

学校時間割作成

池上 敦子, 呉 偉

学校の時間割作成においては、期間内に必要な授業を各クラスに割り当てるだけでなく、教員の授業重複、教室の重複利用を避けながら、教員の出講可能日時、教室移動、連続時限で授業を行う科目、授業順序などを考慮しなければならない。本稿では、筆者らが行ってきた時間割作成や学校現場の時間割作成について紹介する。

キーワード：学校時間割作成、整数計画、モデル化、定式化

1. はじめに

筆者らが所属する成蹊学園は、小学校、中学校・高等学校（以降、中高）、大学・大学院を擁するが、各学校の教務担当が苦勞しているのは、時間割作成 (timetabling) である。

学校には、毎日に関わる授業時間割作成だけでなく、試験期間の時間割作成や答案返却の時間割作成、範囲を広げれば、試験監督割当て作成も存在する。さらに、われわれの小学校では、1年を通した通常授業時間割以外にも、季節のイベント（春の運動会、夏の水泳授業、秋の文化祭）に合わせた時間割が必要であり、少なくとも年4回の授業時間割作成が発生している。

時間割作成に要する時間はかなり大きく、複数人がチームを組んで作成する。小学校の時間割作成を観察させてもらったが、一人の教員がたたき台となる時間割を作ってきて、ベテランの教員達が問題点や修正案を挙げていく。作成教員はすぐ修正し、他の教員は新たな時間割に対しました修正点を挙げる。これを3週間ぐらい、夕方の時間に何度も繰り返すのである。この「改善フェーズ」の繰り返しの中で、現場教員との調整をとりながら、どこかで、終了（完成）の意思決定を行う。

われわれの小学校では、学校生活に慣れない新生児を考慮すると同時に、高学年になると各科目の授業を専門の先生が担当するため、教員が担当科目をもってある中高の時間割作成の難しさを併せ持つ。

時間割作成を最適化問題としてモデル化し、計算実験で解を出して評価してみた立場からの率直な感想は、現場の先生方の、教育の質に重きを置いたきめ細かな考慮点、そして、与えられた解（時間割）に対する評価（違和感の発見）と修正案提案のレベルの高さは、本当

に圧倒されるものだった。

中高においては、われわれは主に、試験監督割当て作成と答案返却時間割作成を行ってきた。ホームルームクラスだけでなく、理系や文系といったコースで分けられたクラスの複数カリキュラムが存在する難しさの中で、答案返却時間割作成のモデルは、現場で繰り返し利用されるものになった。その一方で、考慮項目が非常に多くなる授業時間割作成は、まだ道半ばである。モデル化、定式化したからといっても、現場で受け入れられる解を簡単に得られるわけではない。中高一貫校であるため、授業時間割は6学年50近いクラス分を作成する必要があるが、その一部（例えば高校だけ）であっても難しい。やはり、教務担当の教員が作成する時間割の質の高さには驚かされる。

本稿では、筆者らが取り組んだ時間割作成問題について、研究室生だった高橋香さん [1]、橋高源汰さん [2]、の論文を基に、それぞれの問題を簡単に紹介する。そして、時間割作成において重要となるバランス（クラス間の公平さ、教員間の負荷平準化）について述べる。

2. 時間割作成研究

時間割作成においては、教員の同時限の授業重複を避けながら、期間内に必要な授業をクラス毎に割り当てる必要がある。また、教員の出講可能な日時を考慮するだけでなく、利用可能な教室に割り当てることや、教室移動がある科目、連続した時限で授業を行う科目、科目の順序などに関する制約も守らなければならない。

Carter and Laporte の論文 [3] では、主に大学を対象とした専攻間の整合性を保ちながら行われるコース時間割作成 (course timetabling) の論文を調査している。大学では、個々の学生が受講可能な複数授業の時限が重なることがある（もちろん避ける努力がされている）が、小中高では、原則この状況を許さない。

Post et al. の論文 [4] では、複数の国の高校時間割作成問題を調査して問題例を集めたが、時間割作成問

いけがみ あつこ, ご い

成蹊大学理工学部

〒180-8633 東京都武蔵野市吉祥寺北町 3-3-18

題の国による違いは、主に、生徒や教員の空き時間を許すか否かと、時間制作成の対象がクラス単位か学生単位か、であるという。時間制作成対象が生徒単位である場合、問題は難しくなると述べられている。

Pillay の論文 [5] では、教育現場の時間制作成に関する研究は数多くあるが、それぞれ特定の学校を対象にしており、提案手法が、広く適用できるか評価する必要があると述べられている。

