

二種類の順位が混在するマッチング問題 —中国大学入試制度の分析と改革—

安田 洋祐, 方 元駒

中国では毎年、約一千万人の受験生が大学統一入学試験（通称「高考」）に参加し、熾烈な受験戦争を繰り広げている。ほかの国々の入学選抜制度と異なり、全大学で共通の客観的順位である試験点数と、大学ごとの主観的順位である選好という、受験生に対する二種類の順位に基づいて合否が決まる点が中国の制度の大きな特徴である。本稿では、マッチング理論を、客観的順位と主観的順位が混在する環境へと拡張し、実際に中国で使われている「平行志願制度」を分析する。そのうえで、現行制度よりも理論的に望ましい改革案を提案する。

キーワード：マッチング、中国大学入試問題、ダミー割当、平行志願制度、二重安定性

1. はじめに

中国の大学入試は、「科挙」の影響を受けて、長らく筆記試験の結果だけをもとに合否判定を行ってきた。当時の大学は「消費される公共財」と位置付けられ、個々の大学が自分たちの求める学生を主体的に選抜することは禁じられていた。この状況を一変させたのが、1979年12月6日の「人民日報」第3版に掲載されたインタビュー記事である [1]。復旦大学をはじめ上海の四つの大学の学長が、一定数の受験生を自主的に選抜できる権利を政府に嘆願したのだ。記事の反響を受け、政府は従来の入試制度を見直し、各大学は主観的な順位を合否判定に含めることが可能となった。しかし、改革にあたって、受験生に対する選好を形成するために大学がどのように情報を集めれば良いのか、という実践的な問題が浮上する。

現在よりも少ないとはいえ、1980年代初頭において中国では200万人を超える大学受験生が存在した。各大学が膨大な数の受験生を主観的に評価するためには、何らかの工夫が必要になるだろう。そこで中国政府は、次のようなダミー割当 (dummy quota) 政策を採用した。各大学のダミー割当は、実際に受け入れることができる入学定員より少し多め（通常は定員の105%）に設定される。これは、制度運営者が試験の点数順に、各受験生が最も志望し、かつダミー割当がまだ埋まっていない大学一校にだけ資料を送る仕組みである¹。

各大学は受け取った受験生の資料を参考に、主観的な順位（選好）を形成する。中国の現行制度では、こうして得られた大学側の選好をもとに、3節で詳しく述べる「平行志願制度」と呼ばれる仕組みを使って受験生を大学へと割り当てている。ダミー割当政策のもとで各大学は、試験点数が高く、かつ入学意思のある受験生の資料だけを受け取り、その中から主体的に学生を選抜することができる。情報効率の点からは、ダミー割当は優れた仕組みだといえるだろう。しかし、合否判定に主観的順位が加わることにより、客観的順位（試験点数）が優れているにもかかわらず不合格となり、志望順位が著しく低い大学へ入学せざるを得ない受験生が生まれる危険性もある²。

大学入学問題 (college admission problem) と呼ばれる既存のマッチングモデルでは、各大学が受験生に対して一種類の順位（序数選好もしくは優先順位）しかもたない。そのため、主観的順位と客観的順位が混在する状況で、二種類の順位をどのようなバランスでくみ取るべきか、大学側と受験生側の両者にとって望ましい仕組みはどのようなものか、といったメカニズムデザインの問いに直接答えることができない。

本稿では、こうした背景のもと、マッチング理論で用いられる大学入学問題を二種類の順位が混在する環境へと拡張し、中国の大学入試問題について分析する。以下では、私たちの最新研究である Fang and Yasuda [2, 3] の成果の一部を、既存モデルの拡張・現行制度の分析・改革案の提案の順に紹介していこう。

やすだ ようすけ, ほう げんく
大阪大学大学院経済学研究科
〒560-0043 大阪府豊中市待兼山町1-7
yasuda@econ.osaka-u.ac.jp
fangyuanju90@gmail.com

