

連続最適化および関連分野に関する夏季学校ルポ



山川 雄也 (京都大学)

1. はじめに

「連続最適化および関連分野に関する夏季学校」が、2021年8月23日、24日、25日にオンラインで開催された。この夏季学校は、連続最適化とその関連分野（凸解析、数値計算、線形代数など）において現在活躍中の研究者による講義と演習を通して、基本的な事柄から最先端の動向までを整理し、理解することを試みるものであり、また、学生を含む若手研究者の基礎力の養成および新たな研究テーマの発見を目指した取り組みである。今回の講師は、明治大学の飯塚秀明氏と京都大学の佐藤寛之氏の2名であり、飯塚氏には「不動点理論と最適化」、佐藤氏には「リーマン多様体上の最適化理論とその周辺」というテーマで講義を行って頂いた。総勢118名のオペレーションズ・リサーチに関わる学生および研究者が集まり、講義だけでなく、演習を通じて盛んに議論が交わされる大変有意義な時間となった。

2. 講義内容

「不動点理論と最適化」

夏季学校初日は、明治大学の飯塚秀明氏による「不動点理論と最適化」の講義から始まった。この講義は、「不動点とは何か？」と「不動点を見つけるとなぜ嬉しいのか？」ということに焦点を当てた内容となっており、大きく三つのパートに分けて講義を行って頂いた。一つ目のパートでは、ヒルベルト空間についての定義や有限次元ユークリッド空間と比較した際に異なる部分などについて解説をして頂いた。また、ヒルベルト空間上の良く使う不等式や等式をご紹介された。二つ目のパートでは、まず不動点および非拡大写像について定義し、閉凸集合への射影を具体例として、不動点および写像の非拡大性に関する演習問題を交え、参加者全員で議論をしながら理解を深める講義を行って頂いた。最後のパートでは、不動点を見つけるための手法であるKrasnosel'skiĭ-Mannの不動点近似法をご紹介されると共に、不動点への収束解析の流れを

参加者全員でトレースするような講義形式で解説をして頂いた。講義後は、事前に用意された演習問題に対して参加者が取り組み、2日目の午前に参加者の中から発表希望者を募って演習問題の解説を行って頂いた。発表者は学生が多かったが、発表後の質疑応答は多くの参加者によって盛んに行われていた。

「リーマン多様体上の最適化理論とその周辺」

2日目の午後からは、京都大学の佐藤寛之氏による「リーマン多様体上の最適化理論とその周辺」の講義が行われた。講義の冒頭では、まずリーマン多様体上の最適化問題として記述されるような応用例をいくつか挙げ、その中で、良く知られたユークリッド空間上の最適化手法ではうまく解くことができないような例をご紹介頂くことで、リーマン多様体上の最適化の意義について解説して頂いた。続いて、球面上の無制約最小化問題を例として、ユークリッド空間上の最適化とリーマン多様体上の最適化で大きく異なる部分に焦点を当て、リーマン多様体上の最適化に特有の概念について概説して頂いた。その後、リーマン多様体上の最適化手法を構築するために必要な基本的概念を導入し、リーマン多様体上の一般の最適化手法に関する話題へ移られた。最適化手法に関する講義では、まずは対象とするリーマン多様体上の無制約最小化問題、および、その一次の最適性必要条件を定義された。そして、対象となる問題を解くため、最適化手法の一般的枠組みを導入し、最も基本的なリーマン多様体上の最急降下法に関する解説をして頂いた。最後に、佐藤氏の専門であるリーマン多様体上の共役勾配法やその最新の研究成果について講義をして頂いた。講義後は、演習問題とその解説のパートに移り、多くの参加者によって盛んに議論が交わされた。

3. おわりに

本夏季学校は、今年度から始まった新たな取り組みであったが、連続最適化の研究者だけでなく、その関連分野の研究者も含め、非常に多くの研究者が集まっ

たことで大いに盛り上がり、研究者間の良い交流の場となったと感じている。特に、演習問題に取り組む時間には、研究者同士で議論ができる場が設けられており、協力して演習問題に取り組む方々の姿も見られ、普段は中々体験できない機会が多かったのではないかと思われる。

最後に、今回の夏季学校が盛況のうちに無事終わることができたのは、講師の飯塚秀明氏（明治大学）と佐藤寛之氏（京都大学）、世話人の田中未来氏（統計数理研究所）、成島康史氏（慶應義塾大学）、檀寛成氏（関西大学）のご尽力によるものであった。参加者を代表し、改めて感謝の意を表したい。