高校時間制作成 (school timetabling) の整数計画モデルについては、論文 [6-8] などがある。しかし、日本の高校で実施されている、理系や文系といったコースが存在する問題に対する整数計画モデル (定式化) は、まだ提案されていない。Ribic and Konjicija の論文 [8] では、コースが存在する高校の時間割問題について整数計画モデルで解決することを試みたが、コースを考慮することでモデルが複雑になるため、コース科目については、あらかじめ時間割に固定してモデルから除外することを提案している。

時間割問題の研究で提案されている手法の多くは、ヒューリスティックアプローチによるものである [9]。遺伝的アルゴリズム、タブー探索、局所探索、シミュレーテッドアニーリングなどを適用するほか、問題を段階的に解いて解空間を狭めていく工夫を行ったものもある [6-8]。

最近の数理最適化ソルバーの発展により、時間制作成においても、現実的な時間で厳密解を得るだろうと想像していたものの、前述したように、われわれの授業時間制作成 (小学校、中高をそれぞれ対象にした場合) では、問題サイズや条件によって、1 つ目の実行可能解が与えられるまでも長い時間を要する場合もある。特に、クラス間の公平性や教員間の公平性を目的に加えると、求解速度が著しく遅くなる。

3. 小学校授業時間制作成

小学校時間制作成について、われわれの小学校の調査で明らかになった制約に加えて、2 つの公立小学校でのインタビューなどで明らかになった制約を整理した。学校間での違いは、対象公立小学校では、多くの科目を担当教員が担当するため、クラス間における調整は、利用施設 (体育館、グラウンド、特別教室など) の利用が主であることであった。時間制作成自体は簡単になるものの、科目ごとの実施すべき授業数を正確に守るために、1 週間単位の時間割を毎週作成する必要があるという。一方、われわれの小学校では、2 週間を対象にした時間割を作成しているという特徴がある

が、守るべき制約や考慮点は、各校ほぼ共通であった。

以下に、整理した制約を示すが、ここで、2 連続教科とは、2 時限連続で行う場合がある教科¹をさす。

クラス基本制約

(a) 1 つの時限では必ず 1 つ授業を行う

教科制約

(b) 各教科は必要授業数だけ行う

(c) 各教科は授業可能時限に行う

(d) 各教科は指定された教室で行う

(e) 各教科は 1 日の授業数の上下限を守る

(f) 各教科は指定期間における授業数の上下限を守る

(g) 各教科は授業実施日数の上下限を守る

(h) 2 連続教科は指定した回数だけ 2 時限連続で行う

(i) 2 時限連続授業は、2 時限とも同じ教室で行う

教員制約

(j) 1 教員が行う授業は可能時限に対し 1 つだけである

(k) 1 教員が 1 日に行う授業数の上下限を守る

教室制約

(l) 1 教室で 1 つの時限に行える授業は 1 つである

その他の制約

(m) ある教科集合の授業がある時限集合の時限に割り当てられる数の上下限を守る

(n) 避けるべき教科の並びを回避する

制約 (m) は、理科と算数は毎日 1 時限に授業を行わないようにしたいが、それが難しい場合は回数に上限をつける、といった制約に対応するものである。朝、下校、給食など各学校の環境の違いで考慮されている時間帯に対し、柔軟に解釈できる制約である。

制約 (n) は、1 つのクラスの時間割において移動を伴う特別教室での授業を連続で行わないようにするだけでなく、1 つの特別教室 (例えば、理科室) で、異なる準備が必要な授業 (例えば、実験を伴う 6 年生の理科と 5 年生の理科) を連続で行わない、など、さまざまな組合せに対して柔軟に解釈できる制約である。

この他、学校間の違いとして挙げた「同じ日に行ってはいけない教科の組合せがあること」については制約 (m) で扱うことができ、「先行順序がある教科の組合せがあること」については、限定された状況であれば、制約 (c) や制約 (m) で実現できる。もちろん、それを意識した制約を考えることも可能である。

¹ 授業時間制作成では、教科、科目、授業、授業科目、など、同じもしくは似た内容を表す言葉がある。ここでは、教科と科目は同じ意味で利用するが、小学校現場では「教科」という言葉で説明を受けた。それ以外の現場では、科目という場合が多かった。また、授業は科目 (教科) を行う授業という意味で使うことにする。

表 1 計算実験に利用した問題例の概要と結果

	問題例 1	問題例 2	問題例 3
小学校	成蹊	成蹊	公立
期間の種類	通常	文化祭前	通常
クラス数	24	24	28
教員数	43	44	34
教科数	16	22	23
教室数	36	45	41
対象期間	2 週間	2 週間	1 週間
対象時限数	1,312	1,252	760
担任授業の割合	51.1%	65.6%	91.1%
意思決定変数の数	13,268	24,940	14,736
その他の変数の数	32,960	6,720	24,292
制約式の数	49,774	28,768	32,171
計算時間	10 日間	72.72 秒	6.59 秒
結果の解	暫定解	最適解	最適解

