

組合せ最適化による 問題解決の実践的なアプローチ

梅谷 俊治

組合せ最適化は現実社会における意思決定や問題解決を実現するための有用な手段である。しかし、組合せ最適化の理論やアルゴリズムの専門的な知識があれば、現実問題が即座に解決できるわけではなく、実際には、最適化問題のモデリングにかかるインタビューからシステムの実装・導入にいたるまで、これらの専門知識だけでは解決できない課題が数多く存在する。本稿では、数理最適化の研究者がコンサルタントと共同で現実問題に取り組み際に生じる課題とその対策について解説する。

キーワード：組合せ最適化, モデリング, 整数計画ソルバー

1. はじめに

数理最適化は、最適化問題を通じて現実社会における意思決定や問題解決を実現する有用な手段であり、図 1 に示すように、(1) 最適化問題のモデリング、(2) アルゴリズムによる求解、(3) 結果の分析・検証、(4) 最適化問題とアルゴリズムの再検討という一連の手続きからなる。

数理最適化を用いて現実問題を解決するためには、まず、代表的な最適化問題とそれらに対する効率的なアルゴリズムを良く知ることが必要である。しかし、数理最適化の理論やアルゴリズムの専門的な知識があれば、それだけで現実問題を上手く解決できるようになるわけではない。実際には、最適化のモデリングにかかるインタビューからシステムの実装・導入にいたるまで、これらの専門的な知識だけでは解決できない課題が数多く存在する。本稿では、筆者がコンサルタントとの共同研究を通じて得た経験にもとづき、数理最適化の研究者がコンサルタントと協力して現実問題に取り組み際に生じる課題とその対策について解説する。

2. 目標の設定

実務では、期間や人員など多くの現実的な制約の下で問題解決に取り組むため、学術的な課題に取り組むことは容易ではない。コンサルタントは共同研究の成果を論文として発表する動機がなければ、確実かつ少ない手間で現実問題を解決できるアプローチが望ましいと考える傾向がある。たとえば、研究者は現実問題から効率的なアルゴリズムが知られていない未知の最適化問題を開拓したいと望む一方で、コンサルタントは現実問題を効率的なアルゴリズムが知られた既存の最適化問題にモデリングしたいと望む、方針の不一致がしばしば生じる。このような場合には、上手く課題を切り分けて異なるプロジェクトとして進めるなど、研究者とコンサルタントの間でプロジェクトの取り組みを調整する必要がある。

現実問題の解決には多くの意思決定者が関わっており、利害が衝突することも少なくない。そのため、最適化問題のモデリングにかかるインタビューの段階で、コンサルタント、現場の計画担当者、責任者や経営者など、すべての意思決定者と十分なコミュニケーションを取り、最終的な目標について合意を得る必要がある。特に、運用と計画のどちらを効率化したいのかを明確にすることは重要である。数理最適化では、費用の最小化や利益の最大化などの指標を目的関数に設定する事例が多いため、これらの指標を改善する計画案を作成することが目標であると思いついてしまうことが多い。しかし、実際には、現場の計画担当者の作業を自動化もしくは支援することが目標であることも少なくない。費用の最小化や利益の最大化を目標とする場合には、計画担当者より優れた計画案を作成するこ

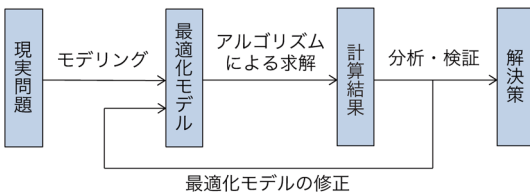


図 1 数理最適化の手続き

うめたに しゅんじ
大阪大学大学院情報科学研究科
〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1
umetani@ist.osaka-u.ac.jp

とが求められる一方で、計画担当者の作業を自動化もしくは支援する場合には、計画担当者と同程度の計画案を作成すれば十分であり、それらの目標の難しさは大きく異なる。さらに、計画担当者の作業を完全に自動化する必要がなく、支援により計画担当者の作業の負担を軽減すれば十分であるならば、システムでは担当することが難しい一部の処理を計画担当者に任せることで現実問題を効率的に解決することが可能になる。

