

# 救急車配置のための シミュレーションと最適化モデル

古田 壮宏, 諸星 穂積

本稿では、救急車をどのように配備するのが望ましいかを考える問題について取り扱う。救急車に最も求められることは、より迅速に現場に到着するという非常にわかりやすいものである。しかしながら、救急車をどのように配備すればよいかを考えるためには、救急車が他の救急呼び出しに対応中で不在かもしれない、などのさまざまな不確実性を考慮する必要がある。本稿では、そのような不確実性を考慮するための基本的な最適配置モデルとシミュレーションモデルについて、著者らのこれまでの研究とともに紹介する。

キーワード：救急活動、公共施設配置、シミュレーション

## 1. はじめに

オペレーションズ・リサーチの手法を用いて、都市における諸問題にアプローチする研究は数多く行われているが、施設の望ましい配置を追究する施設配置問題 [1] は代表的な研究テーマの一つである。その中でも、救急車を適切に配置することにより、救急サービスの向上を目指す研究は非常に活発に行われている [2-4]。救急車の配置に関する研究においては、救急車の出動要請があったとき、できるだけ多くの住民が一定時間以内に救急車に来てもらえる（救急車到着までの時間が非常に長い人を少なくする）ことが望ましい、という指標に基づいた最大被覆型の施設配置モデルが非常に良く用いられている。

また、救急車の望ましい配置を考えるうえで、必ず付随するのは、いつどこで救急要請があるかは、あらかじめわかっているわけではないこと、またそれに応じて救急車が消防署に待機中であるか、出場中であるかも、前もってはわからない、といった不確実性の問題である。このことから、これらの不確実性を考慮した救急車配置モデルが数多く提案されている [5]。

さらに、これらの最適化問題は、実際の現象を簡略化するので、得られた最適解を改めてさまざまな観点から評価することが必要になる。このためにはシミュ

レーションが有効で、ハイパーキューブモデル [6] などがある。

本稿では、救急車の代表的な最適配置モデルとシミュレーションモデルを説明したのち、主に筆者らが行った過去の研究を引用して、現実の状況へと適用した事例を紹介する。

## 2. 救急車の最適配置モデル

救急車の最適配置モデルを記述するのに必要な記号を導入する。

$I$ : 需要点（救急要請の発生地）の集合。通常は町丁目単位になる。

$J$ : 救急車の配置候補地の集合。通常は消防署になる。

$d_{ij}$ :  $i, j$  間の距離。

$K$ : 配置する救急車の台数。

$a_i$ : 需要点  $i$  の需要（救急要請件数）。

### 2.1 MCLP と MEXCLP

救急車の配備を考えるとき、救急要請があった現場へ一定時間以内で到着することを制約条件として課されることが多い。施設配置問題として考えると、これは被覆型の配置問題としてとらえることができる。すなわち、需要点  $i$  を中心にしてある距離  $D$  以内にある配置候補地の集合 ( $i$  の近傍)  $N_i = \{j \in J : d_{ij} \leq D\}$  を考えて、 $N_i$  のいずれかに救急車が配備されれば、 $i$  はカバーされた（被覆された）と考える。

このとき、決定変数として、消防署  $j$  に救急車を配置するなら 1、しないなら 0 をとる  $x_j (j \in J)$ 、および、需要点  $i$  がカバーされれば 1、しなければ 0 をとる  $y_i (i \in I)$  を導入する。

ふるた たけひろ

奈良教育大学

〒 630-8528 奈良市高畑町

takef@cc.nara-edu.ac.jp

もろほし ほづみ

政策研究大学院大学

〒 106-8677 東京都港区六本木 7-22-1

morohosi@grips.ac.jp

これらを用いて、カバーされる需要量を最大化する配置を求める Maximal Covering Location Problem (MCLP) [7] は以下のように定式化できる。

### ■ MCLP

$$\max. \sum_{i \in I} a_i y_i \quad (1)$$

$$\text{s. t.} \sum_{j \in N_i} x_j \geq y_i, \quad i \in I, \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} x_j = K, \quad (3)$$

$$x_j, y_i \in \{0, 1\}, \quad i \in I, j \in J. \quad (4)$$

目的関数 (1) はカバーされた需要の最大化を表す。(2) 式は需要点  $i$  の近傍に救急車が配備された場合のみ、需要点  $i$  をカバーできることを規定している。(3) 式は救急車の配置台数が  $K$  であること、また、(4) 式は  $x_j, y_i$  の標準的な 0–1 制約をそれぞれ表している。

