

# DEA 徒然草

刀根 薫

私の DEA との付き合いもかれこれ 30 余年になる。そこで徒然なるままに、越し行行く末などを備忘録として、はたまた同好の士への参考として記してみる。DEA は 1978 年の Charnes-Cooper-Rhodes 論文 [1] によって世に出た。この論文は最初アメリカの学術誌に投稿したが、単なる LP の応用という理由で reject され、創刊間もない EJOR (*European Journal of Operational Research*) に採択される。Management Science としての革新性が評価された結果である。EJOR の歴代 Editor たちはこのことを大変誇りにしている。引用件数は現在まで 3 万件におよび EJOR の代表論文として位置づけられている。

キーワード：Charnes, Cooper, 経営効率性, 改善, フロンティア

## 1. 起

1984 年が私にとっての事始めであった。この年 IFORS '84 (8 月 6~10 日) が Washington D. C. で開催され、日本 OR 学会から森口繁一先生を団長とする視察団が組織されたが、私はその一員として参加した。IFORS の後、AT&T Bell Lab や IBM Watson Research Center を視察して、New York で解団した。その後、U. Rochester で住田潮氏のお世話になり、最後に U. Texas at Austin の Abraham Charnes 先生 (愛称 Abe) を訪問した (9 月 20~26 日)。先生からは DEA 研究の現状について教えられるとともに、共同研究を強く要請された。また日本での DEA 普及に助力してほしいと依頼された。ここで衝撃的なニュースが飛び込む。それは 9 月 21 日号の雑誌 *Science* の記事である。“A Fast Way to Solve Hard Problem” という見出しで、「線形計画の新解法はあまりに速いので、専門家もびっくり」「5000 変数の問題を IBM プログラムより 50 倍も速く解いた」と続いている。Karmarkar 法の出現である。このようなリーク記事がソースも明らかにしないまま、論文の所在も明示せずに学術誌以外の場所に突如として出現したために、Charnes 先生は極めて懐疑的で Bell Lab の Karmarkar の上司に電話でこの非学術的開示を厳しく抗議していた。しかしこれが内点法の始まりで世界中の数理計画研究者の血を沸き立たせる。私も半分ほど酔っていたが、1986 年の暮れに Charnes 先生から国際電報が届いた。

当時は E-mail がなかったので air mail が主な文

通の手段であったがせっかちな先生は電報を用いていた。その冒頭は “No Karmarkar, no, no, no” とあり、DEA のあるテーマについて共同研究をしたいので Texas に来てほしいという主旨で、その 10 日後には 10 cm ほどの厚さの資料が届いた。というわけで二度目の Texas 行きは 1987 年 1 月 25 日から 2 月 7 日までの 2 週間であった。テーマは無限個の DMU (decision making unit) に対する DEA の解法。通常 DEA では DMU の個数は有限個であるが、これが無限個になった場合どう解くかという問題である。研究結果は “A computational method for solving DEA problems with infinitely many DMUs” by Charnes and Tone (Research Report CCS 561, Center for Cybernetic Studies, The University of Texas at Austin, January 1987) として出されたが、今度 John Wiley & Sons から出版する本 [2] に再録した。この論文は私の最初の DEA 論文であったが、先生と文字どおり tête-à-tête で論文の細部まで検討できたことは貴重な体験であった。この論文には Reference として、K. O. Kortanek (1979) “Interpolation and error bounds for semi-infinite programs and solution of nonlinear systems of equations,” *Manuscript*. のみが記載されていた。Wiley の本を出すにあたり、出典を確認しようと思ったが、Charnes 先生亡き後 (1992 年没: 享年 75 歳) 探しあぐねていた。Kortanek 先生とは面識がなかったが、ネットを利用して「友人の友人」でたどり着き 3 日後には返信が届いた。その冒頭には “Dear Professor Tone; Both of us have greatly benefited from knowing Professor Charnes! Our scientific lives benefited greatly.” とあり、原典は S. A. Gustafson and K. O. Kortanek (1973) “Numerical treatment of a class of semi-infinite programming problems,” *Naval Re-*

とね かおる

政策研究大学院大学 名誉教授

〒 106-8677 東京都港区六本木 7-22-1

tone@grips.ac.jp

*search Logistics Quarterly*, 20(3), pp. 477–507. であると教えていただいた。これで30年来の疑問が解けた。Charnes先生のおかげでDEA研究の第一世代のプレイヤーたちの知遇を得たことは幸運であった。先生の揺籃には第二世代のプレイヤーが続々と誕生していて、さながら梁山泊もかくやと思わせる情景であった。

その後、先生とは1988年のISMP(東京)、1990年のIFORS(アテネ)でお会いした。時として、というか常にlikes and dislikesを明確に表したが、その強く熱い人格にはいつも感銘を受けた。

この数理界の巨星のいささか早い逝去は惜みても余りある。

## 2. 承

Charnes先生との約束もあり、本誌の1987年から1988年に連載講座「企業体の効率性分析手法」[3]を発表した。当時の山田善靖編集長のお世話によるものである。同時に留学生用に英文の小冊子も作成した。連載講座に加筆して日科技連出版から1993年に『経営効率性の測定と改善—包絡分析法DEAによる—』[4]を出版した。