現実問題に取り組む際には、意思決定の範囲を適当な規模に抑えることも重要である。複数の業務から構成される大規模な事業の全体を最適化すれば、個別の業務を最適化するよりも良い結果が得られるだろうと期待してしまう。しかし、実際には、各業務を担当する数多くの意思決定者の合意を得るためのコミュニケーションに多くの手間がかかり、目標の設定すらおぼつかなくなるのが少なくない。

3. データの取得と利用

数理最適化を用いて現実問題を解決するためには、最適化問題の問題例に当たる入力データが必要になる。そのため、現実問題に取り組む際には、必要な入力データを少ない手間で確実に取得できる環境が整備されているかどうか確認する必要がある。もし、数理最適化を用いたシステムを導入することで、現場の計画担当者に入力データを取得するための新たな業務が生じるならば、業務を効率化するという本来の目標から大きく外れる結果となる。そもそも、数理最適化を用いて現実問題に取り組むためには、先にデータの取得と分析を済ませていることが前提となる。これらは多くの期間と手間をかけて取り組むべきプロジェクトで、数理最適化を用いて現実問題を解決するプロジェクトに含まれるべきものではない。必要なデータを取得できる環境が整備されていないならば、まずはデータの取得と分析のプロジェクトを立ち上げるよう勧めることが望ましい。これらの成果は数理最適化に取って代わるわけではないが、データが可視化されるだけでも業務の効率化につながる多くの知見が得られる。

環境が整備されていても機密保持契約などの都合により必要なデータが取得できないことも少なくない。また、新たな事業を立ち上げる際など、そもそも該当する入力データが存在しないこともある。現実問題に取り組む際には、必ずしも業務から生じる現実のデータそのものが必要なわけではなく、提案する枠組みが現実問題の解決に有効であることを検証できる現実的なデータがあれば十分である。このような場合には、シ

ミュレータを開発して現実的な入力データを生成することもある。

取得した入力データがどれぐらい信用できないかを確認することも重要である。取得した入力データには欠損や誤りが含まれるだけでなく、計画や運用など業務のあらゆる段階で変更が生じる可能性がある。たとえば、計画の段階では不測の事態に対応するため需要を多く生産能力を少なく見積り、運用の段階で需要の変化に合わせて計画を修正することが少なくない。このような入力データでは、最適化問題の解が妥当な計画案につながるだけでなく、そもそも最適化問題の実行可能解すら求まらないことも多い。現実問題に取り組む際には、入力データが正確であると過信せず、むしろ入力データに問題がないか検証するぐらいの気持ちで取り組むことが望ましい。

4. 問題解決の手続き

インタビューでは最適化問題のモデリングに必要な情報が簡単には得られないことに注意する必要がある。最適化問題のモデリングに必要な情報の多くは、日常的に現場で業務に従事している計画担当者にとって改めて話題にするまでもない常識であり、コンサルタントが慎重なインタビューを重ねてもそれらの情報を十分に引き出すことはなお困難である。そのため、コンサルタントは十分なモデリングができないまま次の段階に進まざるを得ず、提示した計画案が現場の計画担当者の期待から大きく外れてしまうことが少なくない。これは、現場の計画担当者とコンサルタントのどちらか一方が悪いわけではない。そもそも、現場の計画担当者が最適化問題のモデリングに必要な情報を自ら整理できるならばコンサルタントは不要なはずであり、むしろ、暫定的な計画案を提示することは現場の計画担当者からモデリングに必要な情報を引き出すための手段であると割り切ることが望ましい。そのようなわけで、図1に示す手続きが1回で終わることはまれで、妥当な計画案が得られるまで繰り返し再検討が必要になる。ところで、再検討のたびに現場の計画担当者の要求が大きく変わることは少なくない。このような場合には、打合せを始める際に、これまでのあらましを簡単に説明したうえで最終的な目標を再確認すると良い。

現実問題が効率的なアルゴリズムが知られた最適化問題に類似しているもしくは、それらを部分問題として含んでいることは多い。しかし、既存のアルゴリズムをそのまま適用できる現実問題は少なく、実務から

