BODアプローチによる統合指標の作成方法

溝渕　英之

近年，指標群を集計して統合指標を作成する際に，あらかじめウエイトを設定せず，対象となる指標群の観測値から内生的にウエイトを決める，BOD (Benefit of Doubt) アプローチという手法が，さまざまな統合指標の作成に応用されている．本稿では，BOD アプローチの背後にある考え方について段階を追って説明し，そのうえで最近の理論的な発展について紹介する．

キーワード：BOD，統合指標，DEA，人間開発，厚生，持続可能性，イノベーション

1. はじめに

情報通信技術や計測技術の進歩により，大量かつ多様なデータが利用可能なビッグデータ時代を，われわれは今迎えている．それにともない，エビデンスに基づく政策形成 (EBPM) やデータドリブン経営などという言葉に代表される，データに基づいた意思決定が重視されるようになってきている．さまざまなデータが存在することは，多くの情報を利用できるという点ではデータ分析にとって有利ではあるが，その一方で複数のデータを利用して関心の対象を包括的に把握することは，利用可能なデータの量と種類の増大とともにますます難しくなってきている．

たとえば，「厚生 (well-being)」について考えてみよう．個人の厚生とは，その所得・健康状態・人間関係・住居などが反映された多面的な概念であり，そのため，各国の人々の厚生を包括的に把握するためには，一つだけの指標ではなく，複数の指標（指標群）を用いることが必要になる．しかし，指標を利用する多くの人にとって，指標群からそれらに共通する傾向を見出すなどして，厚生の状態を包括的に把握するのは容易なことではない．特に厚生水準の国際比較などを考える場合には，その困難はより大きなものになるだろう．

統合指標 (composite indicator) とは，厚生のような多面的な概念や現象を包括的に把握・比較するために，関連した指標群を一つの数値に集計したものをいう [1, 2]．代表的な統合指標としては，所得・教育・健康に関する指標群を集計して作成される人間開発指数 [3] が挙げられる．今日では，厚生・持続可能性 [4]・環境 [5]・イノベーション [6]・SDGs [7] などの国際比較において，統合指標は欠かせないものとなっている．多くの国々や国際機関の公式統計でも統合指標は用いられており，毎年の結果がメディアで取り上げられるのも珍しくない．

統合指標の作成は，具体的には以下の四つのステップからなる．

- Step.1 指標（群）の選択
- Step.2 指標の標準化
- Step.3 ウエイトの決定
- Step.4 ウエイトを用いた指標群の集計

指標の選択 (Step.1) は，把握しようとする概念や現象の性質に依拠するため，本稿で扱う範囲を超える．一方，ウエイトの決定方法とそれに基づく集計方法に関しては（Step.3・Step.4），分野を超えて，共通した方法論が用いられることが多い[1]．本稿では，中でもウエイトを固定しない集計方法として注目されている，BOD (Benefit of doubt) アプローチについて紹介する [8–10]．

BOD アプローチの特徴は，第一に，ウエイトを固定せず，比較する対象ごとに異なるウエイトを設定しているところ，そして第二に，その個別のウエイトが，対象にとって最も有利なものになっているところにある．統合指標によって国際比較を行うことを考えてみると，そのメリットはより明らかになる．すべての国が納得できるような，統一のウエイトを設定することは難しい．その結果，国際比較において統合指標に基づいて低く評価された国が，その低評価の理由を，自国に不利に設定されたウエイトのせいにするということが起きやすい．その点，BOD アプローチでは，統一的なウエイトを用いることなく，各国の統合指標は

みぞぶち　ひでゆき
龍谷大学経済学部
〒 612–8577 京都府京都市伏見区深草塚本町 67
mizobuchi@econ.ryukoku.ac.jp

[1] 指標の標準化 (Step.2) は非常に大きな問題であり，標準化の仕方次第で，統合指標の結果に大きな影響を与えうることも指摘されているが，この問題に関する研究は蓄積が今のところ少ないようである [2]．

 Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.