さて、DEAのもう一人の創始者であるWilliam W. Cooper先生(愛称Bill)にはすでにTexasで紹介されていたが、先生が1993年に青山学院の招待で来日してから本格的な交流が始まった。そこで本を共著で書くことになったが、それまで出版されていたような、ProceedingsやMonographではなくて本格的なText Bookで章ごとに問題と解答をつけるということで合意した。初稿は私が書き、Cooper先生がそれに加筆修正することで合意した。当時は現在のようなWordの機能がなかったので、原稿のやり取りは、FedEx便で太平洋を数十回往復することになる。ここでCooper式英文の洗礼を受けた。私がほんの数行で書いた原稿が、接続詞と関係代名詞でつながった数ページになって戻ってくる。私のmonophonicな英文に対して、polyphonicな修正がなされる。そこには行列簿記のように行の小計の和と列の小計の和が一致するというような論理展開が一貫している(先生は米会計学会の重鎮であった)。またIntroductionとBackground and History Surveyが詳細に追加され、さすがは創始者の自負を感じさせた。私は今を去る60数年前大学の教養部の学生の頃、Reclam文庫で哲学者Emmanuel KantのProlegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik, die als Wissenschaft wird auftreten könnenを読んだとき、この高名な哲学者が多重構造の長い文章で自

分の思考を表現するのに驚嘆したことがあるが、それに相当するような体験をCooper先生の文章から受けた。最後にLawrence W. Seiford(U. Massachusetts, 現:U. Michigan)の書誌と私のSolverが追加されて、Kluwer Academic Publishersから1999年に出版された[5]。この本は世に好評で迎えられたが、Kluwerの名編集者Gary Folvenから「クラシックと呼ばれる本はSecond Editionから始まる」と“おだて”とも“おどし”とも取れる要請があり、さらに六つの章を追加して2006年にSpringerから出版した。KluwerはM&AでSpringerに吸収されていた。初版の318ページが、2版は490ページに膨れ上がった。この間のDEAの発展を反映したものである。

先生と最後にお会いしたのは2010年Austinで行われたINFORMSの年次大会であったが、ここではSpecial Session “In Honor of Bill Cooper”がもたれた。そこには第一、第二、第三世代のDEAプレイヤーが揃っていた。先生は2012年に97歳で天寿を全うされた。Austinから届いた訃報に接したときの深い悲しみは言葉に表せない。

ちなみに、先生は高校中退でゴルフのキャディーやプロボクサー(63戦58勝)で家計を助けた後、U. Chicagoに入学したという克己勉勵体育知育徳育兼備の人。Charnes, Cooper先生の詳しい経歴などはINFORMSのHPを参照されたい。

## 3. 転

私が関係したDEAの適用例の要点を紹介する。

### 3.1 首都機能移転計画 [6, 7]

首都機能移転は、東京一極集中の是正、国政改革の契機および災害対応力の強化を目的とした、世紀を超える国家の大事業である。国会の同意を経て内閣総理大臣が任命した19名からなる国会等移転審議会は平成11年(1999年)12月に移転先候補地10地域を選定した。私は国土庁(現:国土交通省)の依頼で首都機能移転企画課の高村義晴氏(当時)と協力してこの審議会のためにグループデシジョン合意形成法をAHP [8]とDEAをもとに開発し、適用した。まず、候補地を評価するためのAHPを作成した。最終的な評価項目として18個を選んだ。たとえば、「文化形成の方向」、「地震災害に対する安全性」、「火山災害に対する安全性」、「外国とのアクセス容易性」、「東京とのアクセス容易性」、「環境との共生」などである。AHPの対比較によって各評価項目の重要度(ウエイト)を委員ごとに決めた。次に、各評価項目に対する10の候補地の得点を5点満点

で評価した。この評価には14の検討会に70余名の専門家(たとえば「地震災害」,「情報ネットワーク」,「環境問題」などの専門家)が参画した。DEAではこの値が各候補地(DMU)の評価項目に対する得点(出力)となる。入力共通で1である。出力に対するウェイトを制限するために、AHPによって求めた各委員の重要度をもとにDEAの領域限定法を適用した。こうして各候補地の有利度を測定した。同時に、山田善靖先生らの考案したInverted DEA [9]を用いて各候補地の不利度も測定した。この結果、有利度が高く、不利度が低い栃木・福島、岐阜・愛知の2地域が選ばれた。三重・畿央地域については高速道路網が整備された場合に有力な候補地になりうるとした。1999年12月20日に内閣総理大臣に移転先候補地について答申し、同答申しは直ちに国会に報告された。その後の経済不況などのため実行に移されていないが、国土交通省のホームページには<http://www.mlit.go.jp/kokudokeikaku/iten/>として記載されて残されている。

東日本大震災(2011年)、熊本地震(2016年)、さらに首都直下地震の発生が想定される状況下でこの課題は再び国家的関心事となっている。

### 3.2 NTTの上限価格算定 [10]

郵政省(現:総務省)では1998年に規制緩和推進計画の一環として電話料金の個別認可制を廃止し、届出制とするとともに加入電話などの基本的なサービスについては上限価格(プライスカップ)方式とすることを決め、2000年10月からこの方式を採用することにした。郵政省は「上限価格方式の運用に関する研究会」(1999年、座長:岡野行秀東京大学名誉教授)を設けこの新方式に関する検討を行った。私はこの研究会に委員として参加し、主として、DEAによるNTT東・西のコスト効率性測定を行った。公共財の料金設定は大きな社会問題である。上限価格方式はそのための有力な手段として英米などで、電話、電力、水道などの料金設定に採用されている。