生じるさまざまな制約条件により、既存のアルゴリズムを大幅に修正する必要が生じたり、効率的なアルゴリズムが知られていない最適化問題にモデリングせざるを得ないことが多い。組合せ最適化問題では代表的なアプローチとして、問題を整数計画問題に定式化して分枝カット法にもとづく整数計画ソルバーを適用する方法や、個別の問題に含まれる特徴的な構造を利用してメタヒューリスティクスを開発する方法などが知られている。整数計画問題は多くの現実問題を定式化できる汎用的な最適化問題であり、厳密な最適解を求める分枝カット法にさまざまなアイデアを盛り込んだ高性能なソルバーが多く開発されている。しかし、分枝カット法は解候補を体系的に列挙するアルゴリズムで入力データの規模に対して最悪時間計算量が指数関数的に増加するため、計算時間が入力データに敏感になることが少なくない。一方で、現実問題では質の高い近似解で十分に問題解決に役立つ場合が多く、これらの問題では局所探索法にさまざまなアイデアを盛り込んで探索の集中化と多様化をバランス良く実現するメタヒューリスティクスが多く開発されている。しかし、高性能なメタヒューリスティクスを開発するには個別の問題に含まれる特徴的な構造を利用するため、専門家であっても新たな問題に取り組むたびにメタヒューリスティクスの開発に多くの時間と労力を要することが多い。

数理最適化を用いて現実問題に取り組む際にボトルネックとなるのは、最適化問題の修正にもなうアルゴリズムの修正もしくは開発である。実務から生じる制約条件が追加されると、アルゴリズムの大幅な修正もしくは新規に開発が必要となり、数日もしくは数週間、下手をすれば数ヶ月の期間を要することが少なくない。そのため、図2に示すように、最適化問題のモデリングが終わるまでは、できる限り整数計画ソルバーなど汎用性の高い既存のソフトウェアを利用し、メタヒューリスティクスなどアルゴリズムの開発を避けることが望ましい。その後、既存のソフトウェアでは実務に耐える十分な性能が得られない、ライセンスの都合により現場の計画担当者が利用できないなどの事情があれば、改めてアルゴリズムの開発に着手すれば良い。ただし、開発者以外がアルゴリズムを修正することは容易ではないため、システムを導入した後にも追加の作業が生じる可能性があれば、できる限りアルゴリズムは開発せずに汎用性の高い既存のソフトウェアを利用することが望ましい。

数理最適化を用いて現実問題に取り組む際には、ア

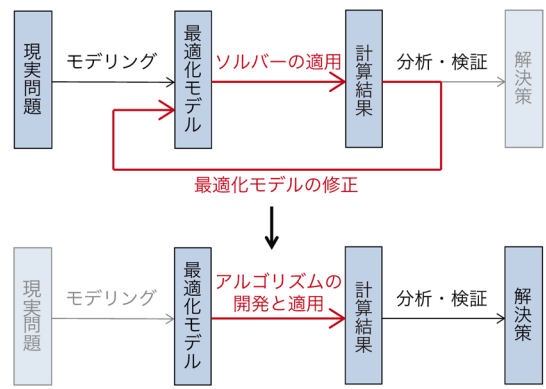


図2 数理最適化を用いた現実問題に対するアプローチの例

ルゴリズムの実行に使える計算機の性能と計算時間を確認する必要がある。たとえば、リアルタイムシステムを開発するために最適化問題を解くのであれば計算時間が1秒では長すぎる。逆に、年間の生産計画を立てるために最適化問題を解くのであれば計算時間が数時間でも長すぎることはない。実務では、アルゴリズムの実行に使う計算時間を可能な限り短くする必要があるわけではなく、与えられた計算時間内に収まれば十分であることが多い。また、最適化問題の厳密な最適解が必要なのか、どの程度の質の近似解が必要なのかも確認する必要がある。整数計画ソルバーは最適解を求める分枝カット法にもとづいているため、最適解が求まらない限りは何も出力しないと勘違いされることが少なくない。しかし、整数計画ソルバーはそれまでの探索で得られた最良の実行可能解を暫定解として保持しているため、計算時間の上限を設定して近似解を出力させることが可能である。

5. 最適化問題のモデリング

前節で説明したように、インタビューでは最適化問題のモデリングに必要な情報が簡単には得られないため、最も簡単な最適化問題から始めて、現場の担当者と一緒に再検討を繰り返しつつ、段階的に変数や制約条件を追加して最適化問題を拡張することが望ましい。この方法にはいくつかの利点がある。

