

CO₂ 排出量の微分方程式モデルと その諸国家データへの当てはめ

古藤 浩

本研究では CO₂ 排出量の変化傾向から国家群を俯瞰的に検討する方法を提案する。CO₂ 排出量は経済活動の活発さなどに比例すると考えられる一方、国家規模にも強く依存する。そこで、国家規模に依存しない指標、一人当たり CO₂ 排出量と、GDP\$1 当たり CO₂ 排出量の二つを取り上げる。そして、微分方程式による CO₂ 排出量変化モデルから諸国家の位置づけを考察する。この手法によれば、排出量の変化傾向を国家間で比較し、その前後関係や相似の関係性を考察できる。また、CO₂ 排出量はエネルギー利用の効率性とも関係するので、無駄をなくす方向に変化してきているかなど、排出量変化の方向性も考察できる。

キーワード：一人当たり CO₂ 排出量、GDP\$1 当たり CO₂ 排出量、国家群、微分方程式、データ
貼り合わせ法

1. はじめに

インフラストラクチャーへの投資を考えるとときには、投資候補地の政情など状況を十分把握し、地域の安定性などの面からも投資の妥当性を判断する必要がある。本研究は、任意の国家の CO₂ 排出量の値・変化傾向から見た状況を、世界における相対的な位置づけを含め把握・検討する方法を提案する。CO₂ 排出量を取り上げる理由は、それが経済活動の活発さなどに比例すると考えられるからである。

CO₂ 排出量は国家規模に強く依存するので、国家規模に依存しない指標として、一人当たり CO₂ 排出量と、GDP\$1 当たり CO₂ 排出量の二つから考える。国家が発展段階にあれば、生活が豊かになるため一人当たり CO₂ 排出量は増加傾向にある可能性が高い。また、経済的發展や活動の効率が向上すれば GDP\$1 当たり CO₂ 排出量が減少すると考えられる。つまり、前者の増大と後者の減少が起きていれば、国家としてよい方向にあると考えられる。

本研究では、微分方程式を用いて、CO₂ 排出量の観点から諸国家の位置づけを考察する方法を提示する。諸国家の位置づけとは、CO₂ 排出量の変化傾向に関する国家間の時間的前後関係、類似関係などを指す。そして次の二つの知見を得ることを企図する。

一つ目の知見は、“ある国家は別な国家の状況を t 年

遅れで追っている関係にある”という解釈である。このような解釈は古藤 [1] などで一階線形微分方程式を利用して議論されている。本研究ではこの考え方を敷衍して、二階線形連立微分方程式を活用して分析を行う。これは複数国家のデータの統合的利用による推計活用の可能性を示唆する。

二つ目の知見は、ある国家の状況を政策によって、少し、ただし効果的にジャンプさせることで、変化の方向性を大きく転換させる可能性を知ることである。小さな投資で長い目ではずっと望ましい方向に誘導できれば重要な知見と成りえよう。

本稿では、2 節で利用するデータの概略を俯瞰する。3 節で微分方程式モデルを説明し、4 節でデータへの適用方法、適用結果を説明する。

2. データの概略

国際連合のデータ集 [2] から 1990 年以降の世界 149 カ国における 2 種類の指標値を得ることができる。2010 年の統計では世界全体での一人・年当たり CO₂ 排出量は 5.3 t、GDP\$1 当たりの排出量は 0.45 kg と見積もられる。また、標準偏差は、一人・年当たり CO₂ 排出量が 6.5 t、GDP\$1 当たり CO₂ 排出量が 0.29 kg であり、国家間の差異が大きい。

日本国の 2010 年の一人当たり CO₂ 排出量は 9.3 t、GDP\$1 当たりの排出量は 0.30 kg と見積もられている。世界平均と比べると、日本国は一人当たりで 2 倍近い量の CO₂ を排出しているが、\$1 に対応した CO₂ の量は世界平均の 3 分の 2 ほどである。

