企業の資金調達と流動化戦略

芝田　隆志，西原　理

本稿では，金融工学のオプション価格式を適用したコーポレートファイナンス理論モデルを用いて，企業の株式や負債価値の評価式を導出し，企業が流動化（清算）されるときに残余価値を最大化できる場合とできない場合の二つのケースを考察し，このような事後的な行動の有無が，企業の投資行動や資金調達などの事前的な行動にどのような影響を与えるかについて明らかにする．

キーワード：オプション理論，投資行動と資金調達，倒産，流動化

1. はじめに

本稿では，金融工学のオプション価格式を用いて，コーポレートファイナンス研究の中心課題, 企業の投資行動と資金調達との間の相互作用について考察する[1]．具体的には，企業があるプロジェクト（財・サービスの供給）を開始する際，財・サービスを供給するために必要な設備費用を，負債の発行により調達するとしよう．このとき，企業はプロジェクト開始後のあらゆる状況を考慮に入れて，投資や資金調達に関する最適な戦略を決定する．たとえば，企業はプロジェクト開始後に，財・サービスの供給から十分なキャッシュ・フローを獲得できているならば，倒産や流動化（清算）などを考える必要はない．しかしながら，企業はプロジェクト開始後に，もしキャッシュ・フローを十分に獲得できていないならば，倒産または流動化を選択せざるを得ない．また，もし企業は流動化されるとき，企業は残余価値を最大化できる場合とできない場合の二つのケースを考えることができる．本稿では，このような流動化における（事後的な）行動の有無が，企業の（事前的な）設備投資額，プロジェクト開始時刻，負債発行額にどのような影響を与えるかについて，モデル分析を通じて明らかにする．

2. モデル

ある財・サービス市場において，リスクに対して中立的な企業が，その財・サービスの供給を開始しようと考えている．いま，財・サービスの供給量を $q>0$，財・サービスを供給するための設備費用（額）を $I(q)>0$，財・サービス一単位あたりの価格を $X(t)$ と表し，確率微分方程式

$$\frac{\mathrm{d}X(t)}{X(t)}=\mu\mathrm{d}t+\sigma\mathrm{d}z(t),\ X(0)=x>0 \qquad (1)$$

に従うと仮定する．ただし，$\mu>0$ と $\sigma>0$ を定数，$z(t)$ を標準ブラウン運動とする．また，リスク中立な割引率を $r>0$ と表記し，Dixit and Pindyck [4] に従い，$r>\mu$ を仮定する．このとき，任意のプロジェクト開始（投資）時刻 T^{i} において，もし企業は設備費用を投下するならば，プロジェクト開始後の任意の時刻 $t\geq T^{\mathrm{i}}$ において，企業は（税引き前）キャッシュ・インフロー $qX(t)$ を時間に関して連続的に獲得することになる．

設備費用 $I(q)$ は，財・サービスを供給するため，工場や機械などを設置するための支出額を意味し，財・サービスの供給量 q に関して増加関数と仮定する．特に，財・サービスの供給量 q の増加は，企業の設備費用 $I(q)$ と，企業の収入となるキャッシュ・インフロー $qX(t)$ の両方を増加させるトレード･オフの関係となっている．数学的には，設備費用 $I(q)$ は，

$$I(0)>0, I'(q)>0, I''(q)>0, \Big(\frac{qI'(q)}{I(q)}\Big)'>0 \qquad (2)$$

の四つの条件を満たすと仮定する．特に, 設備費用 $I(q)$ は，供給量 q に関して増加かつ凸関数となることを意味している．この四つの条件を仮定することにより，企業は最適な供給量 q を一意に導出することが可能となる．詳細については，Shibata and Nishihara [5] を参照されたい．

しばた　たかし
東京都立大学大学院経営学研究科
〒 192–0397 東京都八王子南大沢 1–1
tshibata@tmu.ac.jp
にしはら　みち
大阪大学大学院経済学研究科
〒 560–0043 大阪府豊中市待兼山 1–7
nishihara@econ.osaka-u.ac.jp

[1] オプション価格式をコーポレートファイナンス研究に適用した先駆的な研究としては，Merton [1], Black and Cox [2], Leland [3] などがある．