一つ目は、始めから複雑な手続きをプログラミングできないように、始めから複雑な最適化問題をモデリングできないことである。慎重に取り組んだとしても始めから誤りを全く含まない最適化問題をモデリングすることは難しい。簡単な最適化問題から始めて、慎重に検討を重ねつつ、段階的に複雑な最適化問題に拡張することで、最適化問題に含まれる誤りを効率的に

検出できるようになる。最適化問題のモデリングはプログラミングと類似する部分も多いので、プログラミングにおける多くの注意事項は最適化問題のモデリングにも当てはまると考えても差し支えない。

二つ目は、最適化問題の問題例に当たる入力データの項目を少なく抑えられることである。3節で説明したように、現実問題に取り組む際には、必要な入力データを少ない手間で確実に取得できることが前提となる。逆に、最適化問題をモデリングする際に必要な入力データの項目をできる限り減らせば、入力データの取得に要する手間を減らすことができる。特に、取得できるデータの項目をすべて利用するのではなく、信用できるデータの項目を吟味したうえで必要最小限の利用にとどめることが望ましい。

三つ目は、インタビューで現場の計画担当者が挙げる要件が多いときに、これらを必ず満たすべき制約条件（絶対制約）と可能ならば満たすことが望ましい制約条件（考慮制約）に分類できることである。4節で説明したように、現場の計画担当者にとって必ず満たすべき制約条件は改めて話題にするまでもない常識である。そのため、インタビューで現場の計画担当者が挙げる要件から重要なものとそうでないものを見分けることは容易ではない。しかし、暫定的に選んだ要件をもとに作成した計画案を提示すれば、現場の計画担当者からこの計画案は重要な要件を満たしていないとの指摘を得ることは容易である。また、提示した計画案が現場の計画担当者の期待から大きく外れていなければ、計画案を作成する際に考慮しなかった要件は重要ではなかったと確認できる。

四つ目は、実行可能解が求められないときに原因となる制約条件を特定し易くなることである。複雑な最適化問題では、多くの制約条件が互いにトレードオフの関係をもつため、実行可能解が求められない原因となる制約条件を特定することは容易ではない。このような場合には、重要な要件のみを制約条件にもつ簡単な最適化問題から始めて段階的に制約条件を追加することで、重要でないにもかかわらず実行可能解を求める妨げとなる制約条件を特定できる。また、実務では重要な要件であってもそれらすべてを同時には満たせないこともある。このような場合には、現場の計画担当者といくつかの重要な要件が互いに衝突していることを確認したうえで、どの要件を優先するか決定する必要が生じる。このとき、優先しないと決めた要件を制約条件から除外する必要はなく、たとえば、制約条件 $\sum_{j \in N} a_j x_j \geq b$ を $\sum_{j \in N} a_j x_j + y \geq b$ と緩和し、

その違反量 y (≥ 0) の重み付き和を目的関数に追加すれば、これらの要件を考慮した最適化問題に変形できる。ただし、制約条件の緩和を多用すると、これらの制約条件のトレードオフの調整が難しくなることに注意する。

最適化問題をモデリングする際には、可能ならば現場の計画担当者が過去に作成した計画案と利用した入力データの組を取得することが望ましい。これらの計画案が現場の計画担当者がインタビューで挙げたいくつかの要件を満たしていなければ、それらの要件は重要ではないと判断できる。ただし、3節で説明したように、取得した入力データには計画や運用など業務のあらゆる段階で改変が生じる可能性があり、それが原因で現場の計画担当者が作成した計画案が要件を満たしていないこともある。このような場合には、運用の段階で入力データの変更に合わせて計画案が改変されている可能性が高い。

6. システムの実装と導入

筆者自身はシステムの実装や導入を手がけた経験は少ないが、コンサルタントとの共同研究を通じて気づいたことをいくつか挙げる。

一つ目は、現場の計画担当者が明らかに実行可能解が存在しない入力データをしばしば与えることである。業務では利用可能な資源を使い切るように計画を立てることが多いため、たとえば、生産計画において需要量の合計が生産量の合計をわずかに上回る入力データが与えられることは少なくない。そのため、現場の計画担当者がシステムを利用する際には、入力データを与えて最適化問題を1回だけ解くのではなく、入力データに含まれる不具合を修正しては最適化問題を解く手続きを繰り返すことが多い。このような場合には、すべての要件を考慮した計画案を求める最適化問題を解く前に、最低限の要件を満たす実行可能解が存在するかどうかを確認する簡単な最適化問題を解けば良い。この方法であれば、入力データに含まれる不具合が原因で実行可能解が存在しないときに、その原因をすぐに知らせることができる。

