混雑制御
—ディズニーランドのジレンマ—

増田　靖

テーマパークにおいて優先パス発行が混雑緩和のために時として有効であることを Masuda and Tsuji [1] が論じている．本稿ではその結果と関連研究である混雑ゲーム，Wardrop 均衡，さらに “follow/avoid the crowd” 現象について紹介する．

キーワード：混雑ゲーム，優先パス，Wardrop 均衡，テーマパーク，均衡の複数性

1. はじめに

夏の暑い時期にディズニーランドに行って，こんなに長い時間待つのならばアトラクションの行列に並びたくないと思うことがある．この状態では，そのアトラクションを訪れる価値と待つことによる負の価値が等しい．すると，そのアトラクションのその来園者に対する価値はゼロとなる．せっかくの人気アトラクションが台無しだ．アトラクションの数を増やせば混雑を緩和できるが，来園者が多い時期に合わせてアトラクションの数を設定すると設備費が過剰となる．来園者が多い時期に，来園者の行動を変えることはできないものだろうか？　乗り物タイプの人気アトラクションから劇場タイプの空いているアトラクションに一部の来園者の流れを振り替えることができたら，混雑が緩和される．

稀少資源の配分方法としては価格設定が一般的である．混雑課金という考えも古くからある[1]．実際にいくつかの海外の都市では，混雑する時間帯に通行料を課すことにより都市部の道路網の混雑を緩和している．ディズニーランドでも，昔はアトラクションごとの課金があったようである．Oi [3] は，ディズニーランドをケーススタディとして，独占企業が利益最大化のためにいかに二部価格を設定するかを議論している．二部価格とは，料金が基本固定料金と従量料金の二部に別れている仕組みである．（解説書としてたとえば Tirole [4] を参照）．入場料だけではなくアトラクションごとに課金することは，混雑制御の手法としても有効となる．人気アトラクションの料金を高く設定すれば混雑は緩和される．混雑の度合いに応じて料金を動的に設定すればさらに効率が上がるが，来園者には違和感があるかもしれない．

実は，混雑自体も稀少資源の配分方法の一つである．混んでいても諦めない人だけが資源の配分にあずかることができる．課金と行列はそれぞれが典型的な稀少資源配分方法である．課金はもてる者ともたざる者を差別するが，行列では通常はすべての人は公平に扱われる．一方，行列に並ぶ時間は無駄に浪費され効率が下がるが，そのような浪費は課金システムのもとでは生じない．公平性を保ちつつ効率性を上げる方法の一つとして，優先パスがある．

東京ディズニーランドは優先パス（ファストパス）を発行している．まずは，なぜ優先パスが混雑緩和に役立つことがあるか直観的に説明する．夏の炎天下，とても混雑している人気アトラクションを考える．先ほど述べたように，このアトラクションのすべての来園者に対する価値はゼロと考えてよい．そこへ少数の優先パスが発行されたとする．すると，元々そのアトラクションを訪問したいと思っていた人のうちの少数が優先パスを使い喜ぶ．つまり，その人たちにとってアトラクションの価値が正となる．一方，そのアトラクションを訪問しようと思っていて優先権パスをもっていない人たちの待ち時間は長くなる．すると，その人達のうちの一部は人気アトラクションを訪れることを諦める．したがって，そのアトラクションの混雑は緩和される．優先パスの有無は不公平を生むが，ディズニーランドでは，一般来園者に対しての優先パスの配布方法は公平となっている．つまり，この優先パスは公平性を担保しつつ効率性を上げる賢い方法というこ

ますだ　やすし
慶應義塾大学理工学部管理工学科
〒 223–8522 神奈川県横浜市港北区日吉 3–14–1
yasushi.masuda@keio.jp

[1] 混雑など金銭的に取引されないにもかかわらず経済的な影響があるものを外部性と呼び，効率性の面で問題を起こすことが知られている．その問題を解決する方法の一つがピグー税と呼ばれている．混雑課金はピグー税の一例として知られている．外部性とピグー税に関しては，たとえば Mas-Colell et al. [2] の 11 章を参照されたい．

となる．いくつかのテーマパークでは優先パスを販売している．地獄の沙汰も金次第というのは夢がないかもしれないが，効率性の面ではよい方法である．

ところで，人気アトラクションの混雑が緩和されると，来園者たちには「余計な時間」ができることになる．この時間は一体どうなるのだろう？　テーマパークには既定の開園時間が設定されている．来園者たちが開園時間を余している場合には，さらに余計な時間があれば，早く退園するだけでほかには特に何も起こらない．一方，もし来園者たちが開園時間をいっぱいまで使っていたとすると，余計な時間には価値があるから，その時間をテーマパーク内で有効に使おうとする．仮に余計な時間が空いている劇場タイプのアトラクションに割り当てられるのならば，悪いことは起こらない．しかし，余計な時間が超人気アトラクションに割り当てられたならば，テーマパーク全体として混雑状況は，優先パスなしの場合よりも悪くなるかもしれない．よって，来園者たちが開園時間をいっぱいまで使っている場合は，優先パス発行のテーマパーク全体の混雑に対する影響の良し悪しは不明となる．