それぞれの国の評価にとって最も有利となるようなウエイトにより集計されているため，前述のような問題が生じにくいという利点がある．

なお, BOD アプローチによる統合指標の作成は, 線形計画法によって定式化されており，包絡分析法 (DEA) による効率性の計測の特殊ケースとして解釈することができる [11]．そのため，DEA におけるさまざまな効率性の計測方法を応用して BOD アプローチを拡張することも可能となる．そのような例として，後ほど二つの新しい統合指標の作成方法についても紹介する．

2. BOD アプローチ

指標群の数を M，比較対象の国数を K として，統合指標に基づいて国際比較をするという問題を考える．任意の c 国の指標群 $\boldsymbol{y}_c$ とそれに付随するウエイト $\boldsymbol{w}_c$ はそれぞれ下記のように定義されるベクトルで表すことができる[2]．ここでは，これらの利用可能な情報をもとに，いかに国の統合指標を計算するかということを考える．

$$\boldsymbol{y}_c = (y_{c,1}, \ldots, y_{c,M})^{\mathsf{T}} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{w}_c = (w_{c,1}, \ldots, w_{c,M})^{\mathsf{T}} \tag{2}$$

以下では，BOD アプローチをより直感的に理解するため，文献 [8] に従い，限定的な統合指標の作成方法から出発し徐々に一般化を積み重ねることで，最終的に BOD アプローチに到達するような説明の仕方を行う．

2.1 統一ベンチマークの設定

第一段階として，ベンチマークとなるような国 B を決め，c 国のウエイト $\boldsymbol{w}_c$ と c 国の指標群 $\boldsymbol{y}_c$ の加重平均と，c 国のウエイト $\boldsymbol{w}_c$ とベンチマーク国 B の指標群 $\boldsymbol{y}_B$ の加重平均の比率として統合指標を定義する．

$$CI_c = \frac{\boldsymbol{w}_c^{\mathsf{T}} \boldsymbol{y}_c}{\boldsymbol{w}_c^{\mathsf{T}} \boldsymbol{y}_B} \tag{3}$$

この結果，いずれの国においても，ベンチマーク国より包括的にパフォーマンスが高い場合は統合指標の値は 1 より大きくなり，その一方でパフォーマンスが悪い場合は 0 に近くなる．それゆえ，共通するベンチマーク国 B との比較を通じて，包括的な国際比較が可能となる．

2.2 国別のベンチマークの選択

ただし上記の場合，あらかじめベンチマーク国 B を設定するので，ウエイトの設定の仕方次第では，ベンチマーク国 B の包括的なパフォーマンス（加重平均）が，比較対象の国々の中で最も高いとは限らない．そこで第二段階として，比較対象となる国の中から，最もパフォーマンスが高い国を選び，それをベンチマーク国とすることとする．具体的には下記のように，c 国のウエイト $\boldsymbol{w}_c$ ごとに，そのウエイトのもとで最高のパフォーマンス（加重平均）を示す国をベンチマーク国として選択したうえで，c 国とベンチマーク国との指標群の比率により，c 国の統合指標を計算する．

$$CI_c = \frac{\boldsymbol{w}_c^{\mathsf{T}} \boldsymbol{y}_c}{\max_{\boldsymbol{y}_k \in \{\boldsymbol{y}_1, \ldots, \boldsymbol{y}_K\}} \boldsymbol{w}_c^{\mathsf{T}} \boldsymbol{y}_k} \tag{4}$$

この結果，上記の式によって計算される，すべての国の統合指標は必ず 1 以下となり，より解釈のしやすい国際比較が可能になる．ただし，各国の統合指標は，異なる国をベンチマーク国として計算されていることに注意しよう．

2.3 国別の最適ウエイトの選択

これまでは，ウエイト $\boldsymbol{w}_c$ を前提とし，そのもとで最もパフォーマンス（加重平均）が大きい国をベンチマーク国として，最大値が 1 となるように統合指標を作成した．ここでは下記のように，c 国はウエイト $\boldsymbol{w}_c$ 自体も自国の統合指標が最大になるように選択できるとしよう．これこそがまさに BOD アプローチに基づく統合指標の作成方法である．BOD アプローチによって集計された，c 国の統合指標を $CI_{BOD,c}$ と書き表す．

$$CI_{BOD,c} = \max_{\boldsymbol{w}_c} \left(\frac{\boldsymbol{w}_c^{\mathsf{T}} \boldsymbol{y}_c}{\max_{\boldsymbol{y}_k \in \{\boldsymbol{y}_1, \ldots, \boldsymbol{y}_K\}} \boldsymbol{w}_c^{\mathsf{T}} \boldsymbol{y}_k} \right) \tag{5}$$

このように各国の統合指標が最大になるようにウエイトが選択される結果，どの国も相対的に値が大きい指標により高いウエイトを設定するようになる．指標が相対的に高いとは，その国がその指標に代表される側面を重視していることの表れであり，ウエイトは政策の優先順位を表しているとみなすことができる．つまり，BOD アプローチとは各国の指標群の値から，政策的優先度を類推して，指標群を集計・比較する方法であるといえる．