上限価格を決定するための重要な要因として「消費者物価指数(CPI)」と「生産性向上見込率(X値)」がある。一般に前期の料金指数から今期のそれを決めるための基本的式は次のとおりである。

$$\begin{aligned} & \text{[今期の料金指数]} \\ & = \text{[前期の料金指数]}(1 + CPI - X) \end{aligned} \quad (1)$$

CPIは公表された値を用いるとして、問題になるのはX値である。この式による料金指数の改定がt年間継続した場合t年後の収入は予測される収入(R)に対

して

$$R \times (1 + CPI - X)^t$$

となる。この値がt年後の「費用(C)」と「適正報酬額・利益対応税額(P)」の和に等しくなると考える。すなわち

$$R \times (1 + CPI - X)^t = C + P \quad (2)$$

この式からX値は次式により計算される。

$$X = 1 + CPI - \sqrt[t]{\frac{C + P}{R}} \quad (3)$$

収入(R)、費用(C)および適正報酬額・利益対応税額(P)としては、過去のデータやNTT東・西の「中期経営改善施策」から予測した値を用いる。その際、費用の予測値が妥当なものであるかどうかを、NTTのもっているコスト非効率性という面から検討した。そのためDEAのコスト効率性を適用した。

NTTはNTT東(北海道、東北、東京、関東、信越)の5事業部とNTT西(北陸、東海、関西、中国、四国、九州)の6事業部、合計11事業部からなる。これらの事業部の1994~1997年の4年間の活動を対象とした。したがって、DMU数は44である。費用効率性を計測するために、各DMUについて次のようなデータを集めた。

入力1:労働, 入力2:資本, 入力3:原材料

出力1:音声伝達, 出力2:専用

コスト1:労働, コスト2:資本, コスト3:原材料

これらのデータを用いて、各DMUの技術効率、純粋な技術効率、コスト効率、補正済コスト効率を計測した。

上限価格決定のためにはまず(3)式によりX値(生産性向上見込率)を決める。そのためCPIとしては1999年の変動率-0.3%を用いた。さらに、NTT東の音声伝送役務(電話+ISDN)の場合、収入(R)=14898億円(これは重回帰分析とトレンド予測の併用による値)、費用(C)=13308億円(これはNTT東が「中期経営改善施策」に示した値でDEAのコスト非効率を除去することによって可能な値である)、適正報酬額・利益対応税額(P)=843億円とした。またt=3(年間)とした。その結果X=1.9%となる。このXとCPIを(1)式に代入してNTT東の音声伝送役務の基準料金指数は97.8%となる。同様の計算を専用役務、加入者回線についても行い、電気通信審議会の議を経て2000年6月21日に郵政大臣からNTT東・西に通知された。

表 1 上限価格と値下げによる NTT 指数

	音声伝送役務		専用役務	
	上限価格	NTT 指数	上限価格	NTT 指数
東	97.8%	97.4%	97.6%	95.8%
西	97.8%	97.8%	97.6%	96.3%

NTT 東・西はこの通知を受けて、2000 年 8 月 31 日に料金変更の決定を行い、10 月 1 日から実施した。郵政大臣が通知した上限価格と NTT の料金指数は表 1 のとおりである。ほぼ上限価格に近い値に収まっている。

### 3.3 次世代スーパーコンピュータの設置場所

次世代スーパーコンピュータの開発プロジェクトは 2012 年までに 10 Petaflop/s のシステムを開発するという国家的な事業であった。1150 億円を投入したこのプロジェクトは国会の承認を得て理化学研究所（理研）が担当することになった。2006 年 7 月に理研はその設置場所を全国的に公募したが、15 の都市が応募した。理研は場所選定のための委員会（委員長：黒川清日本学術会議会長（当時））を組織した。14 名のこの委員会に私は選定方法担当として参加した。ほかの委員はスーパーコンピュータユーザー、ソフトウェア専門家、システム設計家からなる。

選定方法としては首都機能移転の場合と同様に AHP と DEA を併用した。評価項目としては地震、雷、気候、土地の拡張性、電力、ガス、水、通信ネットワーク、近隣災害など 24 個を用いた。各評価項目に対する 15 の候補地の評点を各分野の専門家によって決めた。次に各評価項目の重要度を 6 名の選定委員がそれぞれ AHP を用いて評価した。その評価値を用いて DEA の領域限定法により各候補地の有利度 (Positives) と不利度 (Negatives) を測定した。その結果、最終候補として 5 都市（仙台、和光、横浜、大阪、神戸）が選定された。その 5 都市について現地視察を重ねて、24 個の評価項目に関するより正確な評点を得た。これをもとに 5 都市を再び領域限定法によって評価した。その結果、有利度、不利度の両面から図 1 の結果を得た。2007 年 3 月 29 日に理研は“The Winner is Kobe”として神戸に決定した。スーパーコンピュータ「京」はその後も改良を重ねて利用されている。詳細な内容は Wiley の本 [2] の Chapter 31 を参照されたい。

## 4. 結

Charnes-Cooper が 1978 年に Texas で蒔いた種は世界各地に移植され増殖されてきた。2017 年の第 15 回 International Conference on DEA@Prague で