本稿では、 x_{sjr} を教科 s を時限 j の教室 r に割り当てるとき 1、そうでないとき 0 となる意思決定変数とし、その他の補助変数も導入して、定式化を行った。

定式化自体の詳細は省くが、成蹊小学校の通常期間の時間割作成（クラス数 24、教員数 43、教科数 16、教室数 36）を対象に計算実験²を行った結果、2 時間弱で最適解を得ることができた。得られた解（時間割）は、与えた制約や目的（満たさなかった条件の最小化）に対して良いものであったものの、現場教員の評価からは、クラス間、教員間に偏りがあることがわかった。現場利用するには、教室利用（希望通りか否か）、制約 (m) や (n) に関する各クラスの公平さ、1 日の授業数に関する教員間の公平さについて考慮しなければならないのである。

そこで、この公平さをモデルに加えた実験も行うことにした。手に入れた問題例（上記実験で扱ったものに加え、同校の文化祭前期間、公立学校の通常期間）に対して計算実験を行った。問題例の概要と、定式化における変数の数、制約式の数、計算結果（計算時間と最適解を得たか否か）を表 1 に示す。

たとえば、問題例 1 は、計算時間 10 日かけても、ソルバーが与える下界と大きなギャップが残る暫定解を得ることになった。ただし、異なる方法で計算された下界とはギャップが小さく、時間割として十分受け入れられる解が得られた。そのときに得られた解（2 週間分の時間割）のうち、1 週目のものを、図 1 に示す。

公平さ、平準化に対する考え方については、5 節で簡単に述べる。

表 2 コースの設置

学年	ホームルームクラス	設置コース
2	1,2,3,4	文 1, 文 2, 文 3 理 1, 理 2
	5,6,7,8	文 4, 文 5, 文 6 理 3, 理 4
3	1,2,3,4,5,6,7,8	a1, a2, a3 a4, a5, a6
		a7, a8, a9 a10, b1, b2 b3, b4, b5

4. 高校答案返却時間割作成

一般的に、高校においては、ホームルームクラスで受ける授業だけでなく、複数クラスの生徒が複数コースに分かれて授業を受けるため、クラス間でコース用の時間を調整する（作り出す）必要がある。コースには複数科目が編成されていることから、コース内の時間割も考えなくてはならない。教員は通常の科目もコースの科目も担当することが一般的である。

われわれの高校の 1 年生は通常科目のみだが、表 2 に示すように、2 年生は 4 ホームルームクラスがそれぞれ 5 つのコースに分かれ、3 年生は 8 ホームルームクラス全部が 15 コースに分かれる（設置コース名は現場で使われているものである）。ここでは、授業時間割ではなく、このようなコースが存在する場合の答案返却時間割作成について紹介する。

われわれの高校では、定期試験の後、短い期間（2 日や 3 日）を対象に、試験が実施された各科目について、問題や解答解説のための答案返却時間を設けているため、授業時間割とは異なる時間割を作成しなければならない。高校では、この作成を 1 年間に 3 回行っている。

この問題の意思決定変数として、通常科目 s もしくはコース用の時間枠 f を時限 j に割り当てるとなるなら 1、そうでないなら 0 となる変数 x_{sj}, x_{fj} を用意し、コース科目 s を時限 j に割り当てるとなるなら 1、そうでないなら 0 となる変数 z_{sj} を用意する。答案返却時間割作成における制約とそれを表す式を以下に示す。

記号説明

教員の集合を T 、日の集合を D 、ホームルームクラスの集合を C 、時限の集合を J 、日 $d \in D$ の時限の集合を J^d 、 J から各日の最終時限を除いた時限の集合を J_1 、HR（ホームルーム）対象外の時限の集合を J_2 、 J から J_2 の要素と最終日の最終時限を除いた時限の集合を J_3 とする。学年の集合を L 、学年 $l \in L$

² 計算環境：2.80GHz Hexa-Core Intel Xeon CPU X5660、最適化ソルバー：CPLEX12.5.0.0。

のホームルームクラスの集合を C_l , コース用クラスグループの集合を F , 学年 l のクラスグループの集合を $F_l (F = \bigcup_{l \in L} F_l)$, クラスグループ $f \in F$ 用のコースの集合を A_f , クラスグループ f に含まれるホームルームクラスの集合を C^f とする. 通常科目の集合を S , ホームルームクラス c の科目の集合を S^c (S^c には, コース用時間枠として $f \in F$ を含む), コース $a \in A_f$ の科目の集合を SS^a , 教員 i の担当する通常科目の集合を S_i , 教員 i の担当するコース a の科目の集合を SS_{ia} , コース科目 $s \in SS^a$ と同じ時限に割り当てない科目の集合を \overline{S}_s とする. f 用の同じ時限に割り当てべきコース科目集合の数を n_f , その k 番目の集合を $P_{fk} (k \in \{1, \dots, n_f\})$, 使用教室を考慮する科目の集合を SR , ホームルームクラスとは別に使用可能な教室の数を n^{room} とする.

