

板橋区役所における待ち時間短縮のための 時間帯別サーバ数管理

真鍋 友則, 牧本 直樹

1. はじめに

昨今、公共施設システムの電子化が進んでいるが、それに伴い各公共施設にはさまざまな記録データが蓄積されてきている。本論文では、そのようなデータの活用事例の一つとして、板橋区役所の来庁者タイムスタンプデータを利用して、来庁者の待ち時間短縮を目的とするサーバ数の時間帯別管理の最適化を試みた。実データを利用した待ち時間に関する分析としては、病院における事例研究が比較的多く報告されている [1-3]。また以下でも検討するサーバ数配置という観点からは、コールセンターの人員配置に関する研究なども行われている [4] が、わが国の区役所や市役所についての研究は筆者らが知る限りほとんど知られていない。

待ち行列モデルの分析には、到着率、サービス時間分布、サーバ数の情報が必要となるが、本論文で利用したデータにはサービス時間分布とサーバ数のデータが含まれていない。そのため、利用可能な到着時点とサービス終了時点のデータからこれらの情報を推定する方法をまず検討した。その結果、時間帯によってトラフィック密度がかなり変動し、それが長い滞在時間につながっていることが確認できた。そこで、トラフィック密度を平準化するようにサーバ数の時間帯別の配置を変える方法を提案し、シミュレーションによりその効果を検証した。その結果、平均滞在時間および最も

混雑する時間帯の滞在時間がかなり短縮されること、一日を通して滞在時間が平準化されることが確認できた。一日に稼働するサーバの総数は現状と変わらないため、これはオペレーションの変更によって区役所のサービスを向上させることができる可能性を示す結果である。

本稿の構成は以下のとおりである。2 節では、使用したデータと分析対象にした窓口の業務フローを説明する。3 節では、データとして取得できないサービス時間分布とサーバ数を推定する方法について述べる。4 節では、時間帯別にサーバ数を管理するための近似的な最適化問題を提示し、その解を用いて滞在時間の短縮効果を検証する。最後の 5 節では、本稿をまとめるとともに提案手法の応用可能性についても言及する。

2. データ

2.1 データ概要

本研究では、経営科学系研究部会連合協議会主催の平成 27 年度データ解析コンペティションで提供された板橋区の「区役所受付システムログ」を使用する。データは平成 26 年 11 月から平成 27 年 11 月までの期間において、各窓口および業務別に、来庁者の「番号札の発券」、「受付呼出」、「書類発行」、「引渡し完了」などの時刻の記録を含んでいる。本研究では、提供データのうち平成 27 年 4 月から同年 7 月までの 3 カ月間のデータを用いた。これは、平成 27 年 4 月 1 日に南館が改築されたうえに本庁舎がグランドオープンしており、来庁者数などの様相が前後で異なっているようであったこと、また平成 27 年 8 月以降は会計を必要としない来庁者がログに記載されておらず、滞在時間や滞在者数の推定に偏りが生じると考えたためである。

2.2 業務フロー

板橋区役所には業務種別ごとに 13 の窓口がある。これらの中で最も来庁者が多いのは、住民票などの「証明書発行」を行う 4 番窓口で、滞在時間の総和も大き

まなべ ともりの
株式会社 truestar
〒 150-0013 東京都渋谷区恵比寿 1-19-19 恵比寿ビズネス
タワー 4F
筑波大学大学院ビジネス科学研究科
〒 112-0012 東京都文京区大塚 3-29-1
tom.manabe@gmail.com
まきもと なおき
筑波大学ビジネスサイエンス系
〒 112-0012 東京都文京区大塚 3-29-1
makimoto@gssm.gsbs.tsukuba.ac.jp
受付 16.7.25 採択 16.11.9

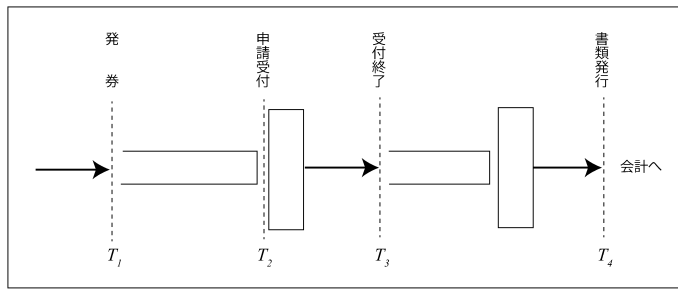


図1 業務フローとタイムスタンプ

いことから、本研究では4番窓口を分析対象とした。この窓口は日常的に利用される窓口で、業務内容の汎用性も高いことから、待ち時間を短縮することができれば公益性が高いと考えられる。