別の解釈も可能である．上記で計算した $CI_{BOD,c}$ は下記のように書き直すことができる．つまり BOD アプローチによる統合指標は，指標群 $\boldsymbol{y}$ を生産物とし投入物を 1 に固定した場合の，DEA によって計測された効率性，つまり各国の指標群から生産フロンティアまでの距離と考えられるのである．

[2] なお本稿では，ベクトル $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^N$ について $\boldsymbol{x} \geq 0$ という表記は $x_n \geq 0$ for all $n = 1, \ldots, N$ を意味する．

Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.

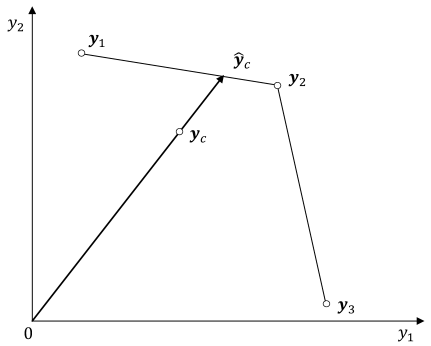

図 1　BOD アプローチ

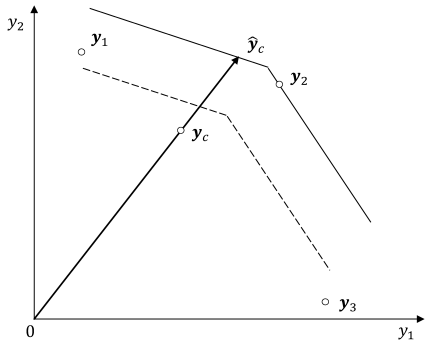

図 2　C^2NLS アプローチ

$$
\begin{aligned}
CI_{BOD,c} = \quad & \max_{\boldsymbol{w}_c} \boldsymbol{w}_c^{\mathsf{T}} \boldsymbol{y}_c \\
\text{s.t} \quad & \boldsymbol{w}_c^{\mathsf{T}} \boldsymbol{y}_k \leq 1, \text{for all } k = 1, \ldots, K; \\
& \boldsymbol{w}_c \geq 0.
\end{aligned}
$$

図 1 は 4 か国の国際比較に BOD アプローチを応用した場合を表している．このとき，1 国から 3 国までは生産フロンティア上にあるので，これらの国の統合指標は 1 となり，c 国の統合指標は，c 国の指標群 $\boldsymbol{y}_c$ と生産フロンティア上の $\hat{\boldsymbol{y}}_c$ までの距離となる．

3. BOD アプローチの拡張

上記で説明したような BOD アプローチについては，さまざまな拡張や改良も考案されている．以下では，二つの新しい拡張例を解説しよう．

3.1 C^2NLS アプローチ

BOD アプローチの問題点の一つとして，複数の比較対象の統合指標を 1 と評価してしまい，各対象の全体的なパフォーマンスの優劣について完全に識別できないということが挙げられる．図 1 の場合でも，4 か国中 3 か国については順序付けができていない．これは，DEA における効率性の計測において典型的に観察される問題である．

近年，通常の DEA を改良し，二次計画法に基づいて効率性を計測する手法 (C^2NLS: Corrected convex nonparametric least square) が考案されている [12]．この C^2NLS の利点の一つは，計測された生産フロンティア上に位置する国が通常の DEA に比べて少なくなり，比較対象のより完全な順序付けが可能である点にある．この C^2NLS を統合指標に応用する取り組みが進んでいる [13]．この新しい統合指標の作成方法の利点は，BOD アプローチのようにウエイトを内生化しながら，同時に識別力を高めることが可能であるところにある．

図 2 を使って C^2NLS アプローチによる統合指標の作成について説明してみよう．C^2NLS アプローチでは，まず二次計画法により生産フロンティアの形状を計測し（点線で表された生産フロンティア），そのうえで一つ以上の対象が生産フロンティア上に乗るまで計測した生産フロンティアを比例拡大する（実線で表された生産フロンティア）．