二つ目は、現場の計画担当者がシステムの利用者とは限らないことである。たとえば、業務では営業担当者が見積りを作成するために計画担当者に計画案の作成を依頼することは少なくない。このような場合には、営業担当者が簡単な計画案を元に見積りを作成できるならば、初めに営業担当者にシステムを利用してもらうことが望ましい。営業担当者が計画担当者に計画案

の作成を依頼する必要がなくなれば、見積りの作成に要する時間を短縮できるうえに計画担当者の負担も軽減できる。しかも、簡単な計画案で十分ならばシステムの実装と導入に要する手間を削減できる。2節で説明したように、現実問題の解決には多くの意思決定者が関わっており、必ずしも現場の計画担当者だけがシステムの利用者となるわけではない。それぞれの意思決定者の目標を踏まえて、現場の複数の利用者からフィードバックを貰いながら段階的にシステムを導入することが望ましい。また、業種によりシステムを導入する難しさが大きく異なることに注意する必要がある。製造業など設備の運用が簡単に調整できない事例ではシステムの導入が難しく、オンラインサービスなどサービスの運用が簡単に調整できる事例ではシステムの導入が容易であることが多い。

三つ目は、作成した計画案を可視化することである。5節で説明したように、最適化問題のモデリングでは現場の計画担当者に計画案を提示してフィードバックを貰うことが重要である。このとき、現場の計画担当者が直観的に理解し易い形で計画案を提示する必要がある。もちろん、可視化には相応の手間がかかるため、最小の手間で最大の効果を狙って可視化の導入は最小限にとどめるよう注意する必要がある。

7. おわりに

本稿では、数理最適化の研究者がコンサルタントと共同で現実問題に取り組む際に、最適化問題のモデリングにかかるインタビューからシステムの実装・導入までの各段階で生じる、数理最適化の専門知識だけで

は解決できない課題とその対策について解説した。大学が企業との産学連携を円滑に進めるための知見は永井ら [1] にまとめられている。また、企業におけるデータ分析や AI などのプロジェクトを円滑に進めるための知見は、数理最適化のプロジェクトを進めるうえでも大いに役立つことが期待できる。これらの知見については河本 [2, 3], 太田ら [4], 大城ら [5] などが詳しい。本稿では解説しなかったが、現実問題を最適化問題（特に整数計画問題）にモデリングする具体的な方法は Williams [6], 久保ら [7], 藤江 [8], 梅谷 [9] などが詳しい。

参考文献

- [1] 永井正夫, 根本光宏, 田村元紀, 『企業研究資金の獲得法』, 丸善, 2010.
- [2] 河本薫, 『会社を変える分析の力』, 講談社, 2013.
- [3] 河本薫, 『最強のデータ分析組織: なぜ大阪ガスは成功したのか』, 日経 BP 社, 2017.
- [4] 太田満久, 井上佳, 今津義充, 中山英樹, 上総虎智, 山崎裕市, 齒頭隆太, 草野隆史, 『データ分析・AI のビジネス導入: プロジェクト進行から組織づくりまで』, 森北出版, 2018.
- [5] 大城信晃, マスクド・アナライズ, 伊藤徹郎, 小西哲平, 西原成輝, 油井志郎, 『AI・データ分析プロジェクトのすべて』, 技術評論社, 2021.
- [6] H. P. Williams, *Model Building in Mathematical Programming (5th edition)*, Wiley, 2013.
- [7] 久保幹雄, J. P. ベドロソ, 村松正和, A. レイス, 『あたらしい数理最適化—Python 言語と Gurobi で解く』, 近代科学社, 2012.
- [8] 藤江哲也, “整数計画法による定式化入門,” オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学, **57**, pp. 190–197, 2012.
- [9] 梅谷俊治, 『しっかり学ぶ数理最適化: モデルからアルゴリズムまで』, 講談社, 2020.