¹ 資料は所属高校が作成し、出席状況・賞罰歴・担任の評価・ボランティア活動など、学内外の詳細な情報を含む。

² 実際に、現行の「平行志願制度」のもとでは、こうした不幸な受験生が毎年発生し社会問題になっている。詳しくは、Fang and Yasuda [2] の Introduction を参照。

2. 中国大学入試問題の定式化

本節ではまず、既存モデルを拡張して、各大学が受験生に対して二種類の順位をもつ中国大学入試問題を定式化する。このモデルは以下の要素から構成される。

1. n 人いる受験生の集合： $S = \{s_1, \dots, s_n\}$,
2. m 校ある大学の集合： $C = \{c_1, \dots, c_m\}$,
3. 大学の定員ベクトル： $q = (q_{c_1}, \dots, q_{c_m})$,
4. 受験生の厳密な選好： $P_S = (P_{s_1}, \dots, P_{s_n})$,
5. 大学の厳密な選好： $P_C = (P_{c_1}, \dots, P_{c_m})$,
6. 共通の厳密な点数順位： \succ .

従来の大学入学問題は、上の1～5までの要素からなる。中国大学入試問題は、これに6番目の要素である大学共通の順位が加わっている点が新しく、大学 c が受験生に対して個別の選好 P_c と共通の点数順位 \succ という、二種類の順位をもつ状況を表現できる³。以下ではまず、マッチング・個人合理性・安定性といった、分析を進めるうえで欠かせない概念を定義しておこう。

各受験生をどの大学に割り当てるかというマッチングは、次のように写像として定義することができる。どの大学ともマッチできないアンマッチの結果を $\{\emptyset\}$ で表すことにする。このとき、マッチング μ は、(1)～(3)の性質を満たす写像 $\mu: S \cup C \rightarrow S \cup C$ となる。

- (1) すべての $s \in S$ に対し $\mu(s) \in C \cup \{\emptyset\}$,
- (2) すべての $c \in C$ に対し $\mu(c) \subseteq S$ および $|\mu(c)| \leq q_c$,
- (3) すべての (s, c) に対し $\mu(s) = c \Leftrightarrow s \in \mu(c)$.

あるマッチング μ のもとで、マッチしている大学 $\mu(s)$ よりもアンマッチを好むような受験生 s が一人もないとき、**受験生側個人合理性**を満たすという。同様に、マッチしている受験生 $\mu(c)$ の(一部)の入学を取り消してアンマッチにすることを好むような大学 c が一校もないとき、**大学側個人合理性**を満たすという。

次に、安定性を定義するために、ブロッキングの概念を導入する。あるマッチング μ のもとで、受験生 s が $\mu(s)$ よりも好む大学 c に空席がある、または c が s よりも試験点数の低い受験生とマッチしているとき、このようなペア (s, c) を**点数ブロッキング・ペア**という。同様に、受験生 s が $\mu(s)$ よりも好む大学 c に空席がある、または c が s よりも選好順位の低い受験生とマッチしているとき、 (s, c) を**選好ブロッキング・ペア**

アという。受験生と大学のペアが、これら二種類のブロッキング・ペアの条件を同時に満たしている場合は、**二重ブロッキング・ペア**と呼ぶ。これらの概念を用いて、安定マッチングを次のように定義しよう。

定義 1. マッチング μ が

- (1) 受験生側個人合理性を満たし、かつ点数ブロッキング・ペアが存在しないとき、**点数安定**であるという。
- (2) 受験生側と大学側の個人合理性を同時に満たし、かつ選好ブロッキング・ペアが存在しないとき、**選好安定**であるという。
- (3) 点数安定かつ選好安定であるとき、**二重安定**であるという。

次節以降で制度を比較するために、マッチングを生成するメカニズムの概念や、相対的な望ましさの基準も定義しておこう。メカニズム ϕ とは、任意のマッチング問題に対して、一つのマッチングを出力する手続きである。異なるメカニズム間で安定性の度合いを比較するために、本研究では Chen and Kesten [4] が提唱した「より安定的」という概念を用いる。

定義 2 (Chen and Kesten [4]). 二つのメカニズム ϕ と ϕ' が以下の (1), (2) を満たすとき、 ϕ は ϕ' と比べて**より点数安定 (より選好安定)** であるという。