本稿では，優先パスが混雑緩和に果たす役割を解明するためのモデル分析とその関連研究を Masuda and Tsuji [1] をもとに紹介したい．

2. 関連研究

まずは優先度が待ち行列に果たす役割に関する研究について見てみよう．救急車などの緊急車両は，緊急走行時は赤信号で交差点に進入して進むことができる．緊急車両（遅れ時間の機会費用が高い車）に優先度を与える意義について疑問を抱く人は少ないだろう．また，北米の大型スーパーマーケットのレジでは，エクスプレスレーンがある．買い物の商品点数が少ない人専用のレジ・レーンで，多くの場合，短時間で精算を済ませることができる．緊急性があるものとすぐに終わるものに優先度を与えると全体の効率がよくなるということは，直観的にわかると思う．このように待ち時間の機会費用を下げるために，非斉一的な顧客に対して優先度を設定する方法は，待ち行列理論において $M/G/1$ 行列の設定で $C\mu$ ルールとして古くから知られている（たとえば，[5, 6]）．一方，顧客が斉一的なときには，待ち行列における優先度の有効性は必ずしも直観的ではない．Hassin [7] は，行列長がリアルタイムで観測可能で顧客が戦略的に振る舞う場合において，顧客にランダムに優先権を割り当てると，待ち行列の効率が先入先出法 (FIFO) よりもよくなることを示している．この結果は，混雑外部性に関する洞察に基づいている．関連研究については，Hassin and Haviv [8] と Hassin [9] を参照されたい．

待ち行列理論においては，顧客の到着間隔やサービス時間などの不確実性が待ち時間の特性に与える影響の分析が主要なテーマとなっている．現実には顧客は混雑を避けようとするし，あまりに混雑していればサービスを受けることを諦めるかもしれない．伝統的な待ち行列理論では，このような顧客の戦略的行動は考慮されておらず，顧客の到着率やルート選択行動は所与のものとされることが多い．本稿の主題である混雑ゲーム[2]においては，混雑を避けようとする顧客らの戦略的行動の分析が中心となっている．

混雑ゲームには，大きく分けて二つの流れがある．一つ目の流れは，確定的な設定のもとで定式化された混雑ゲームであり，Wardrop 均衡 [10] を源流とする．この設定では，交通量の関数としての確定的な待ち時間，またはシステムの確率的平衡状態のもとでの平均待ち時間を考える．それをもとに，各プレイヤーの経路選択の関数として利得を構成する．混雑ゲームのこの流れの研究は，交通工学，計算機科学，経済学・ゲーム論，OR・経営科学の各分野で，独自の発展をしつつ，かつ緩やかに連携している．交通工学分野での初期の研究としては Wardrop [10] があり，解説書としては Friesz and Bernstein [11] が挙げられる[3]．経済学・ゲーム論分野では，初期の研究としては Beckmann et al. [12] と Rosenthal [13] が挙げられ，Monderer and Shapley [14] が混雑ゲームとポテンシャルゲームとの関係を明らかにしている．また，計算機科学分野においては，Roughgarden and Tardos [15] 以降，“price of anarchy”というキーワードのもとで混雑ゲームに関して研究がなされている．OR・経営科学分野においてもさまざまな角度から研究がなされている．解説書としては，文献 [8, 9] を参照されたい．ところで，テーマパークのアトラクション間には経路があり移動には時間がかかるが，[1] で議論するモデルでは，その点を完全に捨象している．モデル上は，テーマパークには代替可能なサービスを提供するサーバーが並列に並んで

[2] ゲーム理論では，有限数のプレイヤーを前提とすることが多い．ここでは，Wardrop 均衡のような連続的に無限にいるプレイヤーを前提とするモデルも，混雑ゲームとして含めて考えている．

[3] 交通工学分野では，交通流量の均衡問題は交通量割当問題 (traffic assignment problem) と呼ばれている．時間的変動を考慮した均衡問題を扱う場合も多く，それは動的交通量割当問題 (dynamic traffic assignment problem) と呼ばれている．

いることになる．並列に並んだサーバーの混雑ゲームのサーベイに関しては，Hassin [9] の 8.1 節を参照されたい．特に，El Azouzi and Altman [16] は，優先権なしの設定で，そのようなモデルにおける交通量均衡を分析しており，複数のリンクが関わる形で交通量の制限がある場合には，均衡が複数になることがあることを示している．