各国の 2010 年の一人当たり CO₂ 排出量は図 1 の

ことう ひろし
東北芸術工科大学
〒990-9530 山形県山形市上桜田 3-4-5
koto.hiroshi@aga.tuad.ac.jp

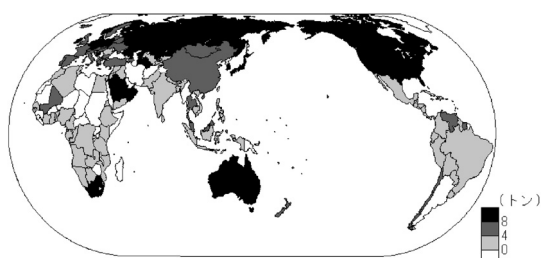


図1 CO₂ 一人当たり排出量 (白色はデータなし)

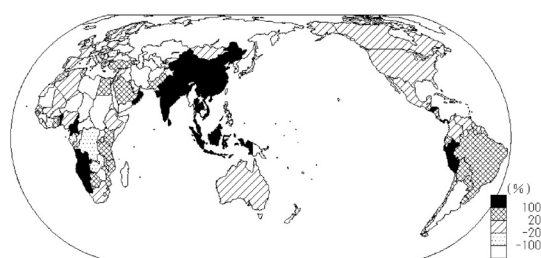


図3 1990～2010 年での CO₂ 一人当たり排出量の増加率 (白色はデータなし)

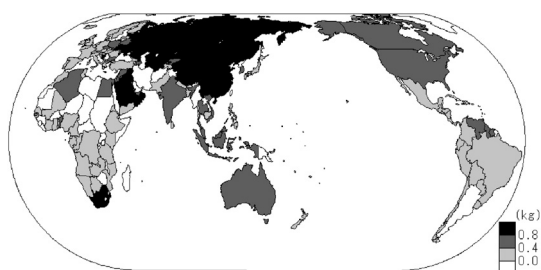


図2 CO₂ GDP\$1 当たり排出量 (白色はデータなし)



図4 1990～2010 年での CO₂ GDP\$1 当たり排出量の増加率 (白色はデータなし)

ようになる。アメリカ、オーストラリア、ロシアなど資源国、日本国や EU 諸国で排出量が多い。またアフリカ諸国や南米諸国では少ない。GDP\$1 当たり排出量を図 2 にみると、図 1 と似た傾向が見えるが、一人当たりでは排出量多めのブラジルやマリ（北アフリカ西部内陸）が、図 2 では少ないなど図 1 と異なる傾向も見える。

次に両指標値の 20 年間の増加率を図 3、図 4 に見る。ソ連崩壊などがあったため両方のデータがある国家は限られる。図 3 を見るとアジア諸国の排出量増大、ヨーロッパ諸国の排出量減少などを見て取ることができる。また図 4 では中国、オーストラリアなど資源国での \$1 当たり排出量減少や、ミャンマーなど発展途上国での増加を見て取ることができる。

図 3、図 4 は 2 時点のデータだけを見て各国家の CO₂ 排出量を俯瞰した。対して、以降では 10 年間の変化の流れそのものを微分方程式の活用によって整理する。

3. 微分方程式モデル

3.1 モデルの概要

本研究は線形連立微分方程式モデルによって考えていく。国家 i の一人当たり CO₂ 排出量を x 、GDP\$1 当たり CO₂ 排出量を y と書く。ここで、指標 x, y は時刻 t の関数とする。そして、各国家に固有な係数 $a_i, b_i, r_i, s_i, p_i, q_i$ によって式 (1) のようにモデルを与える。

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a_i(x - p_i) + b_i(y - q_i) \\ \frac{dy}{dt} &= r_i(x - p_i) + s_i(y - q_i)\end{aligned}\quad (1)$$

式 (1) では、一人当たり CO₂ 排出量・GDP\$1 当たり CO₂ 排出量の増分（減少もある）は、その時点での二つの指標値に比例すると考える。そして、係数 p_i, q_i で与えられる閾値で、増減の符号が逆転すると考える。

