者の診察が先頭から始まる. k 番目の予約患者の診察は, 前に並ぶ $k-1$ 人の患者の診察が終了後に始まる. そのため, 待ち時間は前に並ぶ $k-1$ 人の患者の診察時間の和となる.

$$W_{1k}^l = \sum_{i=1}^{k-1} S_{1i}^l, \quad k \in \{1, \dots, N^l\}, \quad l \in \mathcal{L} \setminus \{1\}. \quad (1)$$

(ii) $E_{l-1} \geq (l-1)T$ の場合:

$$W_{1k}^l = E_{l-1} - (l-1)T + \sum_{i=1}^{k-1} S_{1i}^l, \quad k \in \{1, \dots, N^l\}, \quad l \in \mathcal{L}. \quad (2)$$

式 (1), (2) をまとめると, W_{1k}^l は次式で与えられる.

$$W_{1k}^l = \max\{E_{l-1} - (l-1)T, 0\} + \sum_{i=1}^{k-1} S_{1i}^l, \quad k \in \{1, \dots, N^l\}, \quad l \in \mathcal{L}. \quad (3)$$

式 (3) は, 期待値と分布関数, 確率密度関数を計算できるが, 本稿では, 紙面の都合上, 期待値のみ載せる. 式 (3) の期待値は, 次式で書ける.

$$E[W_{1k}^l] = E[E_{l-1}] - \int_0^{(l-1)T} t f_{E_{l-1}}(t) dt - (l-1)T\{1 - F_{E_{l-1}}((l-1)T)\} + \frac{k-1}{\mu_1}. \quad (4)$$

本モデルでは, 空き時間を考慮しない近似より, E_l を l 枠までの各患者の診察時間を表す確率変数の総和で表す (図7).

$$E_l = \sum_{l'=1}^l \sum_{k=1}^{N^{l'}} S_{1k}^{l'} + \sum_{k=1}^{\min\{n_l, \overline{N}_2^l(T)\}} S_{2k}, \quad l \in \mathcal{L}, \quad (5)$$

ただし, $\overline{N}_2^l(T) := \sum_{l'=1}^l N_2^{l'}(T)$ である.

式 (5) の第1項は, l 枠までの予約可能人数の総診察時間を表し, 第2項は, l 枠までの初診患者の総診察時間を表す. 初診患者は, l 枠の終了時刻までに診察

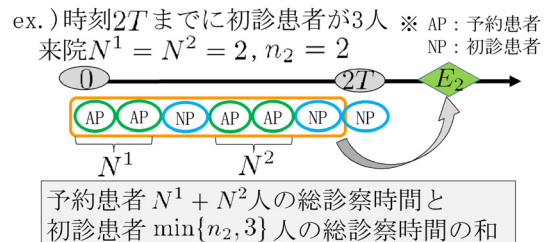


図7 E_l の構造 (例, $l=2$)

可能である初診患者の累積人数 n_l を設けているため、 $\min\{n_l, \bar{N}_2^l(T)\}$ が、 l 枠までに診察を受ける初診患者の人数を表している。

式 (5) のように、各患者の診察時間の総和で E_l を表したため、この値の期待値と分布関数、確率密度関数を計算できるようになった。

ただ、 E_l の分布関数や確率密度関数の計算は、非常に煩雑になり、あまり綺麗な形で求まらないのが非常に難点であった。

本稿では、紙面の都合上、 E_l の期待値のみ載せる。

$$E[E_l] = \frac{\bar{N}^l}{\mu_1} + \sum_{j=1}^{n_l} \frac{(\bar{\lambda}_2^l T)^j}{\mu_2 (j-1)!} e^{-\bar{\lambda}_2^l T} + \frac{n_l}{\mu_2} \sum_{j=0}^{n_l} \left\{ 1 - \frac{(\bar{\lambda}_2^l T)^j}{j!} e^{-\bar{\lambda}_2^l T} \right\}, \quad (6)$$