式で書けば，まず次のような二次計画法により，ウエイトが決定される．ここでは，ε_k は $\boldsymbol{y}_k$ から対角線方向へ計測した，フロンティアまでの距離と考えられる．

$$
\begin{aligned}
\min_{\substack{\boldsymbol{w}_1,\ldots,\boldsymbol{w}_K \\ \varepsilon_1,\ldots,\varepsilon_K}} \quad & \sum_{k=1}^{K} \varepsilon_k^2 \\
\text{s.t.} \quad & \boldsymbol{w}_k^{\mathsf{T}} \boldsymbol{y}_k + \varepsilon_k = 1, \text{ for all } k = 1, \ldots, K; \\
& \boldsymbol{w}_i^{\mathsf{T}} \boldsymbol{y}_i \geq \boldsymbol{w}_j^{\mathsf{T}} \boldsymbol{y}_i, \text{ for all } i, j = 1, \ldots, K; \\
& \boldsymbol{w}_k \geq 0, \text{ for all } k = 1, \ldots, K.
\end{aligned}
$$

上記でもとめたウエイト $\boldsymbol{w}^*$ を使って加重平均により仮の統合指標 $CI_{CNLS,c}$ を $CI_{CNLS,c} = \boldsymbol{w}_c^{*\mathsf{T}} \boldsymbol{y}_c$ のように計算する．最後に，統合指標の値の最高値が 1 になるように全体を調整する．

$$
CI_{C^2NLS,c} = CI_{CNLS,c} - \left(\max_{k \in \{1,\ldots,K\}} CI_{CNLS,k} - 1 \right) \tag{6}
$$

この結果，図 2 からも明らかなように，生産フロンティア上に位置するのは 1 か国だけとなり，比較対象の 4 か国を完全に順序付けすることが可能になる．また，c 国の統合指標は，c 国の指標群 $\boldsymbol{y}_c$ と生産フロンティア上の $\hat{\boldsymbol{y}}_c$ までの距離となり，BOD アプローチの場合に比べ，生産フロンティアが外に拡大している分，生産フロンティアまでの距離は広がり，統合指標の値は低下していることにも注意したい．

3.2 D-BOD アプローチ

これまで紹介した，BOD アプローチと C^2NLS アプ

 Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.

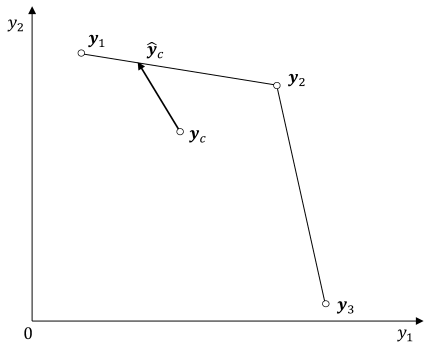

図 3　D-BOD アプローチ

ローチは，いずれも各指標群から生産フロンティアまでの距離を通常の DEA のように対角線方向に計測していた．近年，指向性距離関数とよばれる，より柔軟に方向ベクトル（効率性を計測する方向）を選択できる手法が開発されている [14]．この指向性距離関数を応用して統合指標を作成する手法（Directional-BOD アプローチ，以下単に D-BOD アプローチとする）も BOD アプローチの応用として注目を集めている [15, 16]．生産フロンティアまでの距離を計測する方向ベクトルを $\boldsymbol{g} = (g_1, \ldots, g_M)$ とすると，その方向ベクトルで計測した c 国の指標群と生産フロンティアまでの距離は，下記のように計算される．ここでは，β_c は $\boldsymbol{y}_c$ から g 方向へ計測した，フロンティアまでの距離と考えられる．

$$\begin{aligned} \max_{u_1,\ldots,u_K,\beta_c} \quad & \beta_c \\ \text{s.t.} \quad & \boldsymbol{y}_c + \beta_c \boldsymbol{g} \leq \sum_{k=1}^{K} u_k \boldsymbol{y}_k; \\ & u_k \geq 0, \text{ for all } k = 1, \ldots, K. \end{aligned}$$

そのうえで，BOD アプローチと C^2NLS アプローチのように，統合指標の最大値が 1 となるように調整することで，下記のように最終的に統合指標をもとめることができる．

$$CI_{DBOD,c} = 1/(1 + \beta_c^*) \tag{7}$$

図 3 は，D-BOD アプローチにおいて，どのように指標群から生産フロンティアまでの距離の計測するかを表している．原点を通る対角線にこだわらず，自由に計測する方向を選べるのが特徴である．BOD アプローチの課題として，統合指標が指標群の加重算術平均として計算されるため，指標間の代替関係が固定されている点が指摘されている．D-BOD アプローチを用いれば，方向ベクトルの選択方法を工夫することにより，このような問題も克服できることが知られている [1, 16]．