教員 $i \in T$ の出講不可能な時限の集合を Q_i , 教員 i の禁止パターン³番号の集合を EE_i , 禁止パターン $e \in EE_i$ における時限の集合を E_e とする. 教員 i の来校数の上限を u_i , 下限を l_i , 教員 i の来校数がこれらを違反する量をそれぞれ変数 α_i^+ , α_i^- で表す. 日 d の教員 i に禁止パターン e で科目が割り当てられたときに 1 となる変数を β_{ide} , 学年 l の時限 j にホームルームクラス以外の教室を使用する数を表す変数を γ_{lj} , 学年 l の時限 j に科目を割り当てたときのペナルティを w_{lj} , コース用の時間枠を (無駄に割り当てないように) 割り当てたときのペナルティを W , 教員 i の来校数が上限, 下限を違反したときのペナルティをそれぞれ w_i^+ , w_i^- , 日 d の教員 i に禁止パターン e で科目が割り当てられたときのペナルティを w_{ide} とする.

x_{sj} , x_{fj} , z_{sj} , α_i^+ , α_i^- , β_{ide} , γ_{lj} 以外の変数としては, 教員 i が日 d に来校するなら 1, そうでないなら 0 となる変数を v_{id} , 学年 l の時限 j に返却もしくは HR を割り当ててるなら 1, そうでないなら 0 となる変数を y_{lj} , P_{fk} のすべての科目を時限 j に割り当ててるなら 1, そうでないなら 0 となる変数を δ_{fkj} とする.

各クラスの各時限に高々 1 つの科目を割り当てる

$$\sum_{s \in S^c} x_{sj} \leq 1 \quad c \in C, j \in J$$

期間内に通常科目を必ず 1 回割り当てる

$$\sum_{j \in J} x_{sj} = 1 \quad s \in S$$

教員の出講可能な時限に高々 1 つの科目を割り当てる

$$\sum_{s \in S_i} x_{sj} + \sum_{f \in F} \sum_{a \in A_f} \sum_{s \in SS_{ia}} z_{sj} \leq 1 - |\{j\} \cap Q_i| \quad i \in T, j \in J$$

学年毎に終了時限を統一する

$$\sum_{c \in C_l} \sum_{s \in S^c} x_{sj} = |C_l| y_{lj} \quad l \in L, j \in J$$

各学年において空き時限を作らない

$$y_{lj} \geq y_{l,j+1} \quad l \in L, j \in J_1$$

HR (ホームルーム) は対象外の時限に割り当てない

$$x_{h_{lj}} = 0 \quad l \in L, j \in J_2$$

ここで, x の添え字 h_l は, 学年 l の HR を表す.

HR はすべての答案返却終了後の時限に割り当てる

$$y_{lj+1} \leq 1 - x_{h_{lj}} \quad l \in L, j \in J_3$$

確保したコース用クラスグループの時間枠にコース科目を高々 1 つ割り当てる

$$\sum_{s \in SS^a} z_{sj} \leq x_{fj} \quad a \in A_f, f \in F, j \in J$$

期間内にコース科目を必ず 1 回割り当てる

$$\sum_{j \in J} z_{sj} = 1 \quad s \in SS^a, a \in A_f, f \in F$$

同時限割当コース科目集合の要素を同時限に割り当てる

$$\sum_{s \in P_{fk}} z_{sj} = |P_{fk}| \delta_{fkj} \quad k \in \{1, \dots, n_f\}, f \in F, j \in J$$

同時限割当禁止コース科目を同時限に割り当てない

$$z_{sj} + \frac{1}{|S_s|} \sum_{s' \in \overline{S}_s} z_{s'j} \leq 1 \quad s \in SS^a, a \in A_f, f \in F, j \in J$$

³ 禁止パターンとは, 無駄な空き時間などを含んだ避けるべき「1 日の授業パターン」のことである.