プロジェクト開始時刻 T^{i} において，企業は設備費用 $I(q)$ を金融資本市場から調達するために，負債として永久債（満期が無限）を発行することができると仮定する．このとき，永久債のクーポンを $c \geq 0$ と表記し，もし企業は永久債を発行するならば，企業はキャッシュ・アウトフローとしてのクーポン c を債権者に時間に関して連続的に支払うことなる．それゆえ，もし企業は負債を発行してプロジェクトを開始するならば，時刻 $t > T^{\mathrm{i}}$ における企業の（税引き後）キャッシュ・フローは，

$$(1-\tau)(qX(t)-c) \geq 0$$

となる．ただし，$\tau > 0$ は法人税率を表すパラメータである．

任意の時刻 $T^{\mathrm{l}}(\geq T^{\mathrm{i}})$ において，企業はプロジェクトを停止することができ，プロジェクトの停止は企業の流動化（清算）を表すと仮定する．特に，企業が流動化されるとき，企業はその残余価値を最大化できると仮定しよう．このとき，企業が流動化に対して支払わなければない費用を $\alpha L(q)$ と表記すると，企業の残余価値は $(1-\alpha)L(q)$ となる．ここで，$\alpha \in (0,1)$ を倒産費用パラメータ，価値 $L(q)$ は，設備費用 $I(q)$ に依存し，

$$L(q) := \max_{k \in [0,1) \cap [0,1-s]} \{(s+k)I(q) - g(k)\} \geq 0 \quad (3)$$

と仮定する．ここで，$s \in [0,1]$ を（流動化に対して）費用を要しない可逆の割合，k を費用を要する可逆の割合，$s+k \in [0,1]$ を可逆の合計割合とする．すなわち，s は外生変数（パラメータ），k は内生変数となり，可逆の合計割合は $s+k \leq 1$ となる．また，$g(k) \geq 0$ は，k に対する費用関数であり，

$$g(0)=0, g'(k)>0, g''(k)>0, \lim_{k \uparrow 1} g(k) = +\infty \quad (4)$$

の四つの条件を満たすと仮定する．一つ目の条件は，$k=0$ のとき費用はゼロとなることを意味する．二つ目と三つ目の条件により，費用関数 $g(k)$ は，k に関して増加かつ凸関数となる．また，四つ目の条件により，$k<1$ となることに注意されたい．これらの四つの条件を仮定することにより，企業は最適な可逆割合 k を一意に導出することが可能となる．

3. 企業の価値関数

本節では，企業の価値関数を導出する．具体的には，バックワードに，企業が流動化される時刻での価値関数，流動化前かつ投資後の時刻における価値関数，投資前の時刻における価値関数の順に導出する．

数学的には，投資（プロジェクト開始）時刻，倒産時刻，流動化（プロジェクト停止）時刻を

$$\begin{aligned} T^{\mathrm{i}} &:= \inf\{t \geq 0, X(t) \geq x^{\mathrm{i}}\} \\ T^{\mathrm{d}} &:= \inf\{t \geq T^{\mathrm{i}}, X(t) \leq x^{\mathrm{d}}\} \\ T^{\mathrm{l}} &:= \inf\{t \geq T^{\mathrm{i}}, X(t) \leq \min\{x^{\mathrm{d}}, x^{\mathrm{l}}\}\} \end{aligned} \quad (5)$$

と定義する．ただし，x^{i} を投資の臨界値，x^{d} を倒産の臨界値，x^{l} を流動化の臨界値を表し，上添え字 “i” “d” “l” は，投資 (investment)，倒産 (default)，流動化 (liquidation) それぞれの頭文字を表す．さらに，本モデル分析において用いられるパラメータは，

$$\begin{aligned} \beta &:= \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} + \Big(\big(\frac{\mu}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\big)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}\Big)^{1/2} > 1 \\ \gamma &:= \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} - \Big(\big(\frac{\mu}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\big)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}\Big)^{1/2} < 0 \\ v &:= \frac{1-\tau}{r-\mu} > 0 \\ \varepsilon &:= \frac{\gamma}{(\gamma-1)v} > 0 \end{aligned}$$

となる．

3.1 流動化時における価値関数

企業が流動化（清算）されるとき，企業は残余価値を最大化する．最適な可逆割合 $k(q)$ は，

$$\begin{aligned} k(q) &:= \operatorname*{argmax}_{0 \leq k \leq 1-s} (s+k)I(q) - g(k) \\ &= \begin{cases} 0, & I(q) \in (0, g'(0)) \\ g'^{-1}(I(q)), & I(q) \in [g'(0), g'(1-s)] \\ 1-s, & I(q) \in (g'(1-s), +\infty) \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