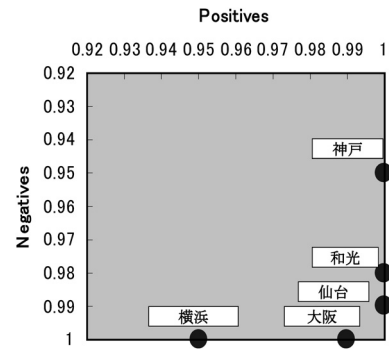


図 1 有利度と不利度

は Charnes 先生生誕 100 周年記念の催しがある。私は YouTube <https://youtu.be/Mvn-yTvc2DM> (Souvenir of Abe Charnes) でビデオ参加する。

私の DEA 関連の論文を参考文献 [11–66] に記した。これらの論文の多くは ResearchGate, Google Scholar Citations などに記載されている。共著者（以下敬称略）は第一、第二、第三、第四世代の DEA 研究者からなり、中にはいわゆるメル友で未見の著者もいる。国籍は日、米、英、豪州、台湾、中国、インド、カナダ、フランス、イラン、エチオピアである。

### [11–21] は主として Radial model

[11] は AHP と DEA を比較しその相補性について論じたもので、首都移転計画やスーパーコンピュータ設置場所の選定の方法の基礎をなす。[12] は東京都における公営バスと民営バスの効率性を比較したものである。[13] は Radial スコアに slacks の値を加味した効率値の提案で、SBM (slacks-based measure) [35] の魁である。[14] は Cone-Ratio DEA で使われる多面体の端点を列挙する方法を開発した。[15–18] は Cooper, Seiford, Shanling Li (McGill U., Canada), Robert M. Thrall (Rice U., USA), Joe Zhu (Worcester Polytechnic Institute, USA) との共著を含む。[19] は Junming Liu (Mitsubishi UFJ Securities) の GRIPS での博士学位論文によるもので DEA と SFA (stochastic frontier analysis) を併用して日本の銀行の効率を測定したものである。[20] は Wade Cook (York U., Canada), Zhu と共著で DEA のモデル選定について論じたものである。[21] は Mahmood Mehdiloozad (Shiraz U., Iran) らと strictly complementary solution of LP problem を求めるための新しい方法を提案したものである。DEA の場合、生産モデルの slack と双対問題の変数の間に strict complementarity を満たす解がある。



### [22–29] は Returns-to-Scale related DEA

[24–29] は Biresah Sahoo (Xavier U., India), Kristiaan Kerstens (French National Center for Scientific Research, France) との共著で RTS (returns-to-scale) について論じたものである。特に [25] は scale economy と congestion について計量的に分析した論文である。

### [30–33] は Cost & Capacity related DEA

従来のコスト効率分析では多く場合、各 DMU について共通の入力要素単価を仮定していたが、その不合理性を指摘し DMU ごとに異なる単価を用いるコスト効率性を [30] で発表した。その方法を筒井美樹 (電力中央研究所) と協力して日米の電力業のコスト効率の比較を行い [31] に発表した。

Capacity utilization モデルをインドの銀行に適用したのが [32]、Directional distance モデルをコスト、収入、利益効率に適用したのが [33] である。

### [34] は DEA Game

この論文は中林健 (GRIPS, 現防衛省) との共著で、多基準をもつ個人や団体間の合意形成について論じた。プレイヤーは自分の長所に重点を置くという意味で自己中心的であるとする。このような状況に DEA を適用すると Egoist's dilemma という現象が起きることを示した。この現象を協力ゲーム理論の枠内で検討し、解法を提案した。この方式で公平な費用分担や費用対効用配分問題も処理できる。

### [35–61] は SBM (slacks-based measure)

私がかねてから Radial model で仮定されている入力間 (出力間) の比例的变化に疑問をもっていた。また、入力指向か出力指向のどちらかで、両指向がないことも問題であると思っていた。そこで slacks に基づく Non-radial の新しい効率性指標を提案した [35]。この指標 SBM は slacks に関して非増加で、単位不変 (units-invariant) である。入力指向、出力指向、両指向 (non-oriented) のモデルが適用できる。

さらに、効率的 DMU の効率値の上限 (1) を外して測定する Super-SBM [36] を発表した。また Radial model と Non-radial model を連結するモデル [38] を Necmi Avkiran (U. Queensland, Australia), 筒井と共著で発表し、Sahoo と共著で Radial and Non-radial Decomposition of Profit Change の理論を作成しインドの銀行に適用した [39]。企業体は一般に複数の部門からなり、それらはネットワーク構造をなしている。従来の DEA は black box 型のものが多く、内部構造まで分析することは困難であった。ネットワーク構造に着目

し、各部門の効率と同時に全体の効率を測定する SBM モデルを Network-SBM として筒井と共著で [40] に発表した。その拡張として時系列的な効率の変化を測定する Dynamic-SBM [43]、ネットワーク構造の時系列的な効率を測定する Dynamic and Network-SBM [49] を展開し、そのモデルを河口洋行 (成城大)、筒井と協力して日本の病院に適用した [45]。このモデルを Andrew Johnson (Texas A&M U., USA), Brandon Pope (Purdue U., USA) と協力して米国の病院に適用した [46]。Ming Lei, Xinna Zhao (Peking U., China) とともに中国の 40 の工業分野のエネルギー効率と環境効率を dynamic network Malmquist productivity index (DNMPI) を用いて分析した [47]。Ming-Minn Yu, Li-Hsueh Chen (National Taiwan Ocean U., Taiwan), Kuan-Chen Chen (Taipei Medical U., Taiwan) と協力して台湾の 22 の銀行の overall, deposit, lending, period, deposit-period, lending-period の効率性を dynamic network SBM をもとに分析した [48]。