- (1) 任意のマッチング問題において、もし ϕ' が点数安定 (選好安定) なマッチングを出力するなら、 ϕ も必ず点数安定 (選好安定) なマッチングを出力する。
- (2) (1) の逆が成り立たないようなマッチング問題が少なくとも一つは存在する。

最後に、受験生が選好を申告する際のインセンティブに関する概念を定義しよう。あるマッチング問題において、真の選好を申告することでメカニズム ϕ のもとで得られる結果より、虚偽申告をすることで得られる結果を好むような受験生が一人でも存在するとき、 ϕ は**戦略的に操作可能**であるという。異なるメカニズム間の戦略的操作可能性の度合いを比較するために、Pathak and Sönmez [5] が提唱した「より戦略的に操作可能」という概念を用いることにする。

定義 3 (Pathak and Sönmez [5]). 二つのメカニズム ϕ と ϕ' が以下の (1), (2) を満たすとき、 ϕ は ϕ' と比べて**より戦略的に操作可能**であるという。

³ この定式化では、各大学の受験生に対する (主観的な) 選好があらかじめ与えられている。しかし、実際には冒頭に触れたように、各大学は受験生の資料を受け取ってから選好を形成すると考える方が自然である。ここでは、分析上の扱いやすさを重視し、現実とは異なるものの、個々の大学 c が “あたかも” 最初から選好 P_c を把握している、と仮定する。

- (1) 任意のマッチング問題において、もし ϕ' が戦略的に操作可能なら、 ϕ も必ず戦略的に操作可能である。
- (2) (1) の逆が成り立たないようなマッチング問題が少なくとも一つは存在する。

3. 平行志願制度

3 節では、前節で定式化した中国大学入試問題のモデルを用いて、中国で現在用いられている平行志願制度を分析していこう⁴。まずは、以下の簡単な例を用いながら平行志願制度の手続きについて解説する。

例 1. 4 人の受験生と二つの大学が存在して、 $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$, $C = \{c_1, c_2\}$ とする。各参加者の選好と試験点数の順位は次のように与えられる。

$$P_{s_1}: c_1, c_2, \quad P_{c_1}: s_1, s_2, s_3, s_4,$$

$$P_{s_2}: c_1, c_2, \quad P_{c_2}: s_1, s_2, s_3, s_4,$$

$$P_{s_3}: c_1, c_2, \quad \succ: s_1, s_2, s_3, s_4.$$

$$P_{s_4}: c_1, c_2,$$

大学の定員およびダミー割当を $(q_{c_1}, q_{c_2}) = (1, 1)$, $(\bar{d}_{c_1}, \bar{d}_{c_2}) = (2, 3)$ とする。このとき、平行志願制度は以下の二つのステップで実行される。

ステップ 1 制度運営者が、受験生の試験点数と選好にもとづいて彼らの資料を大学に送る。具体的には、試験の点数順に、各受験生が最も志望し、かつダミー割当がまだ埋まっていない大学に資料を送っていく。この例では、 s_1 と s_2 の資料を c_1 に送り、 s_3 と s_4 の資料を (c_1 のダミー割当が埋まっているので) c_2 に送る。

ステップ 2 大学は受験生の資料を受け取った後、各自の選好にもとづいて定員まで合格者を選抜する。 c_1 は $\{s_1, s_2\}$ から s_1 を、 c_2 は $\{s_3, s_4\}$ から s_3 を選ぶ。大学の選抜が終わる段階でメカニズムが終了し、マッチング $\mu = (s_1 \ s_2 \ s_3 \ s_4 / c_1 \ 0 \ c_2 \ 0)$ が実現する。

平行志願制度のもとでは、各受験生はただか一つの大学にしか資料を送ることができない。中国語で「一档一投」と呼ばれるこの特徴は、大学側の選好形成を容易にし、素早いマッチングの実現を可能にする