となる．(6) の導出については, Shibata and Nishihara [5] を参照されたい．

(6) 式は，最適な可逆割合 $k(q)$ が，三つの状況（ケース）に分類されることを表している．第 1 に，$I(q) \in (0, g'(0))$ の状況は，企業の設備費用額が小規模のときに対応し，最適な可逆割合は，$k(q)=0$ と端点解となる．言いかえれば，この状況では，企業は費用を追加的に負担して可逆の割合を高めようとはしないため，最適な残余価値は $L(q)=sI(q)$ となる．第 2 に，$I(q) \in (g'(1-s), +\infty)$ の状況は，設備費用額が大規模のときに対応し，最適な可逆割合は，$k(q)=1-s$ と端点解となる．すなわち，可逆の総割合は $s+k(q)=1$ となる．第 3 に，$I(q) \in [g'(0), g'(1-s)]$ の状況は，設備投資額が中規模のときに対応している．このとき，最適な可逆割合は，$k(q)=g'^{-1}(I(q))$ と内点解となる．

価値 $L(q)$ は，(6) 式を (3) 式に代入することにより，

$$L(q) = (s + k(q))I(q) - g(k(q)) \tag{7}$$

となる．

負債（永久債）の額面は c/r, 流動化価値は $(1-\alpha)L(q)$ となるため，不等式

$$\frac{c}{r} > (1-\alpha)L(q) \tag{8}$$

が成立するならば，負債にはリスクを伴うことになる．逆に，もし不等式 (8) が成立しないならば，負債にはリスクを伴わないことになる．本モデル分析では，企業は，均衡において (8) 式を満たすように最適なクーポン水準を決定する．換言すれば，企業は，設備費用を調達するために，常にリスクのある負債を発行する．証明については，Shibata and Nishihara [5] を参照されたい．この結果を踏まえて，以下では，企業がリスクを伴う負債を発行する場合における価値関数のみを導出する．

3.2 投資後かつ流動化前における価値関数

企業が，プロジェクトを開始し，かつ倒産していない時刻 $t \in [T^{\mathrm{i}}, T^{\mathrm{d}}]$ に対して，株式価値 $E(X(t), c, q)$ は，

$$\begin{aligned} &E(X(t), c, q) \\ &:= \sup_{T^{\mathrm{d}}} \mathbb{E}\left[\int_t^{T^{\mathrm{d}}} \mathrm{e}^{-r(u-t)}(1-\tau)(qX(u) - c)\mathrm{d}u\right] \end{aligned} \tag{9}$$

と定義される．ただし，$\mathbb{E}$ は期待作用素を表す．Dixit and Pindyck [4] の導出方法に従い，(9) 式は，

$$\begin{aligned} E(X(t), c, q) &= vqX(t) - (1-\tau)\frac{c}{r} \\ &\quad + \left\{(1-\tau)\frac{c}{r} - vqx^{\mathrm{d}}(c, q)\right\}\left(\frac{X(t)}{x^{\mathrm{d}}(c, q)}\right)^{\gamma} \end{aligned} \tag{10}$$

と書き換えられ，最適な倒産臨界値は，

$$x^{\mathrm{d}}(c, q) = \varepsilon\frac{1-\tau}{r}q^{-1}c \geq 0 \tag{11}$$

となる．もし $q = 1$ と仮定すれば，(11) 式は Black and Cox [2] によって導出された臨界値と同一となり，その重要な性質とは，倒産臨界値がクーポン c に関して線形関数となることである．

負債価値 $D(X(t), c, q)$ は，時刻 $t \in [T^{\mathrm{i}}, T^{\mathrm{d}}]$ に対して，

$$\begin{aligned} &D(X(t), c, q) \\ &:= \mathbb{E}\left[\int_t^{T^{\mathrm{d}}} \mathrm{e}^{-r(u-t)}c\mathrm{d}u + \mathrm{e}^{-r(T^{\mathrm{d}}-t)}W(x^{\mathrm{d}}(c, q), q)\right] \\ &= \frac{c}{r} - \left\{\frac{c}{r} - W(x^{\mathrm{d}}(c, q), q)\right\}\left(\frac{X(t)}{x^{\mathrm{d}}(c, q)}\right)^{\gamma} \end{aligned} \tag{12}$$