この窓口における業務フローとデータに記録されているタイムスタンプの概要を図1に示す。来庁者は、まず全窓口共通の発券機で発券番号を受け取る(発券: T_1)。次に目的の窓口に行き、窓口からの呼出(申請受付: T_2)を経て、受付を済ませる(受付終了: T_3)。受付後は書類が作成されるのを待ち、書類発行が終了(書類発行: T_4)し、窓口からの呼び出しを経て書類の受領と会計へと進む。

来庁者の総滞在時間は発券から会計を終えるまでの時間であるが、 T_4 以降の待ち時間は中央値が1分程度と短く、また来庁者によっては書類発行時に離席していたり、発行後にほかの窓口へ向かうなど、窓口4以外の影響も受けるため、以下では $T_4 - T_1$ を窓口4における「滞在時間」と定めて分析対象とした。なお、 T_2 ではまず呼出をしてから申請受付を行うが、離席などで呼出時に不在の場合は、いったん呼出済みリストに掲載され、戻った時点で申請受付が開始される。そのような来庁者に対しては、呼出時刻(T_{2a})と受付開始時刻(T_{2b})の二つが記録されているため、 $T_4 - T_1 - (T_{2b} - T_{2a})$ を滞在時間とした。

2.3 データの前処理

板橋区役所の開庁日は、平日の月～金曜と毎月第二日曜であるが、第二日曜は分析期間中の日数が少ないため除外した。また、火曜は通常17:00の閉庁時間が19:00まで延長されるが、ほかの曜日との整合性を考慮して17:00以降の来庁者データは除外している。

原データには、 $T_3 > T_4$ のように順序が逆転しているデータや、一部のタイムスタンプが欠損しているデータが含まれていたため、以下の手順で前処理を行った。方針として、欠損値を含むデータは除外するが、異常値を含むデータまですべて除外すると、来庁者数が減っ

て滞在時間や滞業者数を過少推定する恐れがあるため、異常値については正常と判断されるデータを用いて可能な限り補正を行うこととした。

1. 欠損値があるデータを除外する。
2. $T_1 \sim T_4$ の順序に逆転がないデータを抽出する。
3. $\Delta_i = T_{i+1} - T_i$ として、抽出したデータから $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ の分布を計算し、すべてが95%点以内に収まっているデータを「正常データ」、残りを「非正常データ」と定める。
4. 非正常データに対しては、データの逆転や外れ値の発生状況から、 T_2 のデータの信頼性が最も高いと判断し、 T_2 を基準として T_1, T_3, T_4 を補正する。具体的には、 T_2 の値が非正常データに近い正常データを前後3個ずつ計6個選び、それらのデータの $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ の平均値 $\Delta_1^*, \Delta_2^*, \Delta_3^*$ を利用して、 $T_1 = T_2 - \Delta_1^*, T_3 = T_2 + \Delta_2^*, T_4 = T_2 + \Delta_2^* + \Delta_3^*$ と補正する。

補正したデータに基づいて期間中の一日ごとの滞在時間や滞業者数を調べたところ、平成27年6月22日(月)、6月29日(月)、7月7日(火)の3日間が突出して混雑していることが確認された。たとえば、滞業者数の平均値を一日ごとに調べると、期間中83日間の平均は13.3人、標準偏差が5.9人であるのに対し、これら3日は順に42.1人、37.4人、29.7人となっている(4番目は22.8人)。滞業者数の日中の時間推移を見ても明らかにほかの日とは異なっていたため、混雑の原因は特定できなかったものの、この3日は特異日として分析対象から除外した。

以上の前処理の結果、データは80日分(月13、火15、水16、木・金18)、延べ来庁者数は25,989人となった。

2.4 曜日・時間帯特性

以下では、開庁時刻の8:30から閉庁時刻の17:00までを30分ごとに区切った17の時間区間を「スロット」と呼ぶことにする。スロット1は8:30～9:00、ス

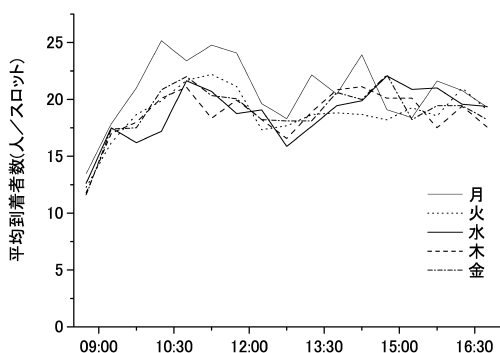


図2 曜日ごとの各スロットの平均到着者数 (人/スロット)