この MCLP を拡張した Maximum Expected Covering Location Problem (MEXCLP) [8] は、不確実性を考慮するために、救急車が出場中で不在の確率  $p$  を導入し、期待カバー量を最大化する配置を求める問題である。MEXCLP では、決定変数として、消防署  $j$  に救急車を何台配置するかを表す整数変数  $x_j (j \in J)$ 、および需要点  $i$  が  $k$  台の救急車にカバーされていれば 1、そうでなければ 0 をとる変数  $y_{ik} (i \in I, 1 \leq k \leq K)$  を用いる。以下のように定式化できる。

### ■ MEXCLP

$$\max. \sum_{i \in I} \sum_{k=1}^K a_i (1-p)^{k-1} y_{ik} \quad (5)$$

$$\text{s. t.} \sum_{j \in N_i} x_j \geq \sum_{k=1}^K y_{ik}, \quad i \in I, \quad (6)$$

$$\sum_{j \in J} x_j = K, \quad (7)$$

$$x_j \in \mathbb{Z}_+, \quad j \in J, \quad (8)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\}, \quad i \in I, 1 \leq k \leq K. \quad (9)$$

目的関数 (5) は期待カバー量の最大化を表す。(6) 式は需要点  $i$  の近傍に配備された救急車の台数まで、需要点  $i$  は救急車を利用できることを規定している。(7) 式は救急車の配置台数が  $K$  台であることを表している。(8) 式および (9) 式はそれぞれ標準的な整数制約、0–1 制約である。

## 2.2 Cooperative Covering Problem

本節では、Cooperative Covering Problem (CCP) [9]

について説明する。MCLP や MEXCLP において、施設から所与の距離 (時間) 以内にある需要点がすべてカバーされる、一方でその距離よりも大きければ全くサービスを受けられないとしている。これに対し、CCP では、施設からの距離に応じて、カバーできる確率の関数を導入する。この関数には、各施設から需要点までの距離などに応じた関数を考える。そして、各需要点がかバーされるかどうかは、複数の施設からのトータルでのカバー確率が所与の基準  $\alpha$  以上であるかどうかによって決まる。Morohosi and Furuta [10] は、この CCP を救急車の配置問題に適用している。ここでは、定式化の都合上、候補点  $j$  に配置された救急車が需要点  $i$  にサービスを提供できない確率を  $q_{ij}$  とする。定式化は以下のとおりである。

### ■ CCP

$$\max. \sum_{i \in I} a_i y_i, \quad (10)$$

$$\text{s. t.} 1 - \prod_{j \in N_i} q_{ij}^{x_j} \geq \alpha y_i, \quad i \in I, \quad (11)$$

$$\sum_{j \in J} x_j = K, \quad (12)$$

$$x_j \in \mathbb{Z}_+, \quad j \in J, \quad (13)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i \in I. \quad (14)$$

目的関数 (10) はカバーされる需要量の最大化である。(11) 式は、需要点  $i$  にサービスを提供できる配置候補点に配備された救急車によって、トータルでのカバーされる確率が所与のサービス基準  $\alpha$  以上であるとき、需要点  $i$  はカバーされることを規定している。(12) 式は配置する救急車の台数が  $K$  台であることを表している、なお、(11) 式は、(15) 式への変形から、(16) 式のように線形化できる [10]。

$$\prod_{j \in N_i} q_{ij}^{x_j} \leq (1 - \alpha)^{y_i} \quad (y_i \in \{0, 1\}) \quad (15)$$

$$\sum_{j \in N_i} x_j \log q_{ij} \leq y_i \log(1 - \alpha) \quad (16)$$

## 3. シミュレーションモデル

シミュレーションの目的は、前述の最適化モデルなどに基づき、もし救急車の配置を変えたとしたら、救急車の到着はどの程度早くなるか、救急車の出場回数が均等になるか、といった事柄を調べてみることである。配置以外にも、救急車を出場させるときの優先順

位を変化させたらどうなるか、活動時間を短くすることができたらどうなるかなど、さまざまな検討に利用することができる。

救急隊の活動は、図1に示した一連の流れにまとめられる。シミュレーションでは、これらのイベントの発生に何らかの確率モデルを使って、仮想的に現実の再現を試みる。どの部分に注目するかで、モデル化は変わるが、ここでは、多くの事例でよく利用されているハイパーキューブモデル [6] を紹介する。より一般的なモデルについては文献 [11] を参照してほしい。