SBM を Malmquist index に適用したのが [37]、PCA (Principal Component Analysis) と併用したのが [41]、Undesirable outputs に適用したのが [44] である。SBM の variation を提案したのが [42] である。

また福山博文 (福岡大)、橋本敦夫 (福岡大院)、William L. Weber (Southeast Missouri State U., USA) と協力して日本の都道府県の活動成果を人的資源と物理的資源の面から Dynamic-Network 構造として分析した [49]。

Ownership が異なる DMU から成るネットワーク DEA の解析を Tsung-Sheng Chang (National Chiao Tung U., Taiwan), Quanling Wei (Renmin U. of China, China) と共同で行った [51]。

さまざまな予測法が現在用いられているが、それらの評価はほとんど単一基準によるものである。そこで予測法を多基準で評価する方法を Jamal Ouenniche (U. Edinburgh, UK), Bing Xu (Herriot-Watt U., UK) と協力して開発し [54, 55] に発表した。

多くの DEA モデルでは凸型のフロンティアを仮定しているが、現実には非凸型のフロンティアが存在する。このような場合に対応できるモデルを筒井と共同で開発し、日本の大学の場合に適用した [56]。このモデルを Kidanemariam Hailu (FDRE Policy Study and Research Center, Ethiopia) とともにエチオピアの産業の評価に適用した [59]。

DEA の効率値の信頼区間については Simar-Wilson の Bootstrapping があるが、私がかねてから疑問に思っ

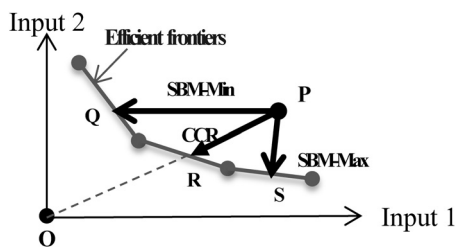


図2 SBM-Min, CCR, SBM-Max

ていたことがある。それは個々の入力、出力項目の変動が考慮されていないことである。時系列データから個々の項目の変動と項目間の相関をもとに効率値の信頼区間を推定する方法を Ouenniche とともに開発し [57] に発表した。

Dynamic-SBM を将来予測に展開するためにエントロピー最大原理を採用する方式を Chang, Chen-Hui Wu (National Chung Cheng U., Taiwan) と協力して開発し [58] に発表した。

銀行の倒産予測を SBM を適用して行う方法を Joseph C. Paradi, Xiaopeng Yang (U. Toronto, Canada) と協力して開発した [60]。

Out-of-Sample 法を用いてデータを取捨選択しながら予測を行うための DEA を Ouenniche とともに開発し、銀行の破綻予測問題に適用して [61] に発表した。

#### [62-66] は SBM-Max

SBM (以下 SBM-Min と呼ぶ) モデルの欠点は、非効率な DMU の参照点が遠く離れたフロンティア点になることである (図 2 参照)。

非効率点 P は SBM-Min では遠く離れた点 Q に参照される。CCR の場合は原点 O と結ぶ線上の点 R と比較される。それに対して最も近い点は S である。この点を近似的に求める方法 [62] を INFORMS 2015 @ Philadelphia で発表した。その会場にいた Geraint Johnes (U. Lancaster, UK) がその日の Twitter に “Kaoru Tone’s new work on SBM-Max, coruscating, resolving a worry I’ve had for decades about DEA. And it makes a HUGE difference.” (Twitter: Geraint Johnes, 3, Nov., 2015) と書き、共著を求められた。その結果が [63] である。

SBM variation を用いて日本の公共病院の効率性について Xing Zhang (FiNC, Tokyo), Yingzhe Lu (Hitotsubashi U.) と実証研究した結果が [64] である。

SBM-Max と Super-SBM の類似性について論じたのが [65] である。

電力業の energy trading, energy market, market

price, internal transaction, vertical integration について筒井と研究した結果が [66] である。

私は DEA の目的は単に効率性を測定するだけではなく、改善法を提案することであると思っている。そういった観点からは、ある意味で最小の入力削減と最小の出力増加で効率化を実現する SBM-Max は最も適したモデルであり、これからは生産可能集合の同定を含めてさまざまな variation が考えられる。品質管理、改善の道具として広く適用される可能性があると思う。今後の展開に期待したい。Non-parametric な数理計画法であるからこそこのような展開ができるのであり、parametric な統計的手法には期待できないであろう。

多入力 (X), 多出力 (Y) を対象とする DEA の fundamental issues は次のようになると思われる。

- (1) データセット (X,Y) の identification,
- (2) 生産可能集合の形状 (凸か, 非凸か, FDH (free disposal hull) タイプか, それ以外か),
- (3) 効率的 DMU の判定,
- (4) 非効率の DMU の改善.