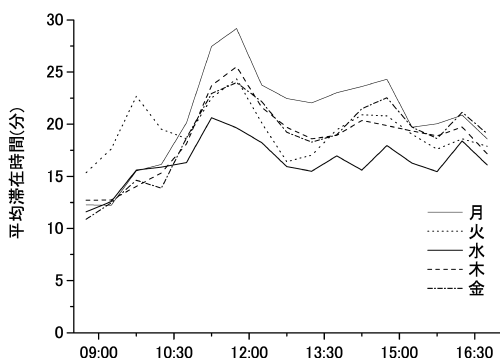


図3 曜日ごとの各スロットの平均滞在時間 (分)

ロット2は9:00~9:30, 最後のスロット17は16:30~17:00となる。

図2と図3は、曜日ごとの各スロットの平均到着者数(人/スロット)と平均滞在時間(分)を示したものである。到着者数や滞在時間は曜日と時間帯によって異なっており、曜日別では月曜が、時間帯別では正午前の11時から12時あたりがピークとなっている。曜日による差異が大きいことから、以下では曜日ごとに分析を行う。実際に職員数などのマネジメントを考える場合も、曜日ごとに調整するほうがより現実的と考えられる。

3. サービス時間分布とサーバ数の推定

滞在時間を低減させる施策を考えるためには、現在行われているサービスの状況を把握する必要があるが、本論文で分析したデータには待ち行列分析において重要なサービス時間やサーバ数に関する情報が含まれていない。そのため、利用可能なデータからまずこうした情報を推定する必要がある。なお、本論文でのサーバ数は、受付窓口の数や書類発行端末の台数ではなく、各時点において申請受付や書類発行に携わっている職

員数を表す。

2節で述べたように、データには来庁者ごとに四つのタイムスタンプが記録されており、そのうち「書類発行時刻」から「発券時刻」を引いた $T_4 - T_1$ が滞在時間となる。この間には「申請受付」と「書類発行」の二つの手続きがこの順序で行われるため、二つの待ち行列が直列に並んだ構造をしており、滞在時間は「申請受付の待ち時間」、「申請受付時間」、「書類発行の待ち時間」、「書類発行時間」の合計となる。しかし、書類発行の待ち時間と書類発行時間を区別するタイムスタンプがデータに含まれていないこと、職員が申請受付と書類発行を兼ねている可能性があり、二つの待ち行列が独立したシステムと捉えられないこと、などの理由により、申請受付と書類発行時間の合計をサービス時間、申請受付の待ち時間と書類発行の待ち時間の合計を待ち時間とみなして、近似的に1段の待ち行列モデルとして分析する。

また、申請受付や書類発行では複数の来庁者に対する処理が並行して行われているが、それぞれの処理に携わる職員数もデータに含まれていない。加えて、ある窓口が混雑している場合には近くの窓口の職員が一時的に手伝いに来るといった窓口間の連携も想定されるため、時間帯や混雑状況に応じて職員数が変動している可能性もある。そのため、職員数(サーバ数)の推定ではこうした時変性も考慮する必要がある。

3.1 サービス時間分布の推定

来庁者の滞在時間は待ち時間とサービス時間の合計であるが、たとえば朝一番の来庁者のように発券時点でほかの客がいない場合には待ち時間 = 0 となるため、滞在時間 = サービス時間とみなすことができる。さらに、常に稼働しているサーバ数の下限を L とすると、発券時点の滞在者数が $L - 1$ 人以下の来庁者では、滞在時間 = サービス時間となるはずである。

図4は、発券時点の滞在者数で来庁者をグループ分けして、各グループに属する来庁者の滞在時間の中央値と平均を示したものである。これを見ると、発券時の滞在者数が4人を超えるあたりから滞在時間が直線的に増加している¹。このことから、サーバ数の下限は $L = 4 \sim 5$ で、発券時の滞在者数がそれを超えると待ちが発生して滞在時間が増加するものと考えられる²。そこで、サービス時間の推定には、発券時の滞在者数

¹ 本来なら滞在時間が最も短いと思われる滞在人数 = 0 人のグループの値がやや大きくなっている。理由として、このグループに属するのは朝一番の来庁者が多いため、仕掛りなどに時間を要していることが考えられる。

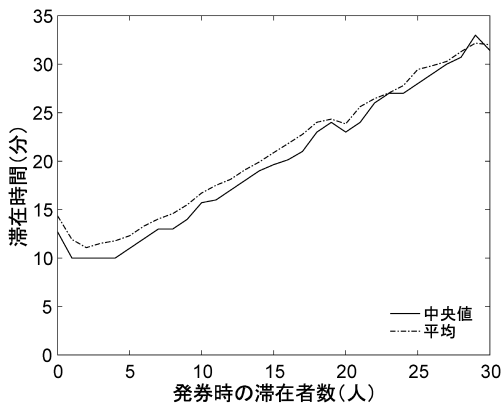


図4 発券時の滞在者数でグループ分けした滞在時間の中央値と平均(分)