ハイパーキューブモデルは、待ち行列に空間的要素を加味したモデルで、救急車が待機中か出場中かを0-1の状態変数で表して、すべての救急車の状態遷移を記述するモデルである。全部で  $K$  台の救急車があるとして、 $1, \dots, K$  の番号をつける。救急車  $j$  が待機中なら0、出場中なら1という値をとる変数  $S_j$  を導入し、さらにすべての救急車の状態を  $\mathbf{S} = (S_1, \dots, S_K)$  で表す。状態  $\mathbf{S}$  の遷移は、三つの要素によって決定される。

1. 需要点ごとの救急要請の発生頻度  $\lambda_i$ 。時間変化を考慮するならば  $\lambda_i(t)$ 。
2. 出場させる救急車の決め方。需要点  $i$  に対して、どの救急車が出場するかの優先順位。順位が上の救急車が出場中ならば、下位の救急車を出場させる。通常は需要点から近い順番に決める。
3. 救急車の出場から帰署までの総活動時間。時間変化や救急車ごとに変化させてもよい。

状態遷移は以下のいずれかである (図2参照)。



図1 救急活動時間の流れ

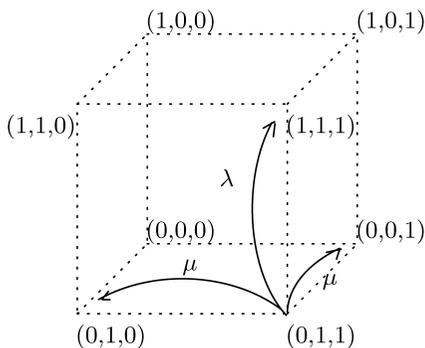


図2 ハイパーキューブモデルにおける状態遷移

- 需要点  $i$  で要請が発生し、救急車  $j$  が出場する。  
 $S_j = 0 \rightarrow S_j = 1$ 。
- 救急車  $j$  がサービスを終えて帰署する。 $S_j = 1 \rightarrow S_j = 0$ 。

最初のハイパーキューブモデルは、1の救急要請の発生をポワソン過程にとり、3の活動時間を平均  $\mu$  の指数分布にとった M/M/K 型で、 $\lambda_i$  や  $\mu$  が定数で台数  $K$  が少なければ定常分布が求められる。そこから、救急車  $j$  が出場中である確率や、救急車  $j$  が需要地  $i$  に出場する確率などを計算できるので、 $i, j$  間の距離や、平均移動速度から、到着時間などの計算も可能である。

しかし、より現実の状況に近づけるため、到着率が時間変化する非斉時ポワソン過程を利用したり、活動時間を他の分布 (ガンマ分布、対数正規分布など) にすると、シミュレーションを使った近似計算をしなければならない。大規模な問題を扱うときは、離散イベントシミュレーションのツールを使うことになるだろう。また、より進んだ使い方としては、到着時間などの目的関数をシミュレーションで計算して、直接最適配置を探索するような、シミュレーション最適化の研究も盛んになってきている。

#### 4. 事例分析

ここでは、前節までに紹介した最適配置モデルやシミュレーションを2007年の東京23区の救急出場記録に適用した研究の概要を紹介する。当時、救急呼び出しが発生する需要点となる町丁目は  $|I| = 3,110$  であり、23区内の消防署は  $|J| = 155$  であった (図3)。ここに163の救急車が配備され、年間 (平日) の救急呼び出し件数は398,216であった。図4は町丁目ごとの救急呼び出し件数を表したものである。

この救急出場記録には、どこの町丁目で救急呼び出しがいつ発生し、どこの消防署の救急車が何分かけて対応したかの記録が含まれている。図5は1日の時間帯の中で、平均何件の救急呼び出しが発生しているかを平日と休日で分けて、求めたものである。時間帯ごとに救急呼び出し件数は大きく異なることを踏まえて、以降では、6時間ごとの四つの時間帯 ( $t$ ) に分けて、0~6時 ( $t = 1$ )、6~12時 ( $t = 2$ )、12~18時 ( $t = 3$ )、18~24時 ( $t = 4$ ) に分けた議論を行う。