これは次のような考えによるモデルである。微分は瞬間的な変化を意味するが、データ分析では経年推移データを扱うので、「年次変化」と呼んで説明する。まず、CO₂ の排出量は、エネルギー消費量に比例するだろうと考える。次に消費量が大きければ、年次変化の変動幅も大きいだろうと考える。ただ年次変化は国家の状況に影響され、また、国家ごとの顕在的・潜在的な目標に応じてその変化傾向が決まると考えられる。たとえば、国家でのエネルギーを得るための支出があまりに大きければそれを減らす方向に変化していくだろう。それは料金によるかもしれないし、税率の調整など国家的な政策による影響かもしれない。

本研究では縦軸に x 、横軸に y をおいた相平面上 [3] での動きを分析する。閾値は座標 (p_i, q_i) で与えられ、微分方程式から与えられる運動学的な視点では不動点となる。なお、

$$\begin{aligned} c_i &= -(a_i p_i + b_i q_i) \\ u_i &= -(r_i p_i + s_i q_i) \end{aligned} \quad (2)$$

とにおいて、式 (1) を整理すれば、

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= a_i x + b_i y + c_i \\ \frac{dy}{dt} &= r_i x + s_i y + u_i \end{aligned} \quad (1')$$

となる。つまり、モデルとしての妥当性に疑問がもたれる場合は、“定数項付き同次連立線形微分方程式による基本的近似”と解釈していただいてもよい。

なお、式 (1') で考える場合、不動点は式 (3) で与えられる。

$$\begin{bmatrix} p_i \\ q_i \end{bmatrix} = \frac{1}{a_i s_i - b_i r_i} \begin{bmatrix} -s_i & b_i \\ r_i & -a_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_i \\ u_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

式 (1') を時刻 t で微分すれば、定数項がない二階の同次線形連立微分方程式 (4) となるので、

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} &= a_i \frac{dx}{dt} + b_i \frac{dy}{dt} \\ \frac{d^2 y}{dt^2} &= r_i \frac{dx}{dt} + s_i \frac{dy}{dt} \end{aligned} \quad (4)$$

固有値問題として解くことができる。式 (4) の特性方程式から求められる固有値 $\lambda_{1,i}$, $\lambda_{2,i}$ とそれらに対応する固有ベクトル $\mathbf{h}_{1,i}$, $\mathbf{h}_{2,i}$ から、式 (5) のような一階微分方程式に変形できる。

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} = k_{1,i} \exp(\lambda_{1,i} t) \mathbf{h}_{1,i} + k_{2,i} \exp(\lambda_{2,i} t) \mathbf{h}_{2,i} \quad (5)$$

($\mathbf{h}_{1,i}$, $\mathbf{h}_{2,i}$ は固有値 $\lambda_{1,i}$, $\lambda_{2,i}$ に属する固有ベクトル, $k_{1,i}$, $k_{2,i}$ は任意定数。)

なお、固有値 $\lambda_{1,i}$, $\lambda_{2,i}$ は

$$\lambda_{1,i}, \lambda_{2,i} = \frac{1}{2} \left(a_i + s_i \pm \sqrt{(a_i - s_i)^2 + 4b_i r_i} \right) \quad (6)$$

と求められる。そして、式 (5) の積分によって式 (1) の解、式 (7) を得る。さらに、固有ベクトルの y にかかる係数を 1 とすれば、式 (7') のように書ける。

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = k_{1,i} \exp(\lambda_{1,i} t) \mathbf{h}_{1,i} + k_{2,i} \exp(\lambda_{2,i} t) \mathbf{h}_{2,i} + \begin{bmatrix} c_i \\ u_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = k_{1,i} \exp(\lambda_{1,i} t) \begin{bmatrix} b_i / (\lambda_{1,i} - a_i) \\ 1 \end{bmatrix} + k_{2,i} \exp(\lambda_{2,i} t) \begin{bmatrix} b_i / (\lambda_{2,i} - a_i) \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_i \\ u_i \end{bmatrix} \quad (7')$$

ここで、 $b_i / (\lambda_{j,i} - a_i)$ ($j = 1, 2$) は $(\lambda_{j,i} - s_i) / r_i$ に差し替えて構わない。不動点を定める係数 c_i , u_i は一階微分の式を積分して現れる任意定数と位置づけられる。