4.　おわりに

本稿では，統合指標の作成方法として近年広く用いられている BOD アプローチについて解説し，C^2NLS アプローチと D-BOD アプローチという最近の拡張について紹介した．それ以外にも，指標群の中に環境汚染や病気など，値が大きいほど状態が望ましくない指標が含まれている場合の集計方法 [17] や，グループごとに統合指標を集計する方法 [18] など，注目すべき研究は多い．BOD アプローチは DEA モデルの特殊ケースと解釈することができるように，統合指標の作成と DEA モデルによる生産フロンティアまでの距離の計測は関連が深い．今後も，C^2NLS や D-BOD のように，DEA の研究において蓄積されたさまざまな手法が応用されることで，統合指標の研究はますます発展していくだろう．

参考文献

[1] S. Greco, A. Ishizaka, M. Tasiou and G. Torrisi, “On the methodological framework of composite indices: A review of the issues of weighting, aggregation, and robustness,” *Social Indicators Research*, **141**, pp. 61–94, 2019.

[2] OECD, *Handbook on Constructing Composite Indicators: Methodology and User Guide*, OECD Publishing, 2008.

[3] UNDP (United Nations Development Programme), *Human Development Report 2010. The Real Wealth of Nations: Pathways to Human Development*, Oxford University Press, 2010.

[4] C. Böhringer and P. E. Jochem, “Measuring the immeasurable: A survey of sustainability indices,” *Ecological Economics*, **63**, pp. 1–8, 2007.

[5] L. Wiréhn, Å. Danielsson and T. S. S. Neset, “Assessment of composite index methods for agricultural vulnerability to climate change,” *Journal of Environmental Management*, **156**, pp. 70–80, 2015.

[6] H. Grupp and T. Schubert, “Review and new evidence on composite innovation indicators for evaluating national performance,” *Research Policy*, **39**, pp. 67–78, 2010.

[7] M. Biggeri, D. A. Clark, A. Ferrannini and V. Mauro, “Tracking the SDGs in an ‘integrated’ manner: A proposal for a new index to capture synergies and trade-offs between and within goals,” *World Development*, **122**, pp. 628–647, 2019.

[8] L. Cherchye, W. Moesen, N. Rogge and T. Van Puyenbroeck, “An introduction to ‘benefit of the doubt’ composite indicators,” *Social Indicators Research*, **82**, pp. 111–145, 2007.

[9] B. Mahlberg and M. Obersteiner, “Remeasuring the HDI by data envelopement analysis,” *International Institute for Applied Systems Analysis Interim Report*,

Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.

01-069, 2001.
[10] W. Melyn and W. Moesen, "Towards a synthetic indicator of macroeconomic performance: Unequal weighting when limited information is available," *Public Economics Research Papers, Katholieke Universiteit Leuven*, 17, 1991.
[11] A. Charnes, W. W. Cooper and E. Rhodes, "Measuring the efficiency of decision making units," *European Journal of Operational Research*, **2**, pp. 429–444, 1978.
[12] T. Kuosmanen and A. L. Johnson, "Data envelopment analysis as nonparametric least-squares regression," *Operations Research*, **58**, pp. 149–160, 2010.
[13] H. Mizobuchi, "Incorporating sustainability concerns in the Better Life Index: Application of corrected convex non-parametric least squares method," *Social Indicators Research*, **131**, pp. 947–971, 2017.
[14] R. G. Chambers, Y. Chung and R. Färe, "Profit, directional distance functions, and Nerlovian efficiency," *Journal of Optimization Theory and Applications*, **98**, pp. 351–364, 1998.
[15] G. D'Inverno and K. De Witte, "Service level provision in municipalities: A flexible directional distance composite indicator," *European Journal of Operational Research*, **286**, pp. 1129–1141, 2020.
[16] E. Fusco, "Enhancing non-compensatory composite indicators: a directional proposal," *European Journal of Operational Research*, **242**, pp. 620–630, 2015.
[17] R. Färe, G. Karagiannis, M. Hasannasab and D. Margaritis, "A benefit-of-the-doubt model with reverse indicators," *European Journal of Operational Research*, **278**, pp. 394–400, 2019.
[18] N. Rogge, "On aggregating benefit of the doubt composite indicators," *European Journal of Operational Research*, **264**, pp. 364–369, 2018.

 Copyright © by ORSJ. Unauthorized reproduction of this article is prohibited.