##### 4.1 シミュレーションの適用事例

ここでは文献 [12] で行った分析の内容を紹介する。前述の最適化モデルでは、救急車の出場は独立に起こると仮定しているが、実際には互いに影響を及ぼし

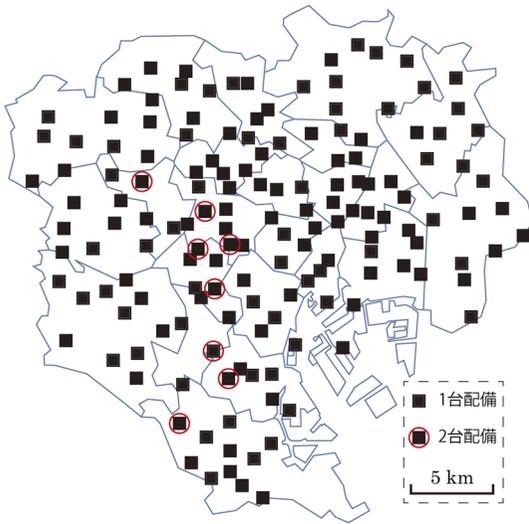


図3 東京23区の消防署および救急車の配置

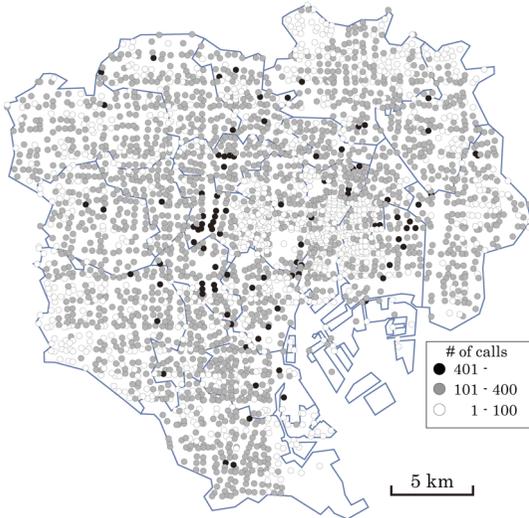


図4 町丁目ごとの救急呼び出し

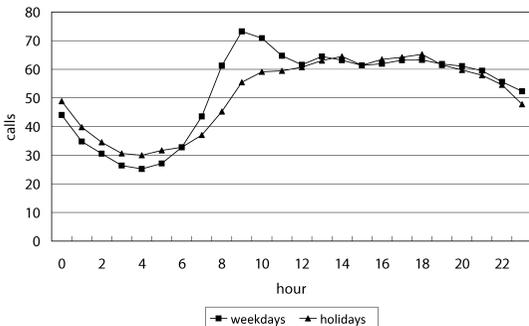


図5 時間帯別平均救急呼び出し件数

ているはずである。シミュレーションを使って、最適解が想定どおりの効率性を発揮しているか、確認して

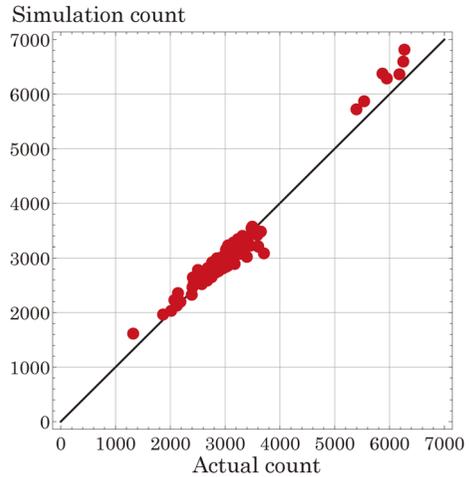


図6 実出場件数とシミュレーション値の比較

みる意味はあるだろう。

東京23区の救急車の出場データをもとに、最適化モデルの一つ MEXCLP を解いて得られた配置に対して、前述の M/M/K 型のモデルでシミュレーションを行い、MEXCLP で計算されるカバー確率が達成されるのかを調べた。発生頻度  $\lambda_i(t)$  は、時間変化を許し 0~6, 6~12, 12~18, 18~24 の6時間ごとの四つの時間帯ごとに、町丁目単位で年間救急要請件数から計算した。救急隊出場の優先順位は、現場から近い順に決めた。救急車の総活動時間は、年間平均時間を使った(全車共通)。