混雑ゲームの二つ目の流れでは，プレイヤーが，ランダムに振る舞う行列長をリアルタイムで観測して最適化行動をとることを想定しており，動的なシステムといえる．この研究の流れは Naor [17] によって始められたと考えられている．この設定で，Hassin [7] は，斉一的な顧客が単一待ち行列にポアソン到着する状況を考えた．顧客の戦略は待ち行列に加わるか否か，また留まるか否かである．[7] は，行列の管理方法として FIFO が最悪で，後入先出法 (LIFO) が最善であることを示している．さらに，顧客に優先度をランダムに与えると，FIFO よりも効率がよくなることを示した．

シミュレーションをもとにテーマパークの混雑問題を扱っている研究としては，清水ら [18] とそこで紹介されている研究を参照されたい．

文献 [1] は，斉一的な来園者に対して優先パスの有効性の議論をしているので，その問題意識の点では，混雑ゲームの第二の流れに含まれる Hassin [7] に近い．しかし，待ち時間に関しては確定的な関数を想定しているので，モデル・分析の手法としては上記第一の流れに属する[4]．

3. モデルと分析 [1]

3.1 基本モデルとベンチマーク

テーマパークにはアトラクションが J 個あり，それぞれの来園者は一つのアトラクションには高々 1 回訪れるものとする．来園者がアトラクション j を訪れることにより得られる便益は $b_j > 0$ であり，時間の機会費用は単位時間当たり $c > 0$ とする．ここで，b_j と c はすべての来園者に対して一様とする．斉一的な来園者を想定しているので，ここでは対称均衡のみを考えることにする[5]．それぞれのアトラクション j に対して顧客は成功確率 x_j でベルヌーイ試行を行う．つまり，顧客がアトラクション j を訪れる確率は x_j で，それぞれの顧客のテーマパークでの行動は $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_J)$ で与えられる．テーマパークの開園時間を H 時間として，N を来園者の総数とする．アトラクション j を訪れる来園者が，そこで過ごす時間（待ち時間とサービス時間の和）の期待値を $T_j(x_j)$ で表し，システム時間と呼ぶ．T_j は増加連続関数とする．さらに，$T(\boldsymbol{x}) = (T_j(x_j))$ と書く．

来園者はたくさんいるので，来園者一人の行動は $T_j(x_j)$ に影響を与えないものと仮定する．アトラクション j のシステム時間が t_j $(j = 1, 2, \ldots, J)$ で与えられるとしよう．それぞれの顧客は，アトラクションを訪れることによる総便益から延べシステム時間の機会費用を引いたものを最大化しようとする．つまり，それぞれの顧客は，$\boldsymbol{t} = (t_1, t_2, \ldots, t_J)$ を所与として，以下の線形計画問題を解く．

$$
\begin{aligned}
B(\boldsymbol{t}) : \max_{\boldsymbol{x}} & \sum_{j=1}^{J} (b_j - ct_j) x_j \\
\text{s.t.} & \sum_{j=1}^{J} t_j x_j \le H, \\
& 0 \le x_j \le 1, \quad j = 1, 2, \ldots, J.
\end{aligned} \tag{1}
$$

ここで，問題 (1) の第 1 の制約（以後，時間制約と呼ぶ）は，園内滞在時間に関する制約であるが，滞在時間の期待値に関する制約で緩和されていることに注意する．緩和する前の問題については，[1] を参照されたい．以後 $B(\boldsymbol{t})$ は線形計画問題 (1) を表すこともあるし，その解集合を表すこともある．$B(\boldsymbol{t})$ は LP 緩和されたナップザック問題であるから，以下のように貪欲法で解くことができる [21]．

1. アトラクションを「単位時間当たりの純便益」（以下，魅力度）の順に並べ直し，$(b_1 - ct_1)/t_1 \ge (b_2 - ct_2)/t_2 \ge \cdots \ge (b_J - ct_J)/t_J$ とする．
2. 時間制約を破らない限りかつ魅力度が正である限り，アトラクションをこの順に訪れるべきアトラクションのリストに加え続ける（$x_j = 1$ とする）．
3. 残っているアトラクションの魅力度が 0 以下になったら終了．さもなければ，時間制約が等号で満たされるように，一番最後に加えるアトラクションの x_j を設定する．そのほかのアトラクションに対しては $x_j = 0$ とする．