係数 $\lambda_{1,i}$, $\lambda_{2,i}$ の符号等の条件によって決まる相平面における軌道の相違から式 (4)、式 (7) による変化傾向を分類することができる [3]。まず、式 (4) の同次連立微分方程式の解、一階微分の軸によって構成される相平面での不動点は原点となる。次に、時間経過によって不動点に向かう (安定) か逆方向 (不安定) かまたはそれらの中間の不動点が “とうげ” となるかの区別ができる。

固有値 λ_1 , λ_2 (ここでは国家名の添え字 i を略す) が二つとも負の場合は「安定」、二つとも正の場合は「不安定」となる。時間の経過に従い、「安定」では変化幅が小さく、「不安定」では変化幅が大きくなっていく。

二つの固有値の符号が異なる場合の不動点は “とうげ点” と呼ばれる。とうげ点がある相平面での動きは、動きが小さくなりながらある程度不動点に近づく局面と大きくなりながら不動点から離れていく局面がある (彗星の軌道を連想すればよい)。

固有値が実数の場合は弧を描く軌道となり、また固有値が複素数の場合は、渦を巻く軌道となる [3]。

渦を巻く軌道となる場合、オイラーの公式によって実数の項と虚数の項を分け、さらに任意定数に複素数を導入することによって、実数で表される軌道となる。その場合、式 (7) は、

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = e^{\frac{a_i + s_i}{2} t} \begin{bmatrix} k_{1,i} \cdot 2b_i \cos(-zt/2) + k_{2,i} \cdot 2b_i \sin(-zt/2) \\ k_{1,i}((s_i - a_i) \cos(-zt/2) + z \sin(-zt/2)) + k_{2,i}(-z \cos(-zt/2) + (s_i - a_i) \sin(-zt/2)) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} c_i \\ u_i \end{bmatrix}$$

$$\text{ただし, } z = \sqrt{-(a_i - s_i)^2 - 4b_i r_i} > 0 \quad (8)$$

となる。ここで固有値複素数の実数部が負の場合は安定（安定渦巻き）、正の場合は不安定（不安定渦巻き）となる。また、式 (8) で示す z は周期の長さに比例する係数となる。

なお、これらのほかに固有値が重解の場合など特殊な軌道が現れる場合があるが、実データを対象とする場合、そのようなパターンはまず現れないので説明を略す。

3.2 データのモデルへの当てはめの方法

本研究は複数の国家間で“微分方程式上の係数は共通で任意定数のみ異なるという関係がありうる”という前提で進める。つまり、時差と閾値のみ国家個別に決まる場合があると考え、国家の発展の段階によって時差があるかもしれないことは最初にかいたとおりである。また、複数国家が同じような CO₂ 排出メカニズムに従っていても、気候や生活様式などによって閾値となる CO₂ 排出量は異なるだろうという考え方をとる。

まず、ある“基準国家”を考え、その導関数 (式 (5)) を任意定数 K_1, K_2 によって、

$$\begin{bmatrix} dx/dt \\ dy/dt \end{bmatrix} = K_1 \exp(\lambda_1 t) \mathbf{h}_1 + K_2 \exp(\lambda_2 t) \mathbf{h}_2 \quad (9)$$

と書く。そして、基準国家と同じ係数の微分方程式に従う国家 i の導関数の式 (5) の任意定数を値 $\tau_{1,i}, \tau_{2,i}$ で整理した

$$\begin{bmatrix} dx/dt \\ dy/dt \end{bmatrix} = K_1 \exp(\lambda_1(t + \tau_{1,i})) \mathbf{h}_1 + K_2 \exp(\lambda_2(t + \tau_{2,i})) \mathbf{h}_2$$

$$\tau_{1,i} = \log(k_{1,i}/K_1)/\lambda_1, \quad \tau_{2,i} = \log(k_{2,i}/K_2)/\lambda_2 \quad (10)$$

と書く。そして、 $\tau_{1,i}, \tau_{2,i}$ は国家 i の基準国家からの二つの固有値に対応した時差と解釈する。なお、式 (10) で K_j と $k_{j,i}$ ($j = 1, 2$) の符号が異なる場合、時差は与えられない（虚時差と呼ぶ）。二つの時差が一致する場合は完全な前後関係にあるといえる。一致しない場合は、共通の相平面上の別な軌道上に位置すると解釈できる。