となる．ここで，$W(x^{\mathrm{d}}(c, q), q)$ は，倒産時刻 T^{d} における株式価値であり，

$$\begin{aligned} W(x^{\mathrm{d}}(c, q), q) &= (1-\alpha)\left\{vqx^{\mathrm{d}}(c, q)\right. \\ &\quad \left. + \left(L(q) - vqx^{\mathrm{b}}(c, q)\right)\left(\frac{x^{\mathrm{d}}(c, q)}{x^{\mathrm{b}}(c, q)}\right)^{\gamma}\right\} \end{aligned} \tag{13}$$

$$x^{\mathrm{b}}(c, q) := \min\{x^{\mathrm{d}}(c, q), x^{\mathrm{l}}(q)\} \tag{14}$$

$$x^{\mathrm{l}}(q) = \varepsilon\frac{I(q)}{q} \geq 0 \tag{15}$$

となる．(13) 式は，倒産時刻において二つのケースが存在することを意味する．もし $x^{\mathrm{d}}(c, q) \leq x^{\mathrm{l}}(q)$ ならば，企業は倒産と同時に流動化される．具体的には，企業はプロジェクトを開始した後に，$X(t)$ が下落して流動化臨界値 $x^{\mathrm{l}}(q)$ に到達しても，負債の債権者は，企業の所有（経営）権を保有していないため，企業を流動化させることはできない．そのため，もし $X(t)$ がさらに下落して倒産の臨界値 $x^{\mathrm{d}}(c, q)$ に到達するならば，企業は倒産オプションを行使し，企業の所有権が債権者に移転され，債権者は直ちに企業を流動化させる．すなわち，倒産（かつ流動化）の時刻における企業の価値は $(1-\alpha)L(q)$ となる．それに対して，もし $x^{\mathrm{d}}(c, q) > x^{\mathrm{l}}(q)$ ならば，倒産時刻には，企業の所有権が債権者に移転され，債権者が新しい株主となり，企業は流動化されずに，倒産後も引き続きプロジェクトを継続することになる．すなわち，時刻 $t \in [T^{\mathrm{d}}, T^{\mathrm{l}}]$ に対して，企業の株式価値は $W(X(t), q)$ となる．

3.3 投資前における価値関数

時刻 $t < T^{\mathrm{i}}$（プロジェクト開始前）に対して，プロジェクトのオプションの価値は，

$$\begin{aligned} &\mathbb{E}[\mathrm{e}^{-rT^{\mathrm{i}}}\{V(x^{\mathrm{i}}, c, q) - I(q)\}] \\ &\quad = \left(\frac{x}{x^{\mathrm{i}}}\right)^{\beta}\{V(x^{\mathrm{i}}, c, q) - I(q)\} \end{aligned} \tag{16}$$

となる．ただし，$V(x^{\mathrm{i}}, c, q)$ は

$$V(x^{\mathrm{i}}, c, q) := D(x^{\mathrm{i}}, c, q) + E(x^{\mathrm{i}}, c, q) \tag{17}$$

である．本モデル分析では，(16) 式の価値を最大化するように，企業は最適な意思決定を行う．企業の最適なプロジェクト価値は

$$O(x) := \max_{x^{\mathrm{i}}, c, q} J(x^{\mathrm{i}}, c, q)x^{\beta} \tag{18}$$

$$J(x^{\mathrm{i}}, c, q) := {x^{\mathrm{i}}}^{-\beta}\{V(x^{\mathrm{i}}, c, q) - I(q)\} \tag{19}$$

と定義される．また，その最適解を $(x^{\mathrm{i}*}, c^*, q^*)$ と表記する．

4. 最適戦略

本節では，企業の最適化問題の解 $(x^{\mathrm{i}*}, c^*, q^*)$ を数値的に導出し，企業が流動化されるとき，その価値を最大化できる場合 $(k^* > 0)$ と，できない場合 $(k^* = 0)$

表 1　基本パラメータ

$r = 0.06$	$\sigma = 0.2$	$\mu = 0.005$
$\tau = 0.15$	$\alpha = 0.4$	$F = 5$
$a = 50$	$s = 0.5$	$x = 0.5$

表 2　数値解

k	0	0.2772
x^{i}	1.0332	1.1294
x^{d}	0.3025	0.3306
x^{l}	0.1721	0.2186
q	8.5407	9.5235
$I(q)$	77.9436	95.6974
c/r	80.5887	98.2262
D	71.2076	87.2131
E	73.0137	88.9933
D/V	49.3739	49.6956
$(1-\alpha)L(q)$	23.3831	28.5684
$g(k)$	0	19.4973