ここで，魅力度が等しいアトラクションがないときは，解はただ一つ決まることに注意する．

来園者行動 $\boldsymbol{x} = (x_j)$ が以下の条件を満たすときに，それを均衡と呼ぶ．

[4] 本稿執筆後に，優先権を待ち行列制御に使うことに関する重要な研究 [19, 20] について，関連研究者より指摘を受けたので，ここで紹介する．

[5] プレイヤーたちが斉一的であってもプレイヤーたちの行動は均衡において対称（一様）になるとは限らない．しかし，その範囲まで考えると大変なので，均衡を探す範囲をこのように制限した．

$$\boldsymbol{x} \in B(T(\boldsymbol{x})) \qquad (\text{均衡モデル } \mathcal{B}) \tag{2}$$

以後，均衡モデル (2) を基本モデルと呼び $\mathcal{B}$ で表す．また，便宜的に (2) を満たす $\boldsymbol{x}$ の集合も $\mathcal{B}$ で表す．行動 $\boldsymbol{x} \in \mathcal{B}$ は，来園者個人にとって最適な戦略であり，かつすべての来園者に採用されている戦略である．

来園者行動 $\boldsymbol{x} = (x_j)$ のもとでの，アトラクション j の魅力度は $u_j(x_j) = (b_j - cT_j(x_j))/T_j(x_j)$ となる．すると，$\boldsymbol{x} \in \mathcal{B}$ であることと以下が同値であることが示される [1]．ある $a \geq 0$ に対して，$a \cdot \left(\sum_{j=1}^{J} T_j(x_j)x_j - H\right) = 0$ かつ

$$\begin{cases} x_j = 0 & \Rightarrow u_j(x_j) \leq a, \\ 0 < x_j < 1 & \Rightarrow u_j(x_j) = a, \\ x_j = 1 & \Rightarrow u_j(x_j) \geq a. \end{cases} \tag{3}$$

交通工学において，以下の Wardrop の第 1 原則 [10, 22] が広く知られている．出発地・目的地間で実際に使われている経路の旅行時間は，

1. すべて等しく，
2. 使われていない経路を単一の利用者が旅行する場合の旅行時間よりも短いか等しい．

この原則を満たす交通流は Wardrop 均衡と呼ばれる．一方，(3) の意味するところは，以下のようになる．1 未満の正の確率で訪れられるアトラクションの魅力度は，

1. すべて等しく，
2. 訪れられていないアトラクションの魅力度よりも高いか等しく，
3. 確率 1 で訪れられているアトラクションの魅力度よりも低いか等しい．

つまり，均衡モデル $\mathcal{B}$ の定式化 (2) は，一見すると通常の Wardrop 均衡と共通点がないが，その意味するところを考えると Wardrop 均衡の派生種であることが解る．

線形計画問題 $B(\boldsymbol{t})$ を解くための貪欲法を見ると解るが，$B(\boldsymbol{t})$ の解は多くの場合はただ一つ決まる．また，多くの場合，ある一つのアトラクション j に対してだけ $0 < x_j < 1$, $u_j(x_j) = a$ となる．しかし，$\boldsymbol{x}$ が均衡の場合には，線形計画問題 $B(T(\boldsymbol{x}))$ の解は，多くの場合は極端に退化している．なぜならば，魅力度 $u_j(x_j)$ が高いアトラクション j には来園者が集まり，来園者が集まれば混雑により魅力度が下がる．よって，来園者たちの利己的な行動により，アトラクションの魅力度 $u_j(x_j)$ の値は可能な限り平準化され，場合によっては均衡においてすべてのアトラクションが同じ魅力度をもつ．対応して，$\boldsymbol{x}$ が均衡の場合には $B(T(\boldsymbol{x}))$ の解は通常は無限個存在することになる．しかし，均衡モデル $\mathcal{B}$ はただ一つの均衡解をもつことが示される．これは，$\boldsymbol{x} \in \mathcal{B}$ が $\boldsymbol{x} \in B(T(\boldsymbol{x}))$ で定義されることと，T が増加関数であることに由来する．

さまざまな混雑ゲームにおいて，均衡がある最適化問題の局所最適解と同じになることがある．このようにゲームの均衡問題をある最適化問題に変換できる場合，そのゲームをポテンシャルゲームと呼ぶ (Monderer and Shapley [14])．Wardrop 均衡モデルの基本形が最適化問題へ変換されることは，古くから知られている [12, 22]．ポテンシャルゲームにおいては，既存の最適化ソフトを使うことにより均衡を算出できるので都合がよい．また，均衡の存在と唯一性は，対応する最適化問題の解の存在と凸性により示すことができる．均衡モデル $\mathcal{B}$ は，もし時間制約が無視できるのであれば，ポテンシャルゲームとなる[6]．