最初にシミュレーションの信頼性を調べるため、現状と同じ位置に救急車を配置してシミュレーションを行い、各救急車の実際の出場件数と、シミュレーションで計算された出場件数を比較したのが図6である。図中、件数が非常に多い(6,000件程度)点があるが、これは同じ消防署に配置された2台の救急車を合計した出場件数になっている。両者はおおむねよく一致しているようである。

次に、MEXCLP による最適配置解  $\{y_{ik}\}$  から、需要地  $i$  のカバー確率  $\phi_i = \sum_k (1-p)p^{k-1}y_{ik}$  を計算した。一方でシミュレーションからは、救急車  $j$  が需要地  $i$  に出場した回数  $c_{ij}$  を計算できるので、これから  $i$  への全出場件数  $\sum_{j \in J} c_{ij}$  のうち  $i$  の近傍  $N_i$  の救急車が出場した件数  $\sum_{j \in N_i} c_{ij}$  の割合：

$$\bar{\phi}_i = \frac{\sum_{j \in N_i} c_{ij}}{\sum_{j \in J} c_{ij}} \quad (17)$$

をカバー確率の推定値とする。この確率を使って、MEXCLP の目的関数であるカバーされる件数の期待値

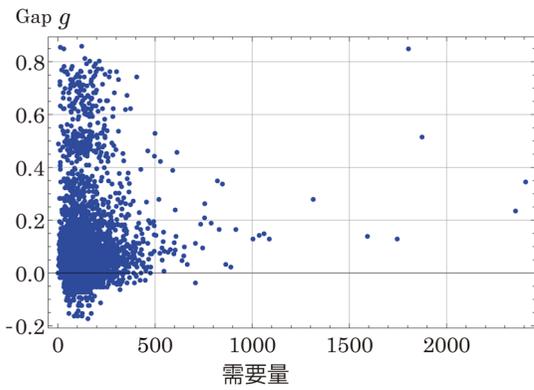


図7 カバー率のギャップ

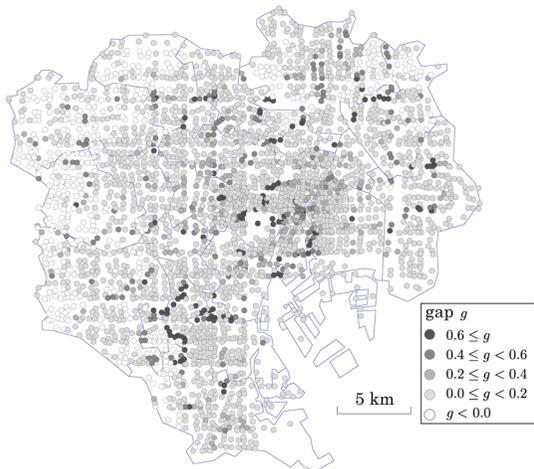


図8 地図上でのカバー率のギャップ

を計算したところ、MEXCLPの最適値が366,993であったのに対し、シミュレーションでは305,029であった。2割程度低いことになる。

最適配置モデルとシミュレーションの結果の違いをより詳しく調べるために、両者のギャップ  $g_i = \phi_i - \bar{\phi}_i$  を計算した。図7は、需要量  $a_i$  に対してギャップ  $g_i$  をプロットしたものである。全体的にギャップの値は正のほうに偏っていて、最適配置モデルでのカバー率の想定は、大きめになっているようである。

次にギャップの空間的な違いを見るために、地図上に表してみたのが図8である。中心部でギャップは正の大きい値を示すところが多い一方、周辺部では小さいけれど負のギャップを示しているところがある。このように、独立性の仮定の影響を合わせて調べることは、最適化モデル解の妥当性に検討に役立つものと考えられる。