の二つのケースに対して，企業の投資行動や資金調達の戦略がどのように変化するのかについて考察する．

数値計算では，設備費用 $I(q)$ と可逆費用 $g(k)$ は，

$$I(q) = F + q^2 \tag{20}$$

$$g(k) = a\frac{k}{1-k} \tag{21}$$

と仮定する．(20) と (21) 式は，(2) と (4) 式のそれぞれの条件を満たすことに注意されたい．また，表 1 は，数値計算で用いる基本パラメータを表す．

4.1　最適解

表 2 は，企業の最適化問題に対する数値解を表す．3 列目の数値列は，企業が流動化（清算）時に残余価値を最大化できるときの最適解を表し，2 列目の数値列は，ベンチマークとして，企業が残余価値を最大化できないときの最適解を表している．

企業が流動化されるときに，残余価値を最大化できる場合を考えよう（3 列目の数値列）．このとき，もし $X(t)$ が $x = 0.5$ から上昇して投資の臨界値 $x^{\mathrm{i}*} = 1.1294$ に到達するならば，企業はプロジェクトを開始する．このとき，財・サービスの供給量は $q^* = 9.5235$，設備費用額は $I(q^*) = 95.6974$，負債の発行額面は $c^*/r = 98.2262$，負債の市場価値は $D^* = 87.2131$ となる．負債には倒産リスクがあるため，$c^*/r > D^* > (1-\alpha)L(q^*)$ となることに注意されたい．

企業はプロジェクトを開始した後に，もし $X(t)$ が下落して倒産の臨界値 $x^{\mathrm{d}*} = 0.3306$ に到達するならば，企業はキャッシュ・インフロー $qX(t)$ からキャッシュ・アウトフロー c を支払うことが厳しくなり，企業は倒産を宣告し，所有権を債権者に移転させる．このとき，債権者は新たな株主として，プロジェクトを停止せずに継続させることとなる．倒産時以降にプロジェクトを継続させる理由は，$x^{\mathrm{d}*} > x^{\mathrm{l}*}$ であるため，債権者にとって，プロジェクトを停止するよりも継続する方の価値が高くなるからである．

債権者は，新たな株主として（新たな経営者を雇い）倒産時以降も，企業のプロジェクトを継続して財・サービスを供給する．しかしながら，もし $X(t)$ がさらに下落して流動化の臨界値 $x^{\mathrm{l}*} = 0.2186$ に到達するならば，企業はプロジェクトを停止して流動化される．このとき，企業は，残余価値をできる限り高くなるように，可逆費用 $g(k^*) = 19.4973$ を費やして可逆の総割合を $s + k^* = 0.7772$ とし，残余価値として $(1-\alpha)L(q^*) = 28.5684$ を獲得する．すなわち，流動化の時刻において，設備投資額 $I(q^*) = 95.6974$ のうちの割合 $(1-\alpha)L(q^*)/I(q^*) = 29.85\%$ の価値を，企業は取り戻すことができることになる．