次に，以下のような全体最適化の問題 SO (social optimum) をベンチマークとして考える．

$$\begin{aligned} SO : \max_{\boldsymbol{x}} & \sum_{j=1}^{J} (b_j - cT_j(x_j))\, x_j \\ \text{s.t.} & \sum_{j=1}^{J} x_j T_j(x_j) \leq H, \\ & 0 \leq x_j \leq 1, \quad 1 \leq j \leq J. \end{aligned}$$

SO の解は最善解 (first best solution) とも呼ばれる．関数 T_j が強い意味で凸関数であれば SO は唯一の解をもつ．関数 T_j の微分可能性を仮定して以下のように，アトラクション j の効率性を定義する．

$$\begin{aligned} v_j(x_j) &= \frac{\partial((b_j - cT_j(x_j))x_j)}{\partial x_j} \bigg/ \frac{\partial(x_j T_j(x_j))}{\partial x_j} \\ &= \frac{b_j}{T_j(x_j) + x_j T_j'(x_j)} - c. \end{aligned}$$

効率性 $v_j(x_j)$ を使うと，$\boldsymbol{x}^* = (x_j^*)$ が SO の最適解であることの必要十分条件は以下のように書ける [1]．ある $a^* \geq 0$ に対して，$a^* \cdot (\sum_{j=1}^{J} T_j(x_j^*)x_j^* - H) = 0$ かつ

[6] 時間制約が無視できる場合は，個々のアトラクションごとに均衡問題をモデル化できるので，単純な問題に帰着できる．均衡において時間制約が等号で満たされる場合，また次節で議論する優先パスがあるモデルでは，通常の変換方法は適用できないので，ポテンシャルゲームとなるか否かは不明である．

$$\begin{cases} x_j^* = 0 & \Rightarrow v_j(0) \le a^*, \\ 0 < x_j^* < 1 & \Rightarrow v_j(x_j^*) = a^*, \\ x_j^* = 1 & \Rightarrow v_j(1) \ge a^*. \end{cases}$$

来園者は魅力度 $u_j(x_j)$ が高いアトラクションを訪れようとするが，テーマパークの管理者としては，来園者全体の便益 $\sum_{j=1}^{J}(b_j - cT_j(x_j))\,x_j$ を高くするために，$v_j(x_j)$ が高いアトラクションに来園者を誘導したいと考える．優先パスの発行により，来園者の利己的な行動に影響を与えて，来園者全体の便益を上記 SO の最適値に近づけること，または可能であれば SO の最適値を達成することが，次節の問題となる．

3.2 優先パスモデル

来園時に既定数の優先パスがそれぞれの来園者に無料で配布されるものとする．この優先パスはどのアトラクションでも使えるものとする[7]．来園者がアトラクション j を優先パスを使って（使わないで）訪れる確率を x_j^+ (x_j^-) とする．確率ペア (x_j^+, x_j^-) が与えられたもとでの（非）優先客のシステム時間を $T_j^+(x_j^+, x_j^-)$ $(T_j^-(x_j^+, x_j^-))$ で表す．ここで，システム時間 $T_j^+(x_j^+, x_j^-)$ と $T_j^-(x_j^+, x_j^-)$ は，連続で以下を満たすものとする．

$$(x_j^+ + x_j^-)T_j(x_j^+ + x_j^-) = x_j^+ T_j^+(x_j^+, x_j^-) + x_j^- T_j^-(x_j^+, x_j^-), \qquad (4)$$

$$T_j^+(x_j^+, x_j^-) < T_j^-(x_j^+, x_j^-), x_j^+ > 0, x_j^- > 0. \quad (5)$$

さらに，$T_j^+(x_j^+, x_j^-)$ は $x_j^+(x_j^-)$ に関して増加（非減少）関数であり，$T_j^-(x_j^+, x_j^-)$ はどちらの変数に対しても増加関数とする．優先パスありのシステムでは二本の待ち行列を管理するために，時間的なロスが発生するかもしれない．式 (4) は，そのようなロス（またはゲイン）がないことを意味している[8]．

優先度付き単一待ち行列は古くから研究されている（たとえば [5]）．しかし，優先度付き待ち行列ネットワークに関しては，筆者が知る限り，解析的な結果は知られていない． [1] では，システム時間 $T_j^{\pm}(x_j^+, x_j^-)$ に関して，数値実験を除き，定性的な性質 (4) と (5) と単調性のみを仮定し特定の関数形は想定していない．優先度つき単一待ち行列の期待待ち時間の公式は (4), (5) を満たしている[9]．

来園者に配布される優先パス数を F で表す．優先パスの使用に関する制約を，時間制約同様に期待値で表す．つまり $\sum_{j=1}^{J} x_j^+ \le F$ とする（制約を緩和する前の問題については，[1] を参照されたい）．以後，この制約を優先パス制約と呼ぶ．優先パス数 F は非整数であることも許し，小数部分に関しては，来園時にくじ引きをすることにより配布する．