各コースの生徒にとって空き時間を作らない

$$\sum_{c \in C_f} \sum_{s \in S^c \setminus F} x_{sj} + |C^f| \sum_{s \in SS^a} z_{sj} \geq \sum_{c \in C_f} \sum_{s \in S^c \setminus F} x_{s,j+1} + |C^f| \sum_{s \in SS^a} z_{s,j+1}$$

$$a \in A_f, f \in F, j \in J_1$$

教員が来校したかどうかを判定する

$$v_{id} \leq \sum_{s \in S_i} \sum_{j \in J^d} x_{sj} + \sum_{f \in F} \sum_{a \in A_f} \sum_{s \in SS_{ia}} \sum_{j \in J^d} z_{sj}$$

$$\leq |J^d| v_{id} \quad i \in T, d \in D$$

教員の来校数の上下限を守る

$$l_i - \alpha_i^- \leq \sum_{d \in D} v_{id} \leq u_i + \alpha_i^+ \quad i \in T$$

教員にとっての禁止返却時限パターンを避ける

$$\sum_{j \in E_e} \left(\sum_{s \in S_i} x_{sj} + \sum_{f \in F} \sum_{a \in A_f} \sum_{s \in SS_{ia}} z_{sj} \right) + \sum_{j \in J^d \setminus E_e} \left(1 - \left(\sum_{s \in S_i} x_{sj} + \sum_{f \in F} \sum_{a \in A_f} \sum_{s \in SS_{ia}} z_{sj} \right) \right) \leq |J^d| - 1 + \beta_{ide} \quad i \in T, d \in D, e \in EE_i$$

各学年各時限の使用教室数がホームルームクラス数を超える数 γ_{lj} を把握する

$$\sum_{c \in C_l} \sum_{s \in SR \cap S^c} x_{sj} + \sum_{f \in F_l} \sum_{a \in A_f} \sum_{s \in SR \cap SS^a} z_{sj} \leq |C_l| + \gamma_{lj} \quad l \in L, j \in J$$

ホームルームクラス以外の教室利用数の上限を守る

$$\sum_{l \in L} \gamma_{lj} \leq n^{\text{room}} \quad j \in J$$

目的関数

$$\min \sum_{l \in L} \sum_{j \in J} w_{lj} \gamma_{lj} + W \sum_{f \in F} \sum_{j \in J} x_{fj} + \sum_{i \in T} (w_i^- \alpha_i^- + w_i^+ \alpha_i^+) + \sum_{i \in T} \sum_{d \in D} \sum_{e \in EE_i} w_{ide} \beta_{ide}$$

図2は、ここで紹介したモデル(定式化)を基に作成した答案返却時間割である。期間が2日間であり、1日目が6時限まで、2日目が7時限までが対象になっている。それぞれの時限に対して科目が割り当てられており、各科目に対して、必ず1人の教員が対応している。アルファベットは科目名であり、その下は科目を担当する教員名を示す。

対応するコース名は科目名(アルファベット)の右に示す。また、3年生のコースにおいては複数のコースの科目を同一の教員が教える場合もあるが、紙面の関係上、説明は省略する。

図3は、各教員の担当時限の表である。×は出講不可能だった時限を示す。また、非常勤教員の場合は、避けるべき「禁止返却時限パターン」として、「空き時限のあるパターン」を設定していた。色付き部分は、現場で作成された割当位置を示すが、ここで示された結果は、空き時限を減らしていることがわかんと思う。

5. 教員間、クラス間のバランス

現実の学校時間割作成では、教員間(特に、非常勤教員)の「負荷」、クラス間の「不利益」の平準化が求められる。基本的なモデルで「ソフト制約の違反度最小化」を考えることに対し、平準化を考慮する場合には、平準化対象(値)に対する最大値最小化モデルと上昇率増加モデルがよく考えられる。3節の研究で行った実験においても、これらの考えを導入したので、それぞれ簡単に説明する。

5.1 最大値最小化モデル

平準化対象の集合を K とし、平準化対象 $k \in K$ の値を表す補助変数 τ_k とそれらの最大値を表す変数 U を導入する。

目的関数

$$\min \text{元の目的関数} + w'U$$

この w' は平準化の重み(重要度)である。また、制約条件に補助変数 τ_k を表す制約条件の他に

最大値 U を表す制約

$$\tau_k \leq U \quad k \in K$$

を追加する。

5.2 上昇率増加モデル

上昇率増加モデルでは、平準化対象を線形関数より上昇率の高い関数を用いて、平準化対象間のバラツキをなくす。便宜上、二乗関数の例を示す。

目的関数

$$\min \text{元の目的関数} + w'' \sum_{k \in K} \tau_k^2 \quad (1)$$

この w'' は上昇率増加モデルにおける平準化の重みである。目的関数(1)となるモデルは二次整数計画問題(QIP)として解くことができるが、平準化対象の値

が整数であれば、区分幅 1 の線形区分近似を利用することで、混合整数計画問題に変形し、厳密に解くことができる。具体的には、平準化したい対象 k の上限と下限を $\tilde{\tau}_k$ と $\hat{\tau}_k$ として、補助変数 $\tau_{kj}, \forall j \in \{\tilde{\tau}_k, \tilde{\tau}_k+1, \dots, \hat{\tau}_k\}$ を用いる。

目的関数

$$\min \text{元の目的関数} + w'' \sum_{k \in K} \left(\tilde{\tau}_k^2 + \sum_{j=\tilde{\tau}_k+1}^{\hat{\tau}_k} (2j-1)\tau_{kj} \right)$$