最近、メル友の Professor Darold Barnum (U. Illinois, Chicago) から次のような mail と論文が送られてきた。 “Because of your ground-breaking innovations with your SBM models, your well-known acumen with radial DEA models, I hope you will find the attached paper of value. Unless a fatal flaw can be discovered in our reasoning, it appears that most articles applying multi-input multi-output radial DEA models to sample data have reported invalid and unreliable scores and weights. That’s because it appears that most publications have employed inputs or outputs that are not exchangeable for technological or logical reasons. ...” 添付論文は Barnum et al. (2016) “Impact of input substitution and output transformation on data envelopment analysis decisions,” *Applied Economics*, <https://doi.org/10.1080/00036846.2016.1221042> である。この論文は DEA の根底にある暗部を鋭く指摘したものであり、今後の DEA 研究と普及に避けては通れない課題を明示している。この課題を克服した後に初めて DEA は経営科学の一翼を担うに足る手法になるであろう。

私は DEA 研究には三つの方向があると思う。一つはノンパラメトリックな評価法としての確立、二つ目は改善法の実証研究、三つ目は big data への対応である。

## 補遺

さてさて、ボードレールの詩 *Enivrez-vous* (酔っていたまえ) に誘われて 30 余年過ぎてきたが、まだまだ醒めてはいけないうのだろうか。天国の Cooper 先生からはまだ早いと言われるだろうか。

それにしてもよくわからないのは Charnes 先生と最初に書いた論文の使途である。天才 Charnes の眼力は big data 時代の到来を見据えていたのであろうか。

## 参考文献

- [1] A. Charnes, W. W. Cooper and E. Rhodes, "Measuring the efficiency of decision making units," *European Journal of Operational Research*, **2**(6), pp. 429–444, 1978. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(78\)90138-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8)
- [2] K. Tone (ed.), *Advances in DEA Theory and Applications with Extensions to Forecasting Models*, John Wiley & Sons, 2017.
- [3] 刀根薫 "企業体の効率性分析手法," *オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学*, **32**, pp. 800–803, 1987; **33**, pp. 45–48, pp. 95–99, pp. 150–151, pp. 191–198, 1988.
- [4] 刀根薫, 『経営効率性の測定と改善—包絡分析法 DEA による—』, 日科技連出版社, 1993.
- [5] W. W. Cooper, L. M. Seiford and K. Tone, *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*, Kluwer Academic Publishers, 1999 (2nd edition, Springer, 2006).
- [6] 刀根薫, 高村義晴. "首都機能移転計画のための総合評価手法の開発とその適用," *オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学*, **46**(6), pp. 279–283, 2001.
- [7] Y. Takamura and K. Tone, "A comparative site evaluation study for relocating Japanese government agencies out of Tokyo," *Socio-Economic Planning Sciences*, **37**, pp. 85–102, 2003. [https://doi.org/10.1016/S0038-0121\(02\)00049-6](https://doi.org/10.1016/S0038-0121(02)00049-6)
- [8] 刀根薫, 『ゲーム感覚意思決定法—AHP 入門—』, 日科技連出版社, 1986.
- [9] Y. Yamada, T. Matsui and M. Sugiyama, "An inefficiency measurement method for management systems," *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **37**(2), pp. 158–167, 1994.
- [10] 刀根薫, "NTT 上限価格設定に用いられた DEA," *オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学*, **46**(6), pp. 275–278, 2001.
- [11] K. Tone, "A comparative study on AHP and DEA," *Policy and Information*, **13**, pp. 57–63, 1989.
- [12] K. Tone and T. Sawada, "An efficiency analysis of public vs. private bus transportation enterprises," *Operations Research '90*, H. E. Bradley (ed.), Pergamon Press, pp. 357–366, 1991.
- [13] K. Tone, "An  $\epsilon$  free DEA and a new measure of efficiency," *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **36**, pp. 167–174, 1993.
- [14] K. Tone, "Several algorithms to determine multipliers in use in cone-ratio envelopment approaches to efficiency evaluations in DEA," *Computational Approaches to Economic Problems*, H. Amman, B. Rustem and A. Whinston (eds.), Kluwer Academic Publishers, pp. 91–109, 1997. [https://doi.org/10.1007/978-1-4757-2644-2\\_7](https://doi.org/10.1007/978-1-4757-2644-2_7)
- [15] W. W. Cooper and K. Tone, "Measures of inefficiency in data envelopment analysis and stochastic frontier estimation," *European Journal of Operational Research*, **99**, pp. 72–88, 1997. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(96\)00384-0](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(96)00384-0)
- [16] K. Tone, W. W. Cooper, S. Li, L. M. Seiford, R. M. Thrall and J. Zhu, "Sensitivity and stability analysis in DEA: Some recent developments," *Journal of Productivity Analysis*, **15**, pp. 217–246, 2001. <https://doi.org/10.1023/A:1011128409257>
- [17] W. W. Cooper, L. M. Seiford and K. Tone, *Introduction to Data Envelopment Analysis and Its Uses: With DEA-Solver Software and References*, Springer-Verlag, 2005.
- [18] W. W. Cooper, L. M. Seiford, K. Tone and J. Zhu, "Some models and measures for evaluating performances with DEA: Past accomplishments and future prospects," *Journal of Productivity Analysis*, **28**, pp. 151–163, 2007. <https://doi.org/10.1007/s11123-007-0056-4>
- [19] J. Liu and K. Tone, "A multi-stage method to measure efficiency and its application to Japanese banking industry," *Socio-Economic Planning Sciences*, **42**, pp. 75–91, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2006.06.008>
- [20] W. D. Cook, K. Tone and J. Zhu, "Data envelopment analysis: Prior to choosing a model," *Omega*, **44**, pp. 1–4, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2013.09.004>
- [21] M. Mehdiloozad, K. Tone, R. Askarpour and M. Ahmadi, "Finding a maximal element of a convex set through its characteristic cone: An application to finding a strictly complementary solution," *Computational and Applied Mathematics*, 2016 (in printing). <https://doi.org/10.1007/s40314-016-0324-x>
- [22] K. Tone, "A simple characterization of returns to scale in data envelopment analysis," *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **39**, pp. 604–613, 1996.
- [23] K. Tone, "On returns to scale under weight restrictions in DEA," *Journal of Productivity Analysis*, **16**, pp. 31–47, 2001. <https://doi.org/10.1023/A:1011147118637>
- [24] K. Tone and B. K. Sahoo, "Scale, indivisibilities and production function in data envelopment analysis," *International Journal of Production Economics*, **84**, pp. 165–192, 2003. [https://doi.org/10.1016/S0925-5273\(02\)00412-7](https://doi.org/10.1016/S0925-5273(02)00412-7)
- [25] K. Tone and B. K. Sahoo, "Degree of scale economies and congestion: A unified DEA approach," *European Journal of Operational Research*, **158**, pp. 755–772, 2004. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(03\)00370-9](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(03)00370-9)
- [26] K. Tone and B. K. Sahoo, "Evaluating cost efficiency and returns to scale in the life insurance corporation of India using data envelopment analysis," *Socio-Economic Planning Sciences*, **39**, pp. 261–285, 2005. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2004.06.001>
- [27] K. Tone and B. K. Sahoo, "Re-examining scale elasticity in DEA," *Annals of Operations Research*, **145**, pp. 69–87, 2006.