る半面、以下で述べるようにさまざまな問題を引き起こす。

第一に、実現するマッチングが不安定、あるいは戦略的操作が可能な場合がある。例 1 では、ペア (s_2, c_2) がマッチング μ に対して、点数でも選好でもブロッキング・ペアとなるため、二重ブロッキング・ペアを形成する。さらに、もしも s_2 が自分の選好を $P'_{s_2}: c_2, c_1$ というふうにごうって申告すれば、(ほかの受験生が真の選好を申告し続けるならば) より良い結果である c_2 とマッチすることができる。したがって、 s_2 は虚偽申告をするインセンティブがある。以上の観察から、次のような非常に悲観的な定理が導かれる。

定理 1. 平行志願制度は、点数安定性と選好安定性をいづれも満たさない。さらに、戦略的に操作可能であり、二重ブロッキング・ペアを生む可能性がある。

第二に、二種類の安定性を同時に満たす、という意味で理想的な二重安定マッチングが存在する場合でも、それを実現できるとは限らない⁵。例 1 では、 $\mu^* := (s_1 \ s_2 \ s_3 \ s_4 / c_1 \ c_2 \ 0 \ 0)$ が唯一の二重安定マッチングであるものの、 μ^* とは異なるマッチング μ が選ばれた。さらに、平行志願制度は次のような意味でダミー割当を浪費してしまう可能性がある。例 1 でメカニズムが終了する時点で、 c_2 はまだ 2 人分の資料しか受け取っていない。ダミー割当 \bar{d}_{c_2} が 3 であることから、追加的に 1 人分の資料を受け取ることができるはずである。しかし、平行志願制度のもとでは、前述した「一档一投」の原則から、 s_2 の資料を新たに c_2 に送ることができない。そのため、 c_2 のダミー割当が浪費されるという、潜在的な損失が発生してしまうのである。

以上の分析から、中国の大学入試で現在用いられている平行志願制度は、さまざまな欠点をもつことが理論的に明らかとなった。これらの欠点が、二種類の順位の「食い違い」から生じるとは限らないという点も強調しておきたい。実際に例 1 では、客観的な点数順位とすべての大学の主観的な選好が同一であった。にもかかわらず、定理 1 で挙げたような深刻な問題が生じたのだ。逆に考えると、たとえ二種類の順位が存在するような状況であっても、メカニズムの仕組みを交

⁴ 制度改革当初は、平行志願制度とは異なる「順序志願制度」が用いられていた。後者は学校選択問題における「ポストン方式」に近く、各大学は各ステップで受け取る資料から、自分が受験生の第何志望かを正確に推測できる。しかし、平行志願制度では受験生の選好情報を直接知ることができない。大学側からは、受験生の「志願」が「平行」しているように見えるため、現行制度は「平行志願制度」と名付けられた。

⁵ 一般に、二重安定マッチングはただか一つしか存在しないことが証明されている [3]。

えることで、特に「一档一投」の原則を見直すことで、現行制度を改善できる可能性がある⁶。

次節では、この発想にもとづいて、個々の受験生が二校以上の大学に資料を送ることができるメカニズムを検討しながら、制度改革の道を探っていこう。

4. 制度改革：二つのシナリオ

本節では、「一档一投」の原則を緩めて、受験生が大学側に送ることができる資料を増やすことで、メカニズムの改善を目指す。具体的には、ダミー割当政策を維持する（現行のダミー割当制約を遵守する）場合・廃止する場合のそれぞれのシナリオに応じて、現行制度よりも理論的に望ましい改革案を提案する。

4.1 ダミー割当政策を維持する場合

資料送付の機会を拡大するにはさまざまな方法が考えられる。以下では、Fang and Yasuda [2] で私たちが提案した修正平行志願制度を紹介する。この改革案は、Gale and Shapley [6] が提唱した受入保留 (deferred acceptance) 方式というメカニズムがもつ「暫定的」なマッチの決定、という性質を取り入れている。前節の例 1 を用いながら、具体的な手続きを説明しよう。