補助変数 τ_{kj} に関する制約条件

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_k + \sum_{j=\tilde{\tau}_k+1}^{\hat{\tau}_k} \tau_{kj} &= \tau_k & k \in K \\ 0 \leq \tau_k \leq 1 & & k \in K \end{aligned}$$

われわれの研究においては、平準化を考慮しない基本モデルで（比較的高速に）得た最適解から、平準化対象 τ_k の値域を絞り込み、上昇率増加モデルにおける補助変数の数を減らしたり、区分線形における区分幅を粗くして、値域を絞り込みながら繰り返し解くなど、求解速度向上を試みているところである。

6. おわりに

研究室では、この他に、大学の定期試験時間割作成 [10]、高校の授業時間割作成、高校の定期試験監督割当などを行ったが、やはり、授業時間割作成が難しい。同じ科目を週に何度も行うので、そのバランスを考慮すること、さらに、クラス間の公平さを保つことが、いかに扱いづらいか実感しているところである。

本稿では紹介できなかったが、大学時間割作成に関しては、各国の実データを用いた International Timetabling Competition (ITC) が 2003 年、2007 年、2019 年 3 度行われた⁴。問題サイズの大規模化と制約条件の複雑化の傾向がみられている。たとえば、2019 年の問題では、一般的に考える基本制約（学生と教室に関する時間割制約、教室容量制約、授業容量制約）以外にも、19 種類の制約が考えられている。

時間割作成では、事前に科目と教員の割当が決まっていることが一般的である。しかし、論文 [6] で提案されているモデルは、科目に対して教員の割当も意思決定の対象に含むことで、より包括的で実用的な枠組

を提供できると述べられている。実際、現場においても、一部の科目と教員の割当に自由度をもったまま時間割作成を行う、もしくは、自由度をもたせないとならないという話がある。

謝辞 本稿における研究内容は JSPS 科研費 JP26350435 および JP19K11843 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] 高橋香, ブルノ フィゲラ ロウレンソ, 赤池洋一, 山口梨恵, 山本剛大, 林 真源太治, 池上敦子, “小学校における授業時間割作成,” 情報処理学会論文誌数理モデル化と応用, **10**, pp. 80–91, 2017.
- [2] 橘高源汰, 伊藤靖彦, 梅谷俊治, 池上敦子, “コース科目が存在する場合の試験答案返却時間割作成の最適化モデル,” 情報処理学会論文誌数理モデル化と応用, **11**, pp. 26–41, 2018.
- [3] M.W. Carter and G. Laporte, “Recent developments in practical course timetabling,” In *Selected Papers from the Second International Conference on Practice and Theory of Automated Timetabling II*, PATAT’97, pp. 3–19, 1998.
- [4] G. Post, J.H. Kingston, S. Ahmadi, S. Daskalaki, C. Gogos, J. Kyngas, C. Nurmi, N. Musliu, N. Pillay, H. Santos and A. Schaefer, “Xhstt: An xml archive for high school timetabling problems in different countries,” *Annals of Operations Research*, **218**, pp. 295–301, 2014.
- [5] N. Pillay, “A survey of school timetabling research,” *Annals of Operations Research*, **218**, pp. 261–293, 2014.
- [6] S.M. Al-Yakoob and H.D. Sherali, “Mathematical models and algorithms for a high school timetabling problem,” *Computers & Operations Research*, **61**, pp. 56–68, 2015.
- [7] M. Sørensen and F.H.W. Dahms, “A two-stage decomposition of high school timetabling applied to cases in denmark,” *Computers & Operations Research*, **43**, pp. 36–49, 2014.
- [8] S. Ribic and S. Konjicija, “A two phase integer linear programming approach to solving the school timetable problem,” In *Proceedings of the ITI 2010, 32nd International Conference on Information Technology Interfaces*, pp. 651–656, 2010.
- [9] Á.P. Dorneles, O.C.B. de Araújo and L.S. Buriol, “A fix-and-optimize heuristic for the high school timetabling problem,” *Computers & Operations Research*, **52**, pp. 29–38, 2014.
- [10] 田原久嗣, 大竹慧, 池上敦子, “大学定期試験における資源割当,” スケジューリング・シンポジウム 2012, pp. 139–144, 2012.