ただし、 $\bar{\lambda}_2^l := \sum_{l'=1}^l \lambda_2^{l'}$ である。式 (6) を式 (4) に代入し、 $\bar{N}^l := \sum_{l'=1}^l N^{l'}$ とおくと、次式を得る。

$$E[W_{1k}^l] = \frac{\bar{N}^{l-1} + k - 1}{\mu_1} + e^{-\bar{\lambda}_2^{l-1} T} \sum_{j=1}^{n_{l-1}} \frac{(\bar{\lambda}_2^{l-1} T)^j}{\mu_2 (j-1)!} + \frac{n_{l-1}}{\mu_2} \left\{ 1 - e^{-\bar{\lambda}_2^{l-1} T} \sum_{j=0}^{n_{l-1}} \frac{(\bar{\lambda}_2^{l-1} T)^j}{j!} \right\} - \int_0^{(l-1)T} t f_{E_{l-1}}(t) dt + (l-1) T F_{E_{l-1}}((l-1)T) - (l-1)T, \quad k \in \{1, \dots, N^l\}, \quad l \in \mathcal{L}. \quad (7)$$

3. 期待待ち時間の近似精度

前節で示した、各予約患者の期待待ち時間は、空き時間を考慮しないモデルにおける各患者の期待待ち時間となる。本節では、文献 [4] において述べた、空き時間を考慮しないモデルにおける予約患者の期待待ち時間と、考慮するモデルにおける予約患者の平均待ち時間を比較した結果を述べる。比較の際の主なパラメータの値を下記する。

パラメータ

- (i) 医師数：1
- (ii) 1 枠の時間、 T (分)：30
- (iii) 各予約枠の予約可能人数、 N^l (人) ($l \in \mathcal{L}$)：
 $N^1 = 3, N^2 = 3, N^3 = 3, N^4 = 3, N^5 = 3$
- (iv) 種類 i の患者の平均診察時間、 $1/\mu_i$ (分) ($i \in \mathcal{I}$)：
 $1/\mu_1 = 10.81, 1/\mu_2 = 11.57$
- (v) アーラン分布の次数、 k_i ($i \in \mathcal{I}$)： $k_1 = 3, k_2 = 2$
- (vi) l 枠の終了時刻までに診察が可能である初診患者の人数、 n_l (人) ($l \in \mathcal{L}$)：
 $n_1 = 1, n_2 = 2, n_3 = 3, n_4 = 4, n_5 = 5$

- (vii) l 枠の初診患者の平均到着人数、 $\lambda_2^l T$ (人) ($l \in \mathcal{L}$)：
 $\lambda_2^1 T = 1, \lambda_2^2 T = 2, \lambda_2^3 T = 2, \lambda_2^4 T = 1, \lambda_2^5 T = 0$

上記の各パラメータでは、各予約枠の予約可能人数が 3 人、各予約患者の平均診察時間が 10.81 分であるため、一つの枠において、初めの子約患者の診察開始時刻から、最後の予約患者の診察終了時刻までの平均時間が約 32 分となり、 $l \in \{1, \dots, 5\}$ 枠における全患者の診察終了時刻の期待値 $E[E_l]$ が l 枠の本来の終了時刻 lT より大きくなる ($E[E_l] > lT$)。

空き時間を考慮するモデルにおける平均待ち時間は、各患者の診察時間と初診患者の到着時間間隔を、それぞれアーラン分布、指数分布に従う擬乱数として生成し、シミュレーションを 10 万回繰り返し、その平均を算出する。

二つのモデルにおける、各予約患者の平均待ち時間を比較した結果を、表 2 に示す。表 2 を見ると、自明ではあるが、空き時間を考慮しないモデルにおける平均待ち時間が、考慮するモデルにおける平均待ち時間より多少短く算出されることがわかる。また、1 枠 (診察番号が 1~3) の各予約患者は、二つのモデルともに、時刻 0 から診察が始まるため、各予約患者の平均待ち時間の相対誤差は 0% となる。2 枠以降 (診察番号が 4 以降) の各枠における、二つのモデルの各予約患者の平均待ち時間は差が生まれるが、相対誤差は、5% 以内に抑えられている。