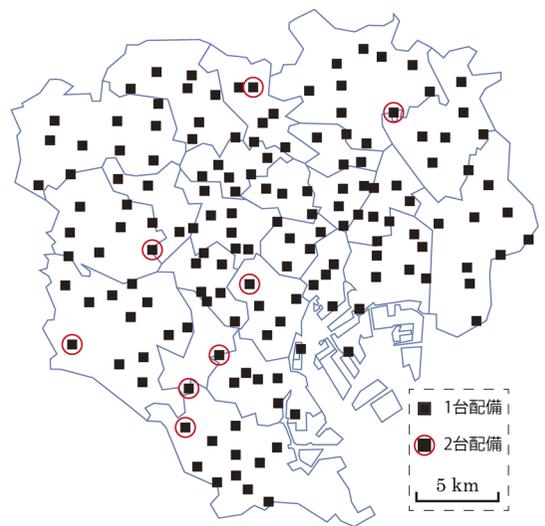


図9 不在確率  $p^{\text{total}} = 0.43$  の最適配置

表1 不在確率  $p(t)$  と目的関数値

Time period	$t$	$p(t)$	現配置		最適配置	
			Obj.	%	Obj.	%
0:00-6:00	1	0.29	348,100	88.8	358,011	91.4
6:00-12:00	2	0.44	296,896	75.8	311,328	79.5
12:00-18:00	3	0.50	256,614	65.5	270,849	69.1
18:00-24:00	4	0.51	246,429	62.9	263,762	67.3
Total	—	0.43	301,051	76.8	315,364	80.5

## 4.2 CCPの適用事例

ここでは東京都の救急車の再配置を検討するためにCCPを用いた分析を紹介する[10, 13]。2007年の東京23区では、163台の救急車が155カ所の消防署に配備され、うち8消防署には2台の救急車が配備されていた。四つの時間帯ごとに、この2台の救急車をもつ消防署から1台を別の場所に移すことができるとしたら、つまり8台の救急車を155カ所の消防署のどこに(再)配備するかを検討した。なお、各消防署にある1台の救急車は配置を換えないものとし、これらの救急車も利用できるものとした。

ここで、CCPを救急車の配置に適用するために、 $q_{ij}$ を定義する必要がある。筆者らは、消防署  $j$  から需要点  $i$  の距離  $l_{ij}$  が所与の時間  $t_c$  以内にサービスを提供できない確率  $q_{ij}$  を、時間帯  $t$  の救急車の不在確率  $p(t)$  と、消防署から需要点までの距離の関数  $F_j(t_c|l_{ij})$  (距離  $l_{ij}$  を時間  $t_c$  以内に移動する確率) とで以下のように定めた。

$$q_{ij} = p(t) + (1 - p(t))(1 - F_j(t_c|l_{ij})),$$

ここで、実際の救急車が現場に到着するまでに要し

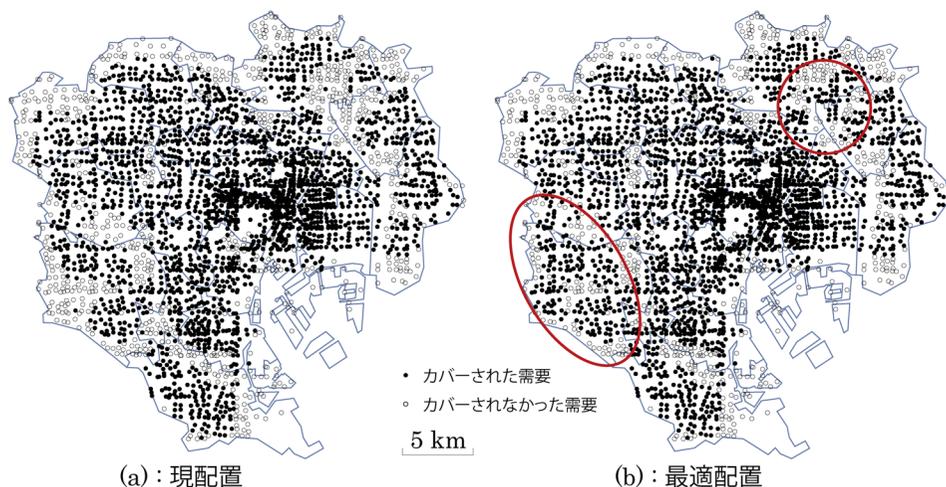


図 10 需要点ごとのカバー状況の比較：(a) 現配置 (図 3), (b) 最適配置 (図 9)

た時間の平均から  $t_c$  を 6 分とし, また, 救急呼び出しへの対応の 70% が 6 分以内に対応できている現状から  $\alpha$  を 0.7 とした. 同様に,  $p(t)$  (表 1) と  $F_j$  は実際の出場記録から計算した [13].