例 2. 大学の定員およびダミー割当は、例 1 と同じく $(q_{c_1}, q_{c_2}) = (1, 1)$, $(\bar{d}_{c_1}, \bar{d}_{c_2}) = (2, 3)$ とする。このとき、修正平行志願制度は次のように実行される。

ステップ 1 従来の平行志願制度を用い、出力されたマッチング $\mu^1 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ c_1 & 0 & c_2 & 0 \end{pmatrix}$ を暫定的な結果とする。

ステップ 2 ステップ 1 でマッチできなかった受験生 s_2 と s_4 の資料を、次の送付ルールに従い送付する。

送付ルール: 試験の点数順に従い、 $s_2 \rightarrow s_4$ の順番で考える。 s_2 の資料を第二希望の c_2 に送ることができるかどうかは、以下の二つの条件で判定される。

実行可能条件 大学のダミー割当に空きがあるか。 c_2 は 2 人分の資料を受け取っていて、追加的に 1 人分の資料を受け取ることができるため、実行可能である。

適格条件 大学の定員に空きがある、あるいは暫定的にマッチしている受験生よりも点数が高いか。 c_2 は s_3 と暫定的にマッチしており定員に空きはない。しかし、 s_2 は s_3 より点数が高いため、適格である。

上の二つの条件がともに満たされるとき、資料が送付される。 s_2 はいずれも満たしているため、 c_2 に資料が

送られる。同様の方法で s_4 についても判定する。大学のダミー割当がすべて埋まっているため、実行不可能である。したがって、 s_4 の資料は送付されない。暫定的なマッチの決定は、次の選抜ルールに従う。

選抜ルール: 大学は受験生の資料を（追加的に）受け取った後、各自の選好にもとづいて定員まで暫定的な合格者を選抜する。 c_2 は $\{s_2, s_3\}$ から s_2 を選ぶ。

新たに大学からリジェクトされる受験生がいなくなる、もしくはリジェクトされた受験生が送付できる大学がなくなった段階でメカニズムが終了する。 c_2 が s_3 をリジェクトしたとき、すべての大学のダミー割当がすでに埋まっているためメカニズムは終了し、マッチング $\mu^2 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ c_1 & c_2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ が実現する。

例 2 の手続きからわかるように、修正平行志願制度では、一人の受験生の資料を一校だけではなく複数の大学に送ることができる（＝一档多投）。これにより、平行志願制度でアンマッチとなった受験生は新たなマッチの機会を得ることができる。また、各ステップで実現するマッチングが暫定的なものであることから、大学はステップが進むにつれてより望ましい受験生を選ぶことができる（＝受入保留）。こうして、「一档多投」と「受入保留」という、平行志願制度にはない新たな要素を取り入れることで、修正メカニズムは受験生と大学のどちらにとっても、より望ましいマッチングを実現することが期待される。この予想が正しいことは、次の定理によって理論的に示すことができる。

定理 2. 平行志願制度と比べて修正平行志願制度は、より点数安定、より選好安定であり、さらに戦略的な操作がより難しくなっている。

安定性については、以下のような形で証明することができる⁷。鍵となるのは、修正平行志願制度のステップ 1 で、現行の平行志願制度がそのまま使われている、という特徴である。いま仮に、ある問題において、平行志願制度が点数安定なマッチングを出力していたとしよう。このとき、同じ問題に対して修正平行志願制度を実行した場合に、ステップ 2 の適格条件を満たす受験生は存在しないはずである。なぜなら、もしそのような受験生がいたとすると、（適格条件の定義から）その受験生と送付先の大学が点数ブロッキング・ペアを形成するからだ。これは、平行志願制度の結果が点

⁶ 「一档一投」の問題について、中国政府も改革の意向を示している。2015 年に新たに「一档多投」の目標を掲げ、各省・市・自治区にその目標の達成方法を求めた。しかしながら、現時点において、少数の例外（福建省と浙江省の専門学校入試）を除いてその改革は実現していない。

⁷ 戦略的操作可能性の証明は複雑なため省略する。

数安定性を満たす、という当初の仮定と矛盾する。結果的に、修正平行志願制度はステップ1で(実質的に)終了し、平行志願制度の結果と全く同じ点数安定マッチングが実現することがわかる。