よって、すべての枠で患者が溢れているパラメータ設定 ($E[E_l] > lT, l \in \{1, \dots, 5\}$) の下では、空き時間を考慮しないモデルにおける、各予約患者の平均待ち

表 2 各予約患者の平均待ち時間と相対誤差

診察番号	平均待ち時間 (分)		相対誤差 (%)
	空きなし	空きあり	
1	0.0	0.0	0.0
2	10.8	10.8	0.0
3	21.6	21.6	0.0
4	11.3	11.4	0.9
5	22.1	22.1	0.0
6	32.9	33.0	0.1
7	25.7	27.0	4.5
8	36.6	37.8	3.3
9	47.4	48.6	2.5
10	40.3	42.0	4.1
11	51.1	52.8	3.3
12	61.9	63.6	2.7
13	53.4	55.3	3.4
14	64.2	66.0	2.7
15	75.1	76.9	2.3

時間の推定精度は高いことがわかった。

4. おわりに

本稿では、博士後期課程における研究の大まかな概要と確率モデルについて述べた。

最後に確率モデルを利用した研究の発展を述べたいと思う。確率モデルを利用した研究における、今後の研究の発展としては、主に以下の二つが考えられる。

(i) 予約スケジューリング手法の提案

(ii) 確率モデルの精緻化

一つ目は、確率モデルを使った、予約スケジューリング手法の提案である。これの一例として、各予約枠の予約可能人数の最適化法について、文献 [4] で報告した。具体的には、午前・午後の診察時間帯に割り当てる予約可能人数の総数を、各予約枠へ配分する際に、各患者の待ち時間をなるべく公平に短くするように、各予約枠へ配分する手法を、本モデルにおける期待待ち時間を利用し、組合せ最適化問題で定式化した。この問題で得られた配分に基づき、各予約枠の予約可能人数を設定すると、各患者の待ち時間をなるべく公平に短くすることができると想定している。

二つ目は、本モデルの精緻化である。本モデルでは、

現実に起こり得る事からの一部を考慮できていない。たとえば、予約患者が予約時刻より遅れて来院する状況や、予約患者が予約したが来院しない状況である。

このような、実際の病院で起こり得る現象をモデルに組み込み、このモデルを、現実の「待ち」が起こる状況に、より近づけることができればよいと考えている。

謝辞 本稿を執筆する機会を与えてくださりました OR 学会機関誌編集委員会の皆様に感謝申し上げます。

参考文献

- [1] 厚生労働省, 平成 26 年受療行動調査 (概数) の概況, <https://www.mhlw.go.jp/toukei/saikin/hw/jyuryo/14/dl/kekka-gaiyo.pdf> (2022 年 3 月 12 日閲覧)
- [2] 厚生労働省, 令和 2 (2020) 年受療行動調査 (概数) の概況, <https://www.mhlw.go.jp/toukei/saikin/hw/jyuryo/20/dl/kekka-gaiyo.pdf> (2022 年 3 月 12 日閲覧)
- [3] 市原寛之, 鈴木敦夫, 三浦英俊, “外来患者の待ち時間の分布関数による評価とその診療予約枠の人数決定問題への応用,” 情報処理学会論文誌: 数理モデル化と応用, **13**, pp. 23–37, 2020.
- [4] 市原寛之, “外来患者の期待待ち時間を用いた診療予約枠への予約人数配分問題,” 日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌, **13**, pp. 22–48, 2022.
- [5] 松田光生, 本田勝紀, 内田勝也, 樫田良精, “東大病院における外来患者の待時間の問題について,” 医用電子と生体工学, **5**, pp. 139–142, 1967.