システム時間 $(\boldsymbol{t}^+, \boldsymbol{t}^-) = \left((t_j^+)_{j=1}^J, (t_j^-)_{j=1}^J\right)$ が与えられたもとで，個々の来園者の問題は以下のようになる．

$$\begin{aligned} &P(\boldsymbol{t}^+, \boldsymbol{t}^-; F): \\ &\max_{\boldsymbol{x}^+, \boldsymbol{x}^-} \sum_{j=1}^{J} \left[(b_j - ct_j^+)x_j^+ + (b_j - ct_j^-)x_j^-\right] \\ &\quad \text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^{J} \left[t_j^+ x_j^+ + t_j^- x_j^-\right] \le H, \\ &\qquad\quad \sum_{j=1}^{J} x_j^+ \le F, \\ &\qquad\quad 0 \le x_j^+, 0 \le x_j^-, x_j^+ + x_j^- \le 1, j = 1, \ldots, J. \end{aligned}$$

来園者行動 $(\boldsymbol{x}^+, \boldsymbol{x}^-) = ((x_j^+)_{j=1}^J, (x_j^-)_{j=1}^J)$ が以下を満たすときに均衡と呼ぶ．

$$(\boldsymbol{x}^+, \boldsymbol{x}^-) \in P(T_p(\boldsymbol{x}^+, \boldsymbol{x}^-); F) \quad \text{（均衡モデル } \mathcal{P}(F)\text{）}.$$

ここで，$T_p(\boldsymbol{x}^+, \boldsymbol{x}^-) = ((T_j^+(\boldsymbol{x}^+, \boldsymbol{x}^-))_{j=1}^J, (T_j^-(\boldsymbol{x}^+, \boldsymbol{x}^-))_{j=1}^J)$ とする．すると，均衡モデル $\mathcal{P}(F)$ は常に解をもつことを示すことができる．ただし，後ほど議論するように，$\mathcal{P}(F)$ は複数の均衡をもつことがある．

文献 [1] の主要問題は，テーマパークの管理者が来園者全体の純便益を最大化するように優先パス数 F を決定する問題 AP (administrator's problem) で，以下のように書かれる．

$$\begin{aligned} AP: \quad \max_{F} \sum_{j=1}^{J} &\left[\left(b_j - cT_j^+(x_j^+, x_j^-)\right) x_j^+ \right. \\ &\left. + \left(b_j - cT_j^-(x_j^+, x_j^-)\right) x_j^-\right] \\ &\text{s.t. } (\boldsymbol{x}^+, \boldsymbol{x}^-) \in P(T_p(\boldsymbol{x}^+, \boldsymbol{x}^-); F). \end{aligned}$$

問題 AP において，均衡が複数存在する場合には，管

7 これはディズニーランドでのファストパスの配布方法とは違うが，実験的にこのような設定で優先パスの来園者行動への影響を分析する．

8 これは，待ち行列理論では仕事量保存型のサービス規律と呼ばれており，緩い仮定と考える．多くのスケジューリング方法がこの規律を満たす [6]．また，実際のテーマパークにおいても，優先パスの有無が，アトラクションの来園者処理能力に影響を与えているようには見えない．

9 ただし，優先度つき待ち行列ネットワークにおいて，各ノードでの平均システム時間がそのノードへの入力量だけの関数となるか否か（$T_j^{\pm}(x_j^+, x_j^-)$ のように書けるか）は不明である．

理者は都合のよい均衡が生じるように来園者を誘導できると想定している．その意味で，問題 AP の均衡に関する制約条件は弱いことに注意する．ただし，この考え方はミクロ経済学における制度設計論でも採用されている（文献 [2] の p. 867 を参照）.

以下，1 節で述べたように，優先パスの有効性を議論するにあたり，時間制約が無視できる場合（来園者の問題の最適解において時間制約が等号とならない場合）に限って話を進める．これは，多くの来園者が閉園時刻前に退園することや複数日チケットを使うことを考えると，それなりに現実的といえる．また，時間制約が無視できる場合，優先パスがない基本モデル $\mathcal{B}$ ではそれぞれのアトラクションを別々に分析できるので単純な問題となっているが，$\mathcal{P}(F)$ では優先パス制約があるのでそれぞれのアトラクションを別々に分析することはできないことに注意する．次の主張が [1] の主要結果である．時間制約が無視できる場合には，以下が成立する．

- 優先パスありのモデル $\mathcal{P}(F)$ は純便益に関して優先パスなし基本モデル $\mathcal{B}$ よりも悪くなることはない.
- 優先パスありのモデル $\mathcal{P}(F)$ の均衡を $(\bar{\boldsymbol{x}}^+, \bar{\boldsymbol{x}}^-)$ としたとき，あるアトラクション j に対して $\bar{x}_j^+ > 0$ かつ $\bar{x}_j^+ + \bar{x}_j^- < 1$ となるならば $\mathcal{P}(F)$ は純便益に関して優先パスなし基本モデル $\mathcal{B}$ よりもよい.