基準国家の微分方程式係数の推定は式 (1') で行う。それぞれの式についての残差二乗最小化によって六つの係数を求める。データへの当てはめは前進差分を微分の代用とした。すなわち、 i 国 t 年の指標 x の値を $x_{i,t}$ 、時点 t の微分の代用値を $(x_{i,t+1} - x_{i,t})$ （年単位）とおいた (y についても同様)。なお、後退差分 ($x_{i,t} - x_{i,t-1}$) を用いた場合、多くのデータセットで発散傾向となった。

任意係数の推計は式 (7)、式 (8) を用いた残差二乗最小化によって行う。式 (7)、式 (8) それぞれの二式には共通の未知数 $k_{1,i}, k_{2,i}$ があるため未知数を同時に求める必要がある。また、一人当たり CO₂ 排出量と GDP\$1 当たりの排出量の値（桁）の平均的な違いの影響をなくすため、残差を真の値で割った残差比率二乗和の最小化の式 (11) によって任意定数を求めた。式 (11) では $x_{i,t}, y_{i,t}$ の推定値をそれぞれ $\tilde{x}_{i,t}, \tilde{y}_{i,t}$ と記した。

$$\min S = \sum (1 - \tilde{x}_{i,t}/x_{i,t})^2 + \sum (1 - \tilde{y}_{i,t}/y_{i,t})^2 \quad (11)$$

そして、値 E :

$$E = \sqrt{S/n} \quad (\text{本研究では } n = 20) \quad (12)$$

は真の値に対する平均的な残差の比率を示すので「残差率」と呼び、当てはまり具合の評価に用いる。

4. 国家・10 年単位での微分方程式当てはめ

4.1 国家個別の当てはめ

本研究では国家の地理的な位置や政治・経済的状況によってエネルギー排出の変化傾向は異なるを考える。そこで、ここでは国家・10 年間単位で微分方程式を当てはめた結果を分析する。国連データベースにおいて 1990～2000 年、2000～2010 年に 10 年間単位でデータが存在する国家が対象である。ここで、各国の 10 年間 11 個のデータをそれぞれ“データセット”と呼ぶ。なお、境界となる 2000 年のデータは両方で使う。

国家名の一覧を表 1 に示す。表 1 で国名の右に「*」がある 25 カ国は部分的なデータの欠損のため 2000 年代のみデータがある。計 149 カ国の 273 データセットが分析対象となった。

データの当てはめは 2 段階の手順で行う。最初の段階は各データセットについて 20 の差分 (10 差分 × 2) から式 (1) の六つの係数を回帰計算によって求める段階、次の段階は式 (7) または式 (8) による、22 データ

表 1 分析対象国家のリスト

Albania	Dominica	Korea, Rep.	Seychelles
Algeria	Dominican Republic	Kuwait*	Singapore
Angola	Ecuador	Kyrgyzstan*	Slovakia
Antigua and Barbuda	Egypt	Latvia*	Solomon Islands
Armenia*	El Salvador	Lebanon	South Africa
Australia	Equatorial Guinea	Lithuania*	Spain
Austria	Eritrea*	Luxembourg	Sri Lanka
Azerbaijan*	Estonia*	Macedonia, FYR*	St. Kitts and Nevis
Bahamas	Ethiopia	Malaysia	St. Lucia
Bahrain	Fiji	Maldives*	St. Vincent and the Grenadines
Bangladesh	Finland	Malta	Suriname
Belarus*	France	Mauritius	Swaziland
Belgium	Gabon	Mexico	Sweden
Belize	Gambia	Moldova*	Switzerland
Benin	Georgia*	Mongolia	Syrian Arab Republic
Bhutan	Germany*	Morocco	Tajikistan*
Bolivia	Ghana	Mozambique	Tanzania
Bosnia and Herzegovina*	Greece	Namibia	Thailand
Botswana	Grenada	Nepal	Togo
Brazil	Guatemala	Netherlands	Tonga
Brunei Darussalam	Guinea-Bissau	New Zealand	Trinidad and Tobago
Bulgaria	Guyana	Nicaragua	Tunisia
Cambodia*	Haiti*	Nigeria	Turkey
Cameroon	Honduras	Norway	Turkmenistan*
Canada	Hong Kong SAR, China	Oman	Ukraine*
Cape Verde	Hungary	Pakistan	United Arab Emirates
Chile	Iceland	Panama	United Kingdom
China	India	Paraguay	United States
Colombia	Indonesia	Peru	Uruguay
Comoros	Iraq*	Philippines	Uzbekistan*
Congo	Ireland	Poland	Vanuatu
Congo, Dem. Rep.	Israel	Portugal	Venezuela
Costa Rica	Italy	Qatar*	Vietnam
Cote d'Ivoire	Japan	Romania	Yemen*
Croatia*	Jordan	Russian Federation*	Zambia
Cyprus	Kazakhstan*	Samoa	
Czech Republic*	Kenya	Saudi Arabia	
Denmark	Kiribati	Senegal	