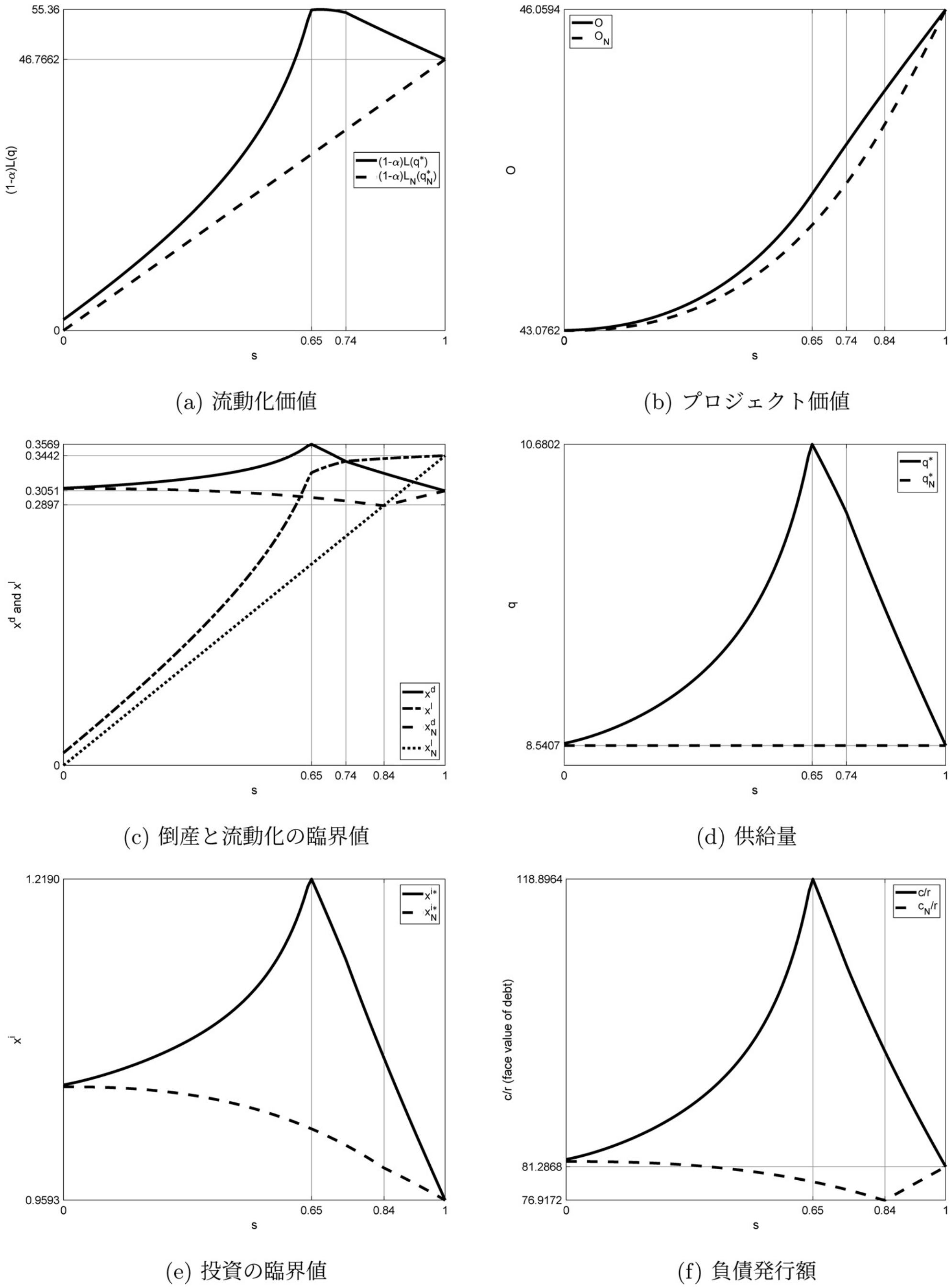
4.2　比較静学

本節では，企業の価値や最適解が，$s \in [0, 1]$（費用なしの可逆パラメータ）に対して，どのように影響をうけるのかについて考察する．また，企業が流動化されるときに，残余価値を最大化できない場合をベンチマークとし，それらの価値や最適解には下添え字 “N” をつけて表記する．

図 1 (a) は，$(1-\alpha)L(q)$（流動化時刻における残余価値）を描写する．ベンチマークとして，$(1-\alpha)L(q_{\mathrm{N}}^*)$ は，s に関して線形の増加関数となる．他方，$(1-\alpha)L(q^*)$ は s に関して Λ 型の関数となる．この理由は，$s \leq 0.65$ に対して $s + k^* < 1$ が増加関数となるが，$s \geq 0.65$ に対しては $s + k^* = 1$ は一定となるためである．この結果としては，企業の最適解や価値は，$s = 0.65$ において屈折する Λ 型の関数となることに注意されたい．また，すべての s に対しては，$(1-\alpha)L(q^*) \geq (1-\alpha)L(q_{\mathrm{N}}^*)$ となることも確認されたい．

図 1 (b) は，$O(x)$（企業のプロジェクトに対するオプション価値）を描写する．ベンチマークとして，$O_{\mathrm{N}}(x)$ は s に対して増加関数となる．他方，$O(x)$ も s に関して増加関数となる．また，$O(x) \geq O_{\mathrm{N}}(x)$ となるため，企業が流動化される場合の企業の事後的な残余価値最大化の行動は，企業のプロジェクトに対する（事前的な）価値を増大させることを意味する．