⁴ ITC の最新情報 <https://www.itc2019.org>

		1日目						2日目						
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	7
1年	1	E 教員29	H 教員58	E2 教員45	F 教員6	C2 教員74	B1 教員36	A 教員4	C1 教員68	I 教員84	G 教員54	D 教員23	HR	
	2	A 教員4	E 教員29	H 教員58	F 教員13	C2 教員75	E2 教員45	B1 教員36	I 教員84	G 教員54	C1 教員68	D 教員19	HR	
	3	F 教員6	A 教員7	H 教員55	D 教員19	C2 教員76	E2 教員46	E 教員18	C1 教員67	G 教員51	I 教員84	B1 教員36	HR	
	4	H 教員55	C1 教員68	G 教員51	C2 教員75	F 教員13	D 教員19	E 教員16	B1 教員47	A 教員7	E2 教員39	I 教員84	HR	
	5	C2 教員74	E 教員16	E2 教員46	A 教員14	C1 教員67	F 教員4	H 教員56	I 教員83	D 教員19	B1 教員35	G 教員52	HR	
	6	C1 教員67	D 教員22	E 教員29	C2 教員76	A 教員12	F 教員5	B1 教員47	H 教員56	G 教員53	I 教員83	E2 教員38	HR	
	7	E2 教員39	H 教員55	A 教員14	C2 教員74	E 教員18	G 教員52	D 教員22	B1 教員49	I 教員83	F 教員4	C1 教員67	HR	
	8	D 教員23	F 教員1	E2 教員39	A 教員12	E 教員29	C1 教員68	B1 教員49	C2 教員72	H 教員55	G 教員53	I 教員83	HR	
2年	1	N 教員79	E 教員24	A 教員3	C1 教員65	B1 教員33	O 文1 教員7	L 文1 教員63	M 教員61	E2 教員36	J 教員17	K 文1 教員9	HR	
	2	J 教員30	N 教員79	M 教員59	教員69	教員35	教員63	教員11	E 教員24	教員38	A 教員15	教員3	HR	
	3	C1 教員64	B1 教員33	A 教員13	N 教員81	J 教員17	H 理1 教員56	G 理1 教員53	E2 教員34	E 教員24	M 教員61	F 理1 教員6	HR	
	4	C1 教員66	B1 教員35	J 教員17	M 教員59	A 教員14	F 理2 教員2	G 理2 教員54	B2 教員38	N 教員80	E 教員20	H 理2 教員56	HR	
	5	L 文4 教員63	N 教員80	O 文4 教員9	J 教員25	B1 教員34	E 教員24	E2 教員32	K 文4 教員3	M 教員61	A 教員3	C1 教員65	HR	
	6	O 文5 教員1	J 教員30	教員9	E 教員20	B1 教員45	N 教員81	教員33	L 文5 教員63	A 教員15	M 教員59	教員69	HR	
	7	K 文6 教員9	E 教員20	F 理3 教員6	B1 教員37	J 教員25	A 教員13	N 教員80	O 文6 教員5	E2 教員32	C1 教員64	M 教員61	HR	
	8	H 理3 教員56	M 教員59	H 理4 教員56	B1 教員45	N 教員81	A 教員14	E 教員20	G 理4 教員54	B2 教員33	C1 教員66	J 教員17	HR	
3年	1	K a1 78 教員3	C1 教員69	P 教員26	J a1 7 教員18	O a78 教員32	D a78 教員22	I 教員39	A 教員1	C2 教員64	D a1 教員28	O a1 教員4	HR	
	2	K a2 教員5	C1 教員70	A 教員2	O a2 教員8	O a910 教員4		P 教員31	I 教員39	C2 教員73	J a2 教員18	D a2 教員28	HR	
	3	E a3 教員16	C1 教員74	教員3	K a3 教員5			P 教員21	C1 教員65	教員77	O a3 教員10	D a3 教員22	HR	
	4	D a4 教員22	C2 教員75	I 教員82	K a4 教員5			A 教員6	C1 教員66	A 教員5	O a4 教員7	E a4 教員16	HR	
	5	J a59 教員17	C2 教員76	P 教員21	K a56 教員1			A 教員6	C1 教員66	I 教員82	D a56 古 教員22	O a56 古 教員2	HR	
	6	E a610 教員20	C2 教員78	教員29	E a6 教員1			A 教員2	C2 教員64	P 教員21	Q2 a78 教員44	O a78 教員7	HR	
	7	B1 b① 教員38	I 教員82	C1 教員69	Q a910 教員36			A 教員1	C2 教員73	I 教員39	K a910 教員1	D a910 教員27	HR	
	8	B1 b② 教員41	P 教員26	C1 教員70	H b1 教員56			A 教員5	C1 教員77	I 教員39	E2 b① 教員40	G b1 教員50	HR	
	E2 b③ 教員42	C2 教員74	教員55	H b2 教員55			A 教員5	I 教員82	C1 教員65	B1 b② 教員33	教員51	HR		
	B2 b④ 教員35	C2 教員75	教員60	M b4 教員60			I 教員82	P 教員31	C1 教員66	E1 b③ 教員34	M b3 教員62	HR		
	E2 b⑤ 教員43	A 教員6	C2 教員78				I 教員82	P 教員31	C1 教員71	教員66	H b4 教員55	HR		