次に、ある問題において、平行志願制度が選好安定なマッチングを出力していたとしよう。このとき、同じ問題に対して修正平行志願制度を実行した場合に、ステップ2以降で新たに大学から選抜される受験生は存在しないはずである。なぜなら、もしそのような受験生がいたとすると、(選抜ルールの定義から)その受験生と送付先の大学が選好ブロッキング・ペアを形成するからだ。これは、平行志願制度の結果が選好安定性を満たす、という当初の仮定と矛盾する。結果的に、修正平行志願制度のステップ2以降で新たに大学とマッチするような受験生は出てこないため、平行志願制度の結果と全く同じ選好安定マッチングが実現する。

定理2は、点数安定性・選好安定性・戦略的操作可能性のいずれにおいても、修正平行志願制度が現行制度より理論的に望ましいマッチングを実現できることを示唆している。しかしながら、次の例が示すように、この修正メカニズムも、前節で確認した平行志願制度の欠点をすべて克服しているわけではない。

例 3. 5人の受験生と四つの大学が存在して、 $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$, $C = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$ とする。各参加者の選好と試験点数の順位は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} P_{s_1}: & c_1, c_2, c_3, c_4, & P_{c_1}: & s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, \\ P_{s_2}: & c_1, c_3, c_2, c_4, & P_{c_2}: & s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, \\ P_{s_3}: & c_1, c_3, c_2, c_4, & P_{c_3}: & s_2, s_3, s_4, s_5, s_1, \\ P_{s_4}: & c_3, c_2, c_1, c_4, & P_{c_4}: & s_2, s_3, s_4, s_5, s_1, \\ P_{s_5}: & c_3, c_4, c_2, c_1, & \succ: & s_1, s_2, s_3, s_4, s_5. \end{aligned}$$

大学の定員およびダミー割当を $(q_{c_1}, q_{c_2}, q_{c_3}, q_{c_4}) = (1, 1, 2, 1)$, $(\bar{d}_{c_1}, \bar{d}_{c_2}, \bar{d}_{c_3}, \bar{d}_{c_4}) = (3, 2, 3, 2)$ とする。修正平行志願制度のステップ1では $\mu^1 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 \\ c_1 & \emptyset & \emptyset & c_3 & c_3 \end{pmatrix}$ が出力される。ステップ2において、 c_3 は s_2 の資料、 c_2 は s_3 の資料を追加的に受け取る。そして、 c_2 は s_3 を、 c_3 は $\{s_2, s_4, s_5\}$ から $\{s_2, s_4\}$ を選び、 $\mu^2 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 \\ c_1 & c_3 & c_2 & c_3 & \emptyset \end{pmatrix}$ が出力される。ステップ3では、 c_4 が s_5 の資料を追加的に受け取り、 s_5 をそのまま選ぶ。ここでメカニズムは終了し、マッチング $\mu^3 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 \\ c_1 & c_3 & c_2 & c_3 & c_4 \end{pmatrix}$ が実現する。

例3において実現する μ^3 は、点数と選好のどちらの順位に関しても不安定になっている。さらに残念な

ことに、 (s_3, c_3) が二重ブロッキング・ペアを形成していることがわかる。では、点数でも、 (c_3) の選好においても s_4 よりも優れている s_3 が、修正平行志願制度のもとで c_3 とマッチできないのはなぜなのだろうか。その原因は、各大学 c が \bar{d}_c までしか資料を受け取ることができない、というダミー割当(の実行可能条件)にある。例3のステップ2で s_3 の資料送付先を考える際に、 s_3 の第二志望である c_3 はすでにダミー割当を使い切っており実行可能条件を満たしていなかった。そのため、 s_5 よりも点数が高いにもかかわらず、 s_3 は資料を c_3 に送ることができなかった。その結果、 (s_3, c_3) という二重ブロッキング・ペアが生まれてしまったのである。この例は、定理2のような望ましい性質をもつ修正平行志願制度でも、ダミー割当が制約となって、二重ブロッキング・ペアを生む危険性があることを示している。次の小節で、ダミー割当政策を廃止した場合には、二重ブロッキング・ペアの問題を完全に解決できることを明らかにしよう。