(*) は 2000 年代のみ

から四つの任意定数を求める段階である。なお、最初の段階で係数が求まるがそれは使わず、第二段階ではかの任意定数と一緒に不動点の値を求め直した。第二段階は Excel ソルバー（一般化縮約勾配法，マルチスタート）を用いた。

個別のデータセットに当てはめた結果のうち、いくつかを抜粋して図 5 に示す。点線で結んだ黒丸がデータの動き、実線で結んだ白丸が微分方程式による近似結果である。図 5(a) は日本 2000 年代の例である。固

有値 $(\lambda_1, \lambda_2) = (-0.077, -0.639)$ なので安定である。そして、データは不動点 $(p_i, q_i) = (8.258, 0.241)$ に近い位置にあるので動きは小さい。安定であることは理論値の白い円間の幅が年とともに小さくなっていることからわかる。またデータの動きはおおむね微分方程式に合っているように見え、残差率も 2.3% と小さい。

図 5(b) は日本 1990 年代である。固有値 $(\lambda_1, \lambda_2) = (-0.317, -0.941)$ なので安定、不動点 $(9.475, 0.330)$

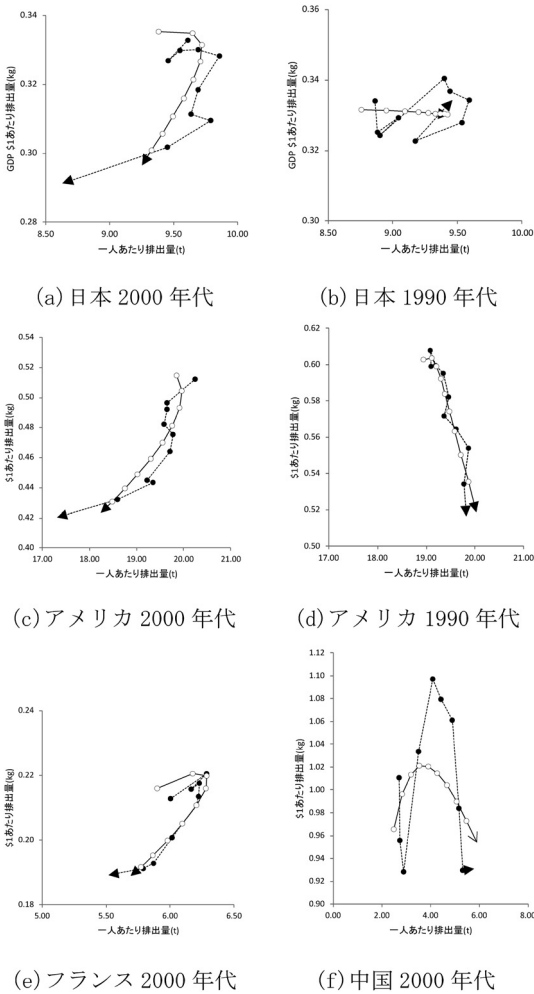


図 5 データ当てはめ結果 (国家個別)