図2 提案モデルで得られた答案返却時間割

教員番号	教員名	1日目						2日目						
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	7
1	教員1	O 文5	F		K a56			A	A		K a910			HR
2	教員2	F 理4		A			F 理2	A				O a56古		HR
3	教員3	K a178		A	K a3			K 文3	K 文4		A	K 文2		HR
4	教員4	A				O a910	F	A			F	O a1		
5	教員5	K a2			K a4		F	A	O 文6	A				HR
6	教員6	F	A	F 理3	F			A				F 理1		
7	教員7		A				O 文1			A	O a4	O a78		HR
8	教員8				O a2									
9	教員9	K 文6		K 文5								K 文1		
10	教員10										O a3			
11	教員11	X	X	X	X	X	X	O 文2						
12	教員12	X	X	O 文4	A	A	O 文3	X	X					
13	教員13			A	F	F	A	X	X	X	X	X	X	X
14	教員14			A	A	A	A							
15	教員15	X	X	X	X	X	X	X	X	A	A			
16	教員16	E a3	E					E				E a4		
17	教員17	J a59		J		J					J	J		
18	教員18				J a17	E			E		J a2			HR
19	教員19				D		D			D		D		
20	教員20	E a610	E		E			E			E			HR
21	教員21		P	P				P		P				HR
22	教員22	D a4	D				D a78	D			D a56	D a3		
23	教員23	D										D		
24	教員24		E						E	E				
25	教員25				J	J	E							
26	教員26		P	P										X
27	教員27	X	X	X	X	X	X					D a910		X
28	教員28	X	X	X	X	X	X					D a1	D a2	
29	教員29	E	E	E	E a9	E								
30	教員30	J	J											
31	教員31	X	X	X	X	X	X	P	P					
32	教員32					G1 a78		B2		B2	B1 b4			HR
33	教員33			B1				B2		B2	B2 b2			HR
34	教員34			B1		B1		B2		B2	B1 b3			
35	教員35	B2 b4	B1								B1			
36	教員36				Q a910		B1	B1		B2		B1		HR
37	教員37				B1		B1	B2		B2	B1 b5	B2		HR
38	教員38	B1 b1							I	I		B2	B2	HR
39	教員39	B2	B1	B2								B2 b1		
40	教員40													
41	教員41	B1 b2												
42	教員42	B2 b3												
43	教員43	B2 b5												
44	教員44										Q2 a78			
45	教員45	X		B2	B1	B1	B2	X	X	X	X	X	X	X
46	教員46			B2	B1	B1	B2							
47	教員47	X	X	X	X	X	X	B1	B1					
48	教員48							B2	B2	B2				
49	教員49	X	X	X	X	X	X	B1	B1					
50	教員50												G b1	
51	教員51			G						G			G b2	
52	教員52						G				G		G	
53	教員53	X	X	X	X	X	X	G 理1	G 理3	G	G			
54	教員54	X	X	X	X	X	X	G 理2	G 理4	G	G			
55	教員55	H	H	H	H b2					H			H b4	HR
56	教員56	H 理3		H 理4	H b1		H 理1	H	H				H 理2	HR
57	教員57												H b6	
58	教員58	X	H	H				X						
59	教員59		M	M	M						M			
60	教員60				M b4									
61	教員61	X	X	X	X	X	X		M	M	M	M		
62	教員62	X	X	X	X	X	X						M b3	
63	教員63	L 文4		L 文6			L 文2	L 文1	L 文5				L 文3	HR
64	教員64	C1							C2	C2	C1			
65	教員65				C1				C1	C1	C1		C1	
66	教員66	C1							C1	C1	C1		C1	HR
67	教員67	C1				C1			C1				C1	HR
68	教員68		C1				C1				C1		C1	HR
69	教員69		C1	C1	C1								C1	HR
70	教員70	C1	C1	C1							C1		C1	HR
71	教員71				C1				C1	C1			C1	
72	教員72								C2					
73	教員73	X	X	X	X	X	X			C2				
74	教員74	C2	C1	C1	C2	C2								
75	教員75		C2	C2	C2	C2								
76	教員76		C2	C2	C2	C2		X	X	X	X	X	X	X
77	教員77								C2	C2				
78	教員78		C2	C2				X	X	X	X	X	X	X
79	教員79	N	N											
80	教員80		N					N	N					
81	教員81	X	X	X	N	N	N	X	X	X	X	X	X	X
82	教員82		I	I				I	I	I				
83	教員83	X	X	X	X	X	X		I	I	I	I	I	
84	教員84	X	X	X	X	X	X		I	I	I	I	I	

図3 教員の担当時限表（×：出講不可能，色付き：実際の割当時限）