4.2 ダミー割当政策を廃止する場合

ダミー割当制約をなくし、大学が必要に応じて制限なく受験生の資料を受け取れるような状況を考えよう。つまり、任意の大学 c に対して $\bar{d}_c = |S|$ を仮定する。以下では、Fang and Yasuda [2] で私たちが提案した制約無し平行志願制度を紹介する。さきほどの例3を用いながら、具体的な手続きを説明しよう。

例 4. 制約無し平行志願制度は次のように実行される。
ステップ1 ダミー割当がない(任意の大学 c に対して $\bar{d}_c = |S|$) もとで平行志願制度を用い、出力されたマッチング $\mu^1 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 \\ c_1 & \emptyset & \emptyset & c_3 & c_3 \end{pmatrix}$ を暫定的な結果とする。
ステップ2 ステップ1でマッチできなかった受験生 s_2 と s_3 の資料を、次の送付ルールに従い送付する。
送付ルール: 試験の点数順に従い、 $s_2 \rightarrow s_3$ の順番で考える。 s_2 の資料を第二希望の c_3 に送ることができるかどうかは、以下の適格条件のみで判定される。
適格条件 大学の定員に空きがある、あるいは暫定的にマッチしている受験生よりも点数が高いか。 c_3 は $\{s_4, s_5\}$ と暫定的にマッチしており定員に空きはない。しかし、 s_2 は s_5 より点数が高いため、適格である。同様に、 s_3 も s_5 より点数が高いため、適格である。適格条件が満たされるとき、資料が送付される。 s_2 と s_3 の資料がどちらも c_2 に送られる。暫定的なマッチの決定は、次の選抜ルールに従う。

選抜ルール: 大学は受験生の資料を(追加的に)受け取った後、各自の選好にもとづいて定員まで暫定的な

合格者を選抜する。 c_2 は $\{s_2, s_3, s_4, s_5\}$ から $\{s_2, s_3\}$ を選択して、 $\mu^2 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 \\ c_1 & c_3 & c_3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ が出力される。

ステップ3 ステップ2でマッチできなかった受験生 s_4 と s_5 に対して、前のステップと同様の手続きを行う。その結果、 s_4 の資料は c_2 に、 s_5 の資料は c_4 に送られる。 c_2 は s_4 を、 c_4 は s_5 を選抜して、マッチング $\mu^3 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 \\ c_1 & c_3 & c_3 & c_2 & c_4 \end{pmatrix}$ が出力される。

新たに大学からリジェクトされる受験生がいなくなる、もしくは送付できる大学がなくなった段階でメカニズムが終了する。ステップ3でリジェクトされる受験生がいらないためメカニズムは終了し、 μ^3 が実現する。

例4の手続きからわかるように、制約無し平行志願制度は、修正平行志願制度とよく似ている。前者が後者と異なるのは、ステップ1で平行志願制度を実行する際にダミー割当を設定しない、ステップ2以降の各ステップにおいて送付ルールの実行可能条件を要求しない、という二点だけである。しかし、このわずかな違いによって、制約無し平行志願制度は修正平行志願制度が抱えていた問題を克服できることが示される。

定理3. 制約無し平行志願制度のもとでは、二重ブロッキング・ペアが生じない。さらに、二重安定マッチングが存在する場合には、必ずそれが実現される。

定理の前半部分、二重ブロッキング・ペアが存在しないことは、次のように証明できる。いま仮に、二重ブロッキング・ペア (s, c) が存在するとしよう。定義からこのペアは点数ブロッキング・ペアでもあるため、メカニズムの中で s は c に必ず資料を送っていたはずである。ここで、 (s, c) は選好ブロッキング・ペアでもあることから、 c が s の資料を受け取ってればリジェクトすることはあり得ない。よって矛盾が生じる。定理の後半部分の証明は複雑なため、ここでは直感的な説明だけ述べておこう。ステップ2以降のステップが進んでも、送付ルール（適格条件）により、各大学が新たに受け取る受験生の点数が下がることはない。また、選抜ルールの性質から、各大学が選ぶ受験生の選好順位も上昇していく。このように、大学側から見ると、メカニズムが進むに従って、点数と選好のどちらにおいても、暫定的なマッチングは単調に改善していく。そして、これ以上改善の余地がないマッチングである二重安定マッチングがもしも存在する場合には、その結果に必ずたどり着くことができるのである。