はであるが、図からわかるとおりあまり微分方程式に合っていない。しかし残差率は 1.7%と小さい。解釈するならば 1990 年代の日本の値は不動点の近傍にあり変化が少ないため、ランダムな動きのみ目立っていたといえる。あわせると、日本の 1990 年代は不動点付近で安定していたが、2000 年代初頭に不動点の位置が変わり、そこへの安定軌道での再調整が 2000 年代の動きであるといえよう。

図 5(c) はアメリカ 2000 年代である。固有値は複素数で、渦の回転の周期に対応する式 (8) の z は 0.0625 である。残差率は 1.8%なので、あてはまりはよい。不動点は (16.2, 0.371) で日本に比べるとずっと大きな一人当たり排出量となった (安定)。図 5(d) はアメリカ 1990 年代で、固有値 $(\lambda_1, \lambda_2) = (0.139, -1.176)$ のとうげ軌道である。不動点は (18.746, 0.649) であり、データの動きが大きくなる局面といえた。

表 2 データセット個別推計結果 (不安定はなし)

	1990 年代	2000 年代	全体
安定	残差率 3%未満	9(7%)	22(15%)
	残差率 3-6%未満	18(15%)	35(23%)
	残差率 6%以上	30(24%)	22(15%)
渦安定	残差率 3%未満	2(2%)	12(8%)
	残差率 3-6%未満	10(8%)	13(9%)
	残差率 6%以上	11(9%)	11(7%)
とうげ	残差率 3%未満	18(15%)	6(4%)
	残差率 3-6%未満	14(11%)	14(9%)
	残差率 6%以上	12(10%)	14(9%)
計	124(100%)	149(100%)	273

図 5(e) はフランス 2000 年代である。固有値は複素数で、渦の回転の周期に対応する式 (8) の z は 0.527 である。 z の値はアメリカ 2000 年代よりずっと大きいので、それは回転が速いということに対応する。不動点 $(p_i, q_i) = (5.588, 0.187)$ 、残差率は 1.4%である。安定な渦巻軌道となった。図 5(f) は中国 2000 年代で、固有値 $(\lambda_1, \lambda_2) = (0.039, -0.306)$ のとうげ軌道である。不動点は $(-5.03, 1.579)$ で、動きはいったん小さくなってから大きくなる局面となった。

全体を整理すると、表 2 のように整理できた。1990 年代と 2000 年代を比べると、「安定」が増えていること、残差率も 3%未満のデータセットの比率が大きくなってきていることから、世界全体の傾向として、不動点に向かいつつあるだけでなく、動き方そのものも落ち着きつつあるといえる。

4.2 基準データセットをおいた当てはめ

ここでは式 (9)、式 (10) に対応し、基準データセットを決め、ほかのデータセットをその微分方程式に当てはめた場合の結果を検討する。ここでの計算は前節の第 2 段階を諸データセットに当てはめることとなる。つまり、四つの任意定数のみデータセット個別に求める。基準データセットを日本 2000 年代とした例を取り上げる。

表 3 にいくつかの国家の不動点や時差、当てはめの結果を示す。表 3 には残差率が小さい 10 データセット、残差率が大きい 2 データセットの結果を示した。時差が負の場合、日本 2000 年代の動きを後から追っている関係といえる。ただし、不動点の位置は個別に決まる。いわゆる先進国の不動点は大きい値となる傾向が見られる。次に、全データセットでの残差率の度数分布を図 6 に示す。図 6 からわかるとおり、多くのデータセットの残差率は 4%以上である。また残差率が大きいデータでは虚時差となることが多い。残差率

表3 基準国家が日本 2000 年代の場合の結果 (一部)

	p	q	τ_1	τ_2	残差率
Japan2000 年代	8.26	0.24	0.0	0.0	2.32%
Germany2000 年代	7.83	0.19	-5.2	0.1	1.83%
United States1990 年代	17.12	0.42	-8.7	-1.5	1.97%
France2000 年代	4.93	0.14	1.9	0.3	1.98%
India1990 年代	1.48	0.71	虚時差	虚時差	1.99%
Japan1990 年代	9.27	0.33	39.5	0.7	1.99%
United States2000 年代	16.67	0.32	-8.2	0.9	2.02%
Netherlands2000 年代	9.22	0.22	-0.9	-0.5	2.06%
New Zealand2000 年代	6.05	0.21	-6.2	0.6	2.06%
Mexico2000 年代	4.11	0.34	虚時差	3.2	2.08%
Equatorial Guinea1990 年代	1.05	0.12	虚時差	虚時差	51.87%
Namibia1990 年代	0.99	0.02	30.0	-0.5	61.32%