図 1 (c) は，x^{d}（倒産の臨界値）と x^{l}（流動化の臨界値）を描写する．ベンチマークとして，流動化のと



(a) 流動化価値

(b) プロジェクト価値

(c) 倒産と流動化の臨界値

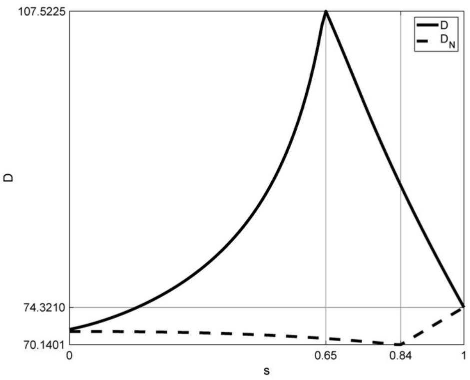
(d) 供給量

(e) 投資の臨界値

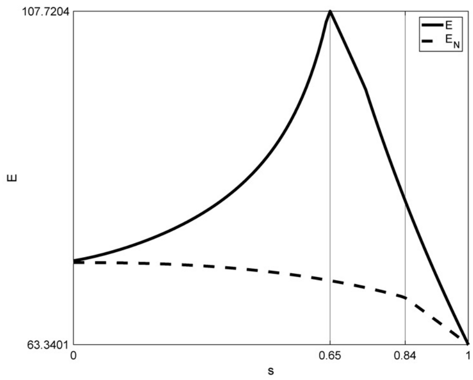
(f) 負債発行額

図 1　最適解と価値

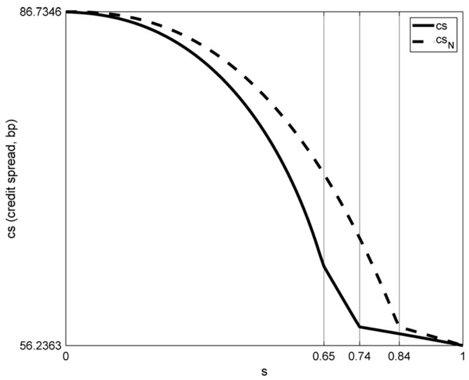
きに残余価値を最大化できない場合では，$s < 0.84$ においては，$x_{\mathrm{N}}^{\mathrm{d}*} > x_{\mathrm{N}}^{\mathrm{l}*}$ となるため，企業は倒産と流動化を逐次的に実行し，$s \geq 0.84$ においては，企業は倒産と流動化を同時に実行する．他方，流動化のときに残余価値を最大化できる場合では，$s < 0.74$ においては，$x^{\mathrm{d}*} > x^{\mathrm{l}*}$ となるため，企業は倒産と流動化を逐次的に実行し，$s \geq 0.74$ においては企業は倒産と流動化を同時に実行する．以上の二つの結果から，もし企業が流動化されるときに残余価値を最大化できるならば，企業の倒産・流動化の戦略としては，倒産と流動化を同時に実行する可能性が高くなることを示唆している．その理由は，残余価値を増大させることができる場合，流動化の臨界値を増大させるため，流動化の臨界値が倒産の臨界を上回る可能性が高くなるからで



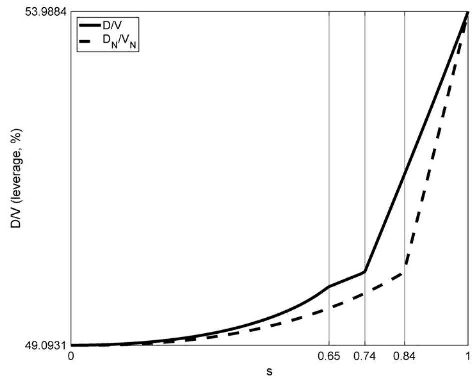
(a) 負債価値



(b) 株式価値



(c) クレジットスプレッド



(d) レバレッジ

図 2　負債価値，株式価値，クレジットスプレッド，レバレッジ

ある．

図 1 (d) は，q（財・サービスの供給量）を描写する．ベンチマークとして，q_{N}^* は，s には依存せず一定となる．他方，q^* は，$s < 0.65$ においては増加関数となり，$s \geq 0.65$ においては減少関数となる．また，$q^* > q_{\mathrm{N}}^*$ は $I(q^*) > I(q_{\mathrm{N}}^*)$ を意味するため，流動化時刻における企業の事後的な残余価値最大化の行動は，投資時刻における（事前的な）財・サービスの供給量および設備投資額を増大させることを意味する．