定理3は、制約無し平行志願制度の理論的な優位性

を表している。ただし、ダミー割当の上限がなくなっているため、現行の平行志願制度や修正平行志願制度と比べて、各大学が受け取る受験生の資料が莫大な数になる可能性がある。結果として、そもそもの問題であった大学の選好形成が難しくなる、あるいは入試の合否判定自体が長期化する、といった実務上の問題が生じるかもしれない点には注意が必要である。では、純粋に理論的な観点からは、制約無し平行志願制度の方が望ましいといえるのだろうか。実は、理論上も、制約無し平行志願制度が修正平行志願制度よりも優れているとは言い切れない。なぜなら、後者について成立する定理2が、前者では必ずしも成り立たないからである。原因は、制約無し平行志願制度のステップ1で、平行志願制度そのものではなく、ダミー割当に上限がない平行志願制度が使われている点にある。修正平行志願制度のステップ1では、(ダミー割当に上限のある)平行志願制度が使われていたことを思い出そう。そのため、修正平行志願制度では、現行の平行志願制度の結果から出発して、ステップ2以降でマッチングが改善していく。結果的に、さまざまな基準のもとで、平行志願制度よりも望ましいマッチングを必ず実現できたのである(=定理2)。これに対して、出発点異なる制約無し平行志願制度の場合には、現行の平行志願制度を常に改善できるとは限らない。

5. まとめ

本稿では、マッチング理論を二種類の順位が混在する環境へと拡張し、中国の大学入試問題を分析した。そこではまず、現行のメカニズムである平行志願制度が、深刻な欠点をいくつももつことが明らかとなった。この悲観的な結果を受け、現在の制度的な制約を維持する場合・廃止する場合のそれぞれのシナリオのもとで、理論的により望ましいメカニズムを提案した。

本研究で焦点をあてた「二種類の順位が混在するマッチング問題」は、中国の大学入試だけでなく、さまざまな問題に応用できる可能性がある。たとえば、日本における公立高校入試では、学力試験と調査書(内申書)にもとづく二種類の順位が混在しており、これらをもとに各学校が合否判定を行っている。推薦入試やAO入試も、試験点数とは異なる(より主観的な)基準で学校側が受験生を選抜しようとする試みだろう。私たちの研究が、このような現実の問題に新たな光をあて、分析・理解を深める一助となれば幸いである。

謝辞 私たちの研究 [2, 3] は, 科研費 18KK0342, 20H00070 の助成を部分的に受けて行われました.

参考文献

- [1] G. Xiao, “Four presidents of universities in Shanghai appeal that universities should have some degree of autonomy,” *People’s Daily*, 6/12/1979, 1979.
- [2] Y. Fang and Y. Yasuda, “Misalignment between test scores and colleges’ preferences: Chinese college admissions reconsidered,” *SSRN*, id=3914742, 2021.
- [3] Y. Fang and Y. Yasuda, “Matching with subjective and objective evaluations,” *SSRN*, id=3914551, 2021.
- [4] Y. Chen and O. Kesten, “Chinese college admissions and school choice reforms: A theoretical analysis,” *Journal of Political Economy*, **125**, pp. 99–139, 2017.
- [5] P. A. Pathak and T. Sönmez, “School admissions reform in Chicago and England: Comparing mechanisms by their vulnerability to manipulation,” *American Economic Review*, **103**, pp. 80–106, 2013.
- [6] D. Gale and L. S. Shapley, “College admissions and the stability of marriage,” *American Mathematical Monthly*, **69**, pp. 9–15, 1962.