二番目の主張より，常識的に考えられる多くの場合で，優先パスありのシステム $\mathcal{P}(F)$ の方が，優先パスなしの基本モデル $\mathcal{B}$ よりもよくなることがわかる.

4. 数値実験の要約 [1]

数値実験の目的は，優先パスの発行が来園者の行動と純便益にどのような影響を与えるかを検証することにある．前節までは，システム関数として具体的な関数形は与えなかった．数値実験をするにあたり，具体的なシステム関数が必要となるが, 待ち行列ネットワークの設定では適切なものが知られていないので，非割込み (nonpreemptive) 優先度つき M/M/1 の期待系内時間（たとえば [6] を参照）をシステム関数として借用する.

数値実験により以下のことが判明した.

1. 問題 AP はベンチマーク指標 SO を達成することもしないこともある.
2. 優先パス数 F の値によっては，優先パス付きモデル $\mathcal{P}(F)$ は基本モデル $\mathcal{B}$ よりも純便益に関して悪くなる.
3. 優先パス数 F の値によっては，優先パスありのモデル $\mathcal{P}(F)$ は複数の均衡をもつ.

数値実験は，アトラクションが二つしかないミニ・テーマパークの設定となっている．このように単純なモデルであったとしても，上記数値実験の結果 1 にあるように，優先パス数 F を適切に設定することにより最善解（全体最適）を達成できる場合があるというのは興味深い結果と考える.

誰しも混雑しているアトラクションは避けたいと思う．つまり，どのアトラクションを訪れるかについて，人は群れを避けようとする．一方，多くの来園者があるアトラクションで優先パスを使っているときには, 自分が優先パスなしでそのアトラクションを訪問すると不利になるので, 自分も優先パスを使いたくなる．つまり, 優先パス使用に関しては, 人は群れたがる．Hassin and Haviv [23] は，前者を“avoid the crowd”(ATC) 現象，後者を“follow the crowd”(FTC) 現象と呼び，混雑ゲームの設定でこれらの現象が均衡に与える影響を分析している．ATC 現象がある場合には均衡が一つだけになる傾向があり，逆に FTC 現象がある場合は均衡が複数となる傾向がある．3.1 節において優先パスなしモデル $\mathcal{B}$ は唯一の均衡をもつと述べたが，これは基本モデル $\mathcal{B}$ では来園者の行動は ATC であることに対応している．優先パス付きモデルは $\mathcal{P}(F)$ においては，来園者の FTC 現象がある．それが，均衡の複数性（上記数値実験の結果 3）と対応している．均衡が複数ある場合は，顧客行動に安定性がなくなり，また混雑予想が難しくなると考えられる[10]．また，特に均衡が複数となる場合は，不都合な均衡が生じるかもしれないので，優先パス発行の仕組みを注意深く作る必要がある．実際，ディズニーランドのファストパスの発行数はアトラクションごとに調整されている．また，ファストパスは，優先パスでもあるが時間指定があるので予約でもある[11].

5. おわりに

論文 [1] のモデルの問題点としては以下が挙げられる.

1. 来園者が斉一的と仮定されている．つまり，すべての来園者は，時間に対して同一の機会費用をもつ．また，各アトラクションを訪れることによる便益はどの来園者でも同一である.

[10] FTC 現象は金融市場の不安定性，暴落の原因とも考えられている（たとえば，Devenow and Welch [24] を参照).
[11] 一部の顧客に予約を許すと，優先パス配布と同様の効果があると考えられる.

2. 来園者の問題において，時間制約と優先パス制約が，期待値の形で緩和された制約となっている．
3. 来園者はアトラクションのランダムな混雑状況をリアルタイムで観測してそれをもとに最適化行動をとるかもしれないが，そのような動的な側面が捨象されている．

問題点 1 はモデル上の制約ではあるが，待ち行列理論において通常は非斉一的な顧客に対して優先度付与は有効と考えられているので，斉一的な顧客に対して優先パスの有効性を示したことは意味があると考えられる．問題点 2 に関連して，緩和する前のモデルとその分析の難しさについての議論が [1] でなされている．問題点 3 は，重要な点ではあるが，交通工学分野の交通量配分問題やゲーム理論分野における混雑ゲームに共通するものである．また，テーマパークでは，特にピークシーズンにおいて待ち時間にランダム性はあまり見られない．