図 1 (e) は，x^{i}（投資の臨界値）を描写する．ベンチマークとして，$x_{\mathrm{N}}^{\mathrm{i}*}$ は，s に対して減少関数となる．他方，$x^{\mathrm{i}*}$ は，$s < 0.65$ においては増加関数となり，$s \geq 0.65$ においては減少関数となる．また，$x^{\mathrm{i}*} > x_{\mathrm{N}}^{\mathrm{i}*}$ となるため，流動化時刻における企業の事後的な残余価値最大化の行動は，（事前的に）企業の投資を遅延させることを意味する．

図 1 (f) は，c/r（負債の発行額）を描写する．ベンチマークとして，c_{N}^*/r は，$s < 0.84$ においては減少関数となり，$s \geq 0.84$ においては増加関数となる．他方，c^*/r は，$s < 0.65$ においては増加関数となり，$s \geq 0.65$ においては減少関数となる．また，$c^*/r > c_{\mathrm{N}}^*/r$ となるため，流動化時刻における企業の事後的な残余価値最大化の行動は，投資時刻における（事前的な）負債の発行額を増大させることを意味する．

図 2 (a) は，D（負債の市場価値）を描写する．ベンチマークとして，D_{N} は，$s < 0.84$ においては減少関数，$s \geq 0.84$ においては増加関数となる．他方，D は，$s < 0.65$ においては増加関数，$s \geq 0.65$ においては減少関数となる．図 2 (b) は，E（株式価値）を描写する．ベンチマークとして，E_{N} は，すべての s において減少関数，ただし $s = 0.84$ にては屈折している．他方，E は，$s < 0.65$ においては増加関数，$s \geq 0.65$ においては減少関数となる．以上の二つの図から，$D \geq D_{\mathrm{N}}$ と $E \geq E_{\mathrm{N}}$ となるため，流動化時刻における企業の事後的な残余価値最大化の行動は，（事前的な）投資時刻における負債と株式の価値を増大させることを意味している．

図 2 (c) は，$cs := c/D - r$（負債のクレジットス

プレッド）を描写する．ここでは，cs_{N} も cs も，s に対して減少関数となる．特に，$cs \leq cs_{\mathrm{N}}$ となるため，企業は流動化されるときに残余価値を最大化できる場合，負債のクレジットスプレッドは減少することになる．この理由は，企業が流動化されるときに残余価値を最大化できる場合には，その流動化価値の上昇が，債権者が被る損失（負債に対する債権放棄額）を小さくできるためである．

図 2 (d) は，D/V（レバレッジ）を描写する．ここでは，$D_{\mathrm{N}}/V_{\mathrm{N}}$ も D/V も，s に対して増加関数となる．特に，$D/V \geq D_{\mathrm{N}}/V_{\mathrm{N}}$ となるため，企業は流動化されるときに残余価値を最大化できる場合，企業のレバレッジは増大することになる．この理由は，企業が流動化されるときに残余価値を最大化できる場合には，その流動化価値の上昇が，投資時刻での負債の発行額を増大させるためである．

5. おわりに

本稿では，金融工学におけるオプション価格式を適用したコーポレートファイナンス理論モデルを用いて，企業の株式や負債価値を評価する式を導出し，企業が流動化価値を最大化できる場合とできない場合の二つのケースを考察し，その事後的な行動の有無が，企業の投資行動や資金調達などの事前的な行動に与える影響について考察した．特に，企業は流動化されるときに残余価値を最大化できる場合，その事後的な行動が，事前的には，投資時刻を遅延させ，負債発行額を増大させ，また財・サービスの供給量および設備投資費用を増大させることを明らかにした．また，企業は流動化されるときに残余価値を最大化できる場合，その事後的な行動が，企業の流動化を前倒しにする傾向にあり，倒産と流動化を同時に発生させる可能性が高くなることを明らかにした．

謝辞　本研究は，JSPS 科研費 JP17H02547，JP20K01769，JP21H00730 からの助成を受けている．

参考文献

[1] R. C. Merton, “On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates,” *Journal of Finance*, **29**, pp. 449–470, 1974.
[2] F. Black and J. C. Cox, “Valuing corporate securities: Some effects of bond indentre provisions,” *Journal of Finance*, **31**, pp. 351–367, 1976.
[3] H. E. Leland, “Corporate debt value, bond covenants, and optimal capital structure,” *Journal of Finance*, **49**, pp. 1213–1252, 1994.
[4] A. K. Dixit and R. S. Pindyck, *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, 1994.
[5] T. Shibata and M. Nishihara, “Financing and investment strategies under creditor-maximized liquidation,” *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, **24**, 2150013 (1–30), 2021.