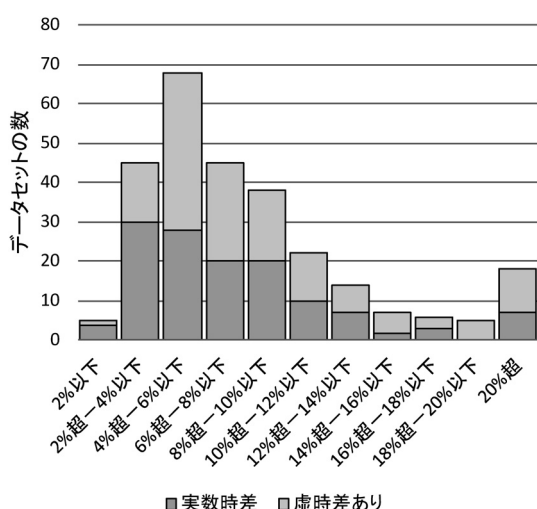


図6 日本 2000 年代のデータセットの微分方程式係数に 273 データセットを当てはめたときの残差率の分布

が大きい・虚時差があるデータセットの動きは、日本 2000 年代の微分方程式の「安定」の動きと離れている場合が多い。

いくつかのデータセットを不動点が原点になるように平行移動したうえで見たのが図 7 である。アメリカ 1990 年代、ドイツ 2000 年代、フランス・日本 2000 年代の順で進んでいるように整理された。また、インド・1990 年代はほかのデータセットの反対側から不動点に向かって進んでいるように見える。

5. おわりに

データセットを微分方程式に当てはめ、解釈する方法を議論した。当てはまり結果は十分ではないかもしれないが、残差も含め傾向分析・データ分類に活用可能と考える。1990 年代、2000 年代というデータセットの与え方でいいのか、時差が二つ得られるがその解

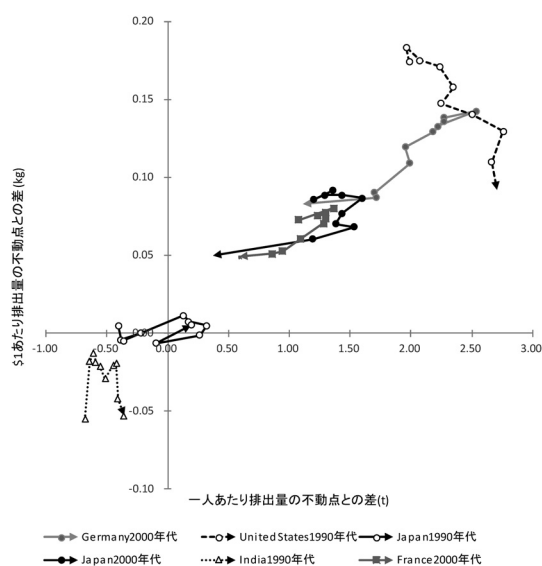


図7 基準国家を日本 2000 年代とした場合の、いくつかの国家の動きの貼り合わせ結果 (各データセットの不動点が原点となるように平行移動した)

釈方法など、いくつか問題が残るがそれらは今後の課題とする。

謝辞 本研究を進めるにあたって、貴重な助言・示唆をくださった慶応義塾大学名誉教授柳井浩先生に深く感謝の意を表します。

参考文献

- [1] 古藤浩, 腰塚武志, “首都圏における人口増加傾向の分析,” 都市計画論文集, **25**, pp. 355-360, 1990.
- [2] UN data, “Carbon dioxide emissions”, “Metric tons of CO₂ per capita,” etc. <http://data.un.org/> (2015 年 8 月 26 日閲覧)
- [3] 浅野功義, 和達三樹, 『常微分方程式』, 講談社, 1987.