まず, 平日終日の不在確率  $p^{\text{total}} = 0.43$  を用いて最適配置を求めた. 図 9 において, 円が付されている消防署 (8 カ所) が 2 台目の救急車を配備する最適配置を表している. また, 図 10(a) と図 10(b) は, CCP を用いた最適配置と同じ目的関数で救急車の現配置の需要点ごとのカバー状況を表している. 両者を比較すると, 各消防署で 2 台目として配備される救急車の配置は大きく異なっており, 特に丸で囲まれた部分などの 23 区の周辺部にも配置する結果となった. これにより, 提案モデルの設定の下では, 需要量の多い中心部のカバーを維持した状況で, 現配置ではカバーされていなかった周辺部の需要点をカバーできる配置を得ることができた. このときの目的関数値は, 現配置では 301,051 (76.8%), 最適配置では 315,364 (80.5%) となっており, 1 万件以上の救急呼び出しが設定の水準で新たにカバーできるようになる結果となった.

次に, その時間帯に合わせた不在確率  $p(t)$  を用いることで, 目的関数値がどのように変化するかを調べた結果が表 1 である. 時間帯 0~6 時においては, 救急車の不在確率が 0.29 で, ほとんどの需要 (358,011:91.4%) がカバーされた. これに対して, 不在確率が 0.5 程度の時間帯 12~18 時および 18~24 時においては, カバーされた需要量はそれぞれ 270,849 (69.1%) と 263,762 (67.3%) となり, 大幅に小さいものとなった. また, これらの結果においては, 大きな需要量をもつ需要点のみをカバーする結果となっていた.

表 1 で示すように, いずれのケースにおいても, 現配置と比較して, 提案モデルでは改善の可能性があることがわかった. 時間帯ごとに不在確率は大きく異なっているため, これを利用して, 2 台目の救急車を再配置することで, 救急システムの改善の可能性があることを示した.

## 5. おわりに

救急車の配置に関しては, より精緻なモデルの開発や解法に関する研究や, 各都市の実際の出場記録を詳細に分析し新たな配置を提案する事例研究などが, 現在も活発に行われている [2]. 筆者らは, 救急車の配置問題に含まれるさまざまな不確実性を考慮するために, ロバスト最適化やシミュレーション最適化によるアプローチを試みている.

## 参考文献

- [1] G. Laporte, S. Nickel and F. Saldanha da Gama (eds.), *Location Science*, Springer, 2019.
- [2] R. Aringhieri, M. E. Bruni, S. Khodaparasti and J. T. van Essen, "Emergency medical services and beyond: Addressing new challenges through a wide literature review," *Computers & Operations Research*, **78**, pp. 349–368, 2017.
- [3] L. Brotcorne, G. Laporte and F. Semet, "Ambulance location and relocation models," *European Journal of Operational Research*, **147**, pp. 451–463, 2003.
- [4] X. Li, Z. Zhao, X. Zhu and T. Wyatt, "Covering models and optimization techniques for emergency response facility location and planning: A review," *Mathematical Methods of Operations Research*, **74**, pp. 281–310, 2011.
- [5] O. Berman and D. Krass, "Facility location problems with stochastic demands and congestion," *Facility Locations: Application and Theory*, Z. Drezner and

- H. W. Hamacher (eds.), Springer, pp. 329–371, 2002.
- [6] R. C. Larson and A. R. Odoni, *Urban Operations Research*, Prentice-Hall, 1981.
- [7] R. L. Church and C. ReVelle, “The maximal covering location problem,” *Papers of the Regional Science Association*, **32**, pp. 101–118, 1974.
- [8] M. S. Daskin, “A maximum expected location model: formulation, properties and heuristic solutions,” *Transportation Science*, **17**, pp. 48–70, 1983.
- [9] O. Berman, Z. Drezner and D. Krass, “Discrete cooperative covering problems,” *Journal of the Operational Research Society*, **62**, pp. 2002–2012, 2011.
- [10] H. Morohosi and T. Furuta, “Two approaches to cooperative covering location problem and their application to ambulance deployment,” In *Operations Research Proceedings 2015*, pp. 361–366, Springer, 2017
- [11] L. Aboueljinane, E. Sahin and Z. Jemai, “A review on simulation models applied to emergency medical service operations,” *Computers & Industrial Engineering*, **66**, pp. 734–750, 2013.
- [12] H. Morohosi and T. Furuta, “Hypercube simulation analysis for a large-scale ambulance service system,” In *Proceedings of the 2012 Winter Simulation Conference*, 2012.
- [13] T. Furuta and H. Morohosi, “Ambulance location analysis with stochastic coverage model,” In *Proceedings of International Symposium on Scheduling*, 2015.