現実に人気アトラクションは稀少資源であるから，その効率的な配分の仕組みを来園者が楽しめるような形で作ることは，テーマパークの運営上必須と考える．テーマパークの来園者がそのように意識することはないかもしれないが，優先パスは有効な混雑制御手法と考えられる．オペレーションズ・リサーチ／経営科学の枠を外してテーマパークの混雑問題を考えると，待ち時間も含めてテーマパークで過ごす時間全体がエンターテインメントとなるような仕組みを作るのが重要となる．それには，心理学的アプローチも有用であろう [25]．実際，多くのテーマパークで待ち時間の機会費用を下げるための仕組みが随所に見受けられる．

顧客が戦略的に行動する場合は，一部顧客に優先度を何らかの形で付与すると，混雑が緩和される傾向がある．このザックリとしたアイデアは，単一待ち行列と待ち行列ネットワークの双方のかなり広いクラスのシステムで適用可能であり，テーマパーク以外にも応用できると考える．

謝辞 待ち行列シンポジウム「確率モデルとその応用」(2018) 参加者のコメントに感謝いたします．

参考文献

[1] Y. Masuda and A. Tsuji, "Congestion control for a system with parallel stations and homogeneous customers using priority passes," *Networks and Spatical Economics*, 2018, DOI: 10.1007/s11067-018-9396-z
[2] A. Mas-Colell, M. D. Whinston and J. R. Green, *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, 1995.
[3] W. Y. Oi, "A Disneyland dilemma: Two-part tariffs for a Mickey Mouse monopoly," *The Quarterly Journal of Economics*, **85**, pp. 77–96, 1971.
[4] J. Tirole, *The Theory of Industrial Organization*, MIT Press, 1988.
[5] M. Haviv, *Queues*, Springer, 2013.
[6] D. P. Heyman and M. J. Sobel, *Stochastic Models in Operations Research, Stochastic Processes and Operating Characteristics*, Vol. 1, McGraw-Hill, 1982.
[7] R. Hassin, "On the optimality of first come last served queues," *Econometrica*, **53**, pp. 201–202, 1985.
[8] R. Hassin and M. Haviv, *To Queue or Not to Queue: Equilibrium Behavior in Queueing Systems*, Springer Science and Business Media, 2003.
[9] R. Hassin, *Rational Queueing*, CRC Press, 2016
[10] J. G. Wardrop, "Some theoretical aspects of road traffic research," In *Proceedings of the Institute of Civil Engineers*, **2**, pp. 325–378, 1952.
[11] T. L. Friesz and D. Bernstein, *Foundations of Network Optimization and Games*, Springer, 2016
[12] M. Beckmann, C. B. McGuire and C. B. Winsten, *Studies in the Economics of Transportation*, Yale University Press, 1956.
[13] R. W. Rosenthal, "A class of games possessing pure-strategy Nash equilibria," *International Journal of Game Theory*, **2**, pp. 65–67, 1973.
[14] D. Monderer and L. S. Shapley, "Potential games," *Games and Economic Behavior*, **14**, pp. 124–143, 1996.
[15] T. Roughgarden and E. Tardos, "How bad is selfish routing?" *Journal of the ACM*, **49**, pp. 236–259, 2002.
[16] R. El Azouzi and E. Altman, "Constrained traffic equilibrium in routing," *IEEE Transactions on Automatic Control*, **48**, pp. 1656–1660, 2003.
[17] P. Naor, "The regulation of queue size by levying tolls," *Econometrica*, pp. 15–24, 1969.
[18] 清水仁，松林達史，納谷太，"混雑飽和状態の遊園地における待ち時間削減手法のシミュレーション評価，" 人工知能学会論文誌，**32**(5), AG16-F_1-8, 2017.
[19] M. Haviv and B. Oz, "Regulating an observable M/M/1 queue," *Operations Research Letters*, **44**, pp. 196–198, 2016.
[20] M. Haviv and B. Oz, "Self-regulation of an unobservable queue," *Management Science*, **64**, pp. 2360–2389, 2018.
[21] E. Horowitz and S. Sahni, *Fundamentals of Computer Algorithms*, Computer Science Press, 1978.
[22] J. R. Correa, A. Schulz and N. E. Stier-Moses, "Wardrop equilibria," *Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science*, Wiley Online Library, 2011.
[23] R. Hassin and M. Haviv, "Equilibrium threshold strategies: The case of queues with priorities," *Operations Research*, **45**, pp. 966–973, 1997.
[24] A. Devenow and I. Welch, "Rational herding in financial economics," *European Economic Review*, **40**, pp. 603–615, 1996.
[25] A. Swanson, "What really drives you crazy about waiting in line (it actually isn't the wait at all)," Washington Post, 27 November, 2015.