- <https://doi.org/10.1007/s10479-006-0027-6>
- [28] B. K. Sahoo, K. Kerstens and K. Tone, "Returns to growth in a nonparametric DEA approach," *International Transactions in Operational Research*, **19**, pp. 463–486, 2012.  
<https://doi.org/10.1111/j.1475-3995.2012.00841.x>
- [29] B. K. Sahoo and K. Tone, "Non-parametric measurement of economies of scale and scope in noncompetitive environment with price uncertainty," *Omega*, **41**, pp. 97–111, 2013.  
<https://doi.org/10.1016/j.omega.2011.11.008>
- [30] K. Tone, "A strange case of the cost and allocative efficiencies in DEA," *Journal of the Operational Research Society*, **53**, pp. 1225–1231, 2002.  
<https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601438>
- [31] K. Tone and M. Tsutsui, "Decomposition of cost efficiency and its application to Japanese-US electric utility companies," *Socio-Economic Planning Sciences*, **41**, pp. 91–106, 2007.  
<https://doi.org/10.1016/j.seps.2005.10.007>
- [32] B. K. Sahoo and K. Tone, "Decomposing capacity utilization in data envelopment analysis: An application to banks in India," *European Journal of Operational Research*, **195**, pp. 575–594, 2009.  
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.02.017>
- [33] M. Mehdiloozad, B. K. Sahoo and K. Tone, "Cost, revenue and profit efficiency measurement in DEA: A directional distance function approach," *European Journal of Operational Research*, **237**, pp. 921–931, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.02.017>
- [34] K. Nakabayashi and K. Tone, "Egoist's dilemma: A DEA game," *Omega*, **34**, pp. 135–148, 2006.  
<https://doi.org/10.1016/j.omega.2004.08.003>
- [35] K. Tone, "A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis," *European Journal of Operational Research*, **130**, pp. 498–509, 2001.  
[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(99\)00407-5](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(99)00407-5)
- [36] K. Tone, "A slacks-based measure of super-efficiency in data envelopment analysis," *European Journal of Operational Research*, **143**, pp. 32–41, 2002. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(01\)00324-1](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(01)00324-1)
- [37] K. Tone, "Malmquist productivity index," *Handbook on Data Envelopment Analysis*, W. W. Cooper, L. M. Seiford and J. Zhu (eds.), Kluwer Academic Publishers, 2004.  
[https://doi.org/10.1007/1-4020-7798-x\\_8](https://doi.org/10.1007/1-4020-7798-x_8)
- [38] K. Tone, N. K. Avkiran and M. Tsutsui, "Bridging radial and non-radial measures of efficiency in DEA," *Annals of Operations Research*, **164**, pp. 127–138, 2008. <https://doi.org/10.1007/s10479-008-0356-8>
- [39] B. K. Sahoo and K. Tone, "Radial and non-radial decompositions of profit change: With an application to Indian banking," *European Journal of Operational Research*, **196**, pp. 1130–1146, 2009.  
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.04.036>
- [40] K. Tone and M. Tsutsui, "Network DEA: A slacks-based measure approach," *European Journal of Operational Research*, **197**, pp. 243–252, 2009.  
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.05.027>
- [41] K. Tone and M. Tsutsui, "An epsilon-based measure of efficiency in DEA: A third pole of technical efficiency," *European Journal of Operational Research*, **207**, pp. 1554–1563, 2010.  
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.07.014>
- [42] K. Tone, "Variations on the theme of slacks-based measure of efficiency in DEA," *European Journal of Operational Research*, **200**, pp. 901–907, 2010.  
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.01.027>
- [43] K. Tone and M. Tsutsui, "Dynamic DEA: A slacks-based measure approach," *Omega*, **38**, pp. 145–156, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2009.07.003>
- [44] K. Tone and M. Tsutsui, "An efficiency measure of desirable and undesirable outputs in DEA and its application to US electric utilities," *Journal of Centrum Cathedra*, **4**, pp. 236–249, 2011.  
<https://doi.org/10.7835/jcc-berj-2011-0061>
- [45] H. Kawaguchi, K. Tone and M. Tsutsui, "Estimation of the efficiency of Japanese hospitals using a dynamic and network data envelopment analysis model," *Health Care Management Science*, **17**, pp. 101–112, 2013. <https://doi.org/10.1007/s10729-013-9248-9>
- [46] A. L. Johnson, B. Pope and K. Tone, "US Hospital performance: A dynamic network analysis," In *Proceedings of Workshop on DNDEA 2013 at GRIPS*, pp. 47–56, 2013.
- [47] M. Lei, X. Zhao and K. Tone, "Dynamic network Malmquist model based on green input-output table," In *Proceedings of Workshop on DNDEA 2013 at GRIPS*, pp. 11–20, 2013.
- [48] M. M. Yu, L. H. Chen, K. C. Chen and K. Tone, "Operational efficiency in Taiwan banks with consideration of nonperforming loans: A dynamic network DEA," In *Proceedings of Workshop on DNDEA 2013 at GRIPS*, pp. 73–84, 2013.
- [49] H. Fukuyama, A. Hashimoto, K. Tone and W. L. Weber, "Does human capital or physical capital constrain output in Japanese prefecture?" *Empirical Economics*, 2017 (in printing).  
<https://doi.org/10.1007/s00181-016-1202-5>
- [50] T. S. Chang, K. Tone and C. H. Wu, "Past-present-future intertemporal DEA models," *Journal of the Operational Research Society*, **66**, pp. 16–32, 2013.  
<https://doi.org/10.1057/jors.2013.139>
- [51] T. S. Chang, K. Tone and Q. Wei, "Ownership-specified network DEA models," *Annals of Operations Research*, **214**, pp. 73–98, 2014.  
<https://doi.org/10.1007/s10479-011-0949-5>
- [52] K. Tone and M. Tsutsui, "Dynamic DEA with network structure: A slacks-based measure approach," *Omega*, **42**, pp. 124–1131, 2014.  
<https://doi.org/10.1016/j.omega.2013.04.002>
- [53] B. K. Sahoo, J. Zhu, K. Tone and B. M. Klemen, "Decomposing technical efficiency and scale elasticity in two-stage network DEA," *European Journal of Operational Research*, **233**, pp. 584–594, 2014.  
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.09.046>
- [54] J. Ouenniche, B. Xu and K. Tone, "Forecasting models evaluation using a slacks-based context-dependent DEA framework," *Journal of Applied Business Research (JABR)*, **30**, pp. 1477–1484, 2014.  
<https://doi.org/10.19030/jabr.v30i5.8800>
- [55] J. Ouenniche, B. Xu and K. Tone, "Relative performance evaluation of competing crude oil prices' volatility forecasting models: A slacks-based super-efficiency DEA model," *American Journal of Operations Research*, **4**, pp. 235–245, 2014. DOI:



10.4236/ajor.2014.44023

- [56] K. Tone and M. Tsutsui, "How to deal with non-convex frontiers in data envelopment analysis," *Journal of Optimization Theory and Applications*, **166**, pp. 1002–1028, 2015.  
<https://doi.org/10.1007/s10957-014-0626-3>
- [57] K. Tone and J. Ouenniche, "DEA Scores' confidence intervals with past-present and past-present-future based resampling," *American Journal of Operations Research*, **6**, pp. 121–135, 2016.  
<https://doi.org/10.4236/ajor.2016.62015>
- [58] T. S. Chang, K. Tone and C. H. Wu, "DEA models involving future performance," *European Journal of Operational Research*, **254**, pp. 532–549, 2016.  
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.04.005>
- [59] K. Hailu and K. Tone, "Setting handicaps to industrial sectors in DEA illustrated by Ethiopian industry," *Annals of Operations Research*, **248**, pp. 189–207, 2017.  
<https://doi.org/10.1007/s10479-016-2225-1>
- [60] J. C. Paradi, X. Yang and K. Tone, "Corporate failure analysis using SBM," *Advances in DEA Theory and Applications with Extensions to Forecasting Models*, Chapter 23, John-Wiley & Sons, 2017.
- [61] J. Ouenniche and K. Tone, "An out-of-sample evaluation framework for DEA with application in bankruptcy prediction," *Annals of Operations Research*, 2017 (in printing).
- <https://doi.org/10.1007/s10479-017-2431-5>
- [62] K. Tone, "Data envelopment analysis as a Kaizen Tool: SBM variations revisited," *Bulletin of Mathematical Sciences and Applications*, **16**, pp. 49–61, 2016.  
<https://doi.org/10.18052/www.scipress.com/BMSA.16.49>
- [63] G. Johnes and K. Tone, "The efficiency of higher education institutions in England revisited: Comparing alternative measures," *Tertiary Education and Management*, 2016.  
<https://doi.org/10.1080/13583883.2016.1203457>
- [64] X. Zhang, K. Tone and Y. Lu, "Impact of the local public hospital reform on the efficiency of medium-sized hospitals in Japan: An improved slacks-based measure DEA approach," *Health Services Research*, 2017 (in printing). DOI: 10.1111/1475-6773.12676.
- [65] K. Tone, "On the consistency of slacks-based measure-max model and super-slacks-based measure model," *Universal Journal of Management*, **5**, pp. 160–165, 2017.  
<http://www.hrpub.org/download/20170228/UJM7-12108431.pdf>
- [66] M. Tsutsui and K. Tone, "A quantitative analysis of market utilization in electric power companies," *Advances in DEA Theory and Applications with Extensions to Forecasting Models*, Chapter 18, John-Wiley & Sons, 2017.