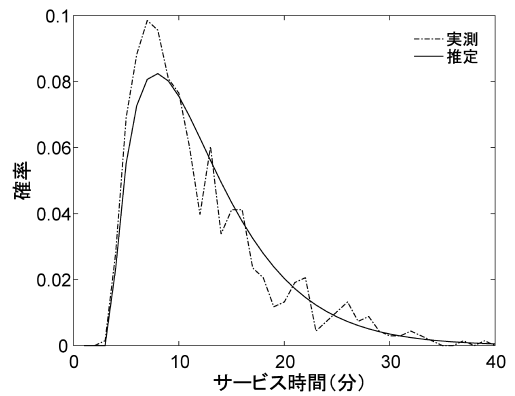


図5 サービス時間分布

が3人以下の来庁者の滞在時間を使用することとした。また、各時刻の滞在者数は、その時刻までの発券者数から書類発行を終えた人数を引いて算出するが、2節で述べたように異常値を含むデータは補正を行っているため、開庁から時間が経過するほど滞在者数の推定の信頼性が低下することが想定される。そこで、信頼性が高いと考えられる開庁から1時間以内の9:30までに発券した来庁者のデータのみを使用して、サービス時間分布を推定することにした。

これら二つの条件を満たす来庁者は680人で、滞在時間の最小値は3分、最大値は49分、平均は11.88分、相対頻度分布は図5の「実測」のようになっている。最小値3分を超える部分の相対頻度はガンマ分布に形状が近いと判断し、最尤法でパラメータを推定したところ、スケールパラメータが1.96、形状パラメータが4.53のガンマ分布が適合された。この結果から、以下の分析ではサービス時間 X (分) を

$$X = 2.99 + Y, \quad Y \sim \text{Gamma}(1.96, 4.53) \quad (1)$$

でモデル化する。なお、 X の定数部分を3にすると $Y = 0$ のデータが生じて推定できなくなるため、マージンを設けて2.99を超える部分をガンマ分布で推定した。図5の「推定」は、(1)式の X の確率関数である。

X の平均はデータと同じ $a = 11.88$ (分)、標準偏差は6.34 (分)、変動係数は $V = 0.53$ である。一日平均の滞在時間は最も長い月曜で21.0分、最も短い水曜で

表1 平均滞在時間(一日)の実測値と推定値、平均滞在時間(17スロット)の相関係数

	月	火	水	木	金
実測値	21.0	19.5	16.5	18.8	19.0
推定値	21.0	19.3	16.6	18.6	19.0
相関係数	0.98	0.96	0.97	0.98	0.99

16.5分のため(表1)、滞在時間の56~72%をサービス時間が占めていることになる。

3.2 サーバ数の推定方法

これまでの分析をもとに、シミュレーションを利用した探索的な方法でサーバ数の推定を行う。モデルは、前述したように1段の待ち行列モデルを利用する。

図2で観察された到着率の時変性を表現するため、客の到着は到着率が1分ごとに変化する非定常ポアソン過程に従って発生させる。到着率は、曜日ごとにデータの1分ごとの平均到着者数から算出した。サービス時間は(1)式に従って生成する。なお、データのタイムスタンプは1分単位で記録されているが、シミュレーションでは到着間隔とサービス時間を連続量でサンプリングする。

スロット i ($= 1, \dots, 17$) の平均到着率を λ_i (人/分)、全スロットの到着率に占める比率を $\gamma_i = \lambda_i / \sum_{j=1}^{17} \lambda_j$ 、平均滞在時間を \hat{S}_i (分) で表す。

1. サーバ数 c_1 を一つ選んでスロット1(8:30~9:00)の待ち行列シミュレーションを1,000回繰り返し、滞在時間の平均値 $S_1^{(c_1)}$ を計算する。 $S_1^{(c_1)}$ が実測値 \hat{S}_1 を挟むサーバ数を

$$c_1^- = \max\{c_1 : S_1^{(c_1)} > \hat{S}_1\}$$

$$c_1^+ = \min\{c_1 : S_1^{(c_1)} < \hat{S}_1\}$$

により求める。

² 図4の代わりに、受付終了時点(T_3)における書類発行中の人数でグループ分けして、各グループの書類発行に要する時間($T_4 - T_3$)のグラフを描いても同様の傾向が観察される。書類発行の待ち時間とサービス時間を区別するデータはないが、このことから書類発行でも待ちが発生していると考えられる(図1)。

2. c_1^- と c_1^+ の 2 通りの c_1 に対して, $c_2 = c_1 - 1$, $c_1, c_1 + 1$ の 3 通り, 計 6 通りの組み合わせを考え, スロット 1 と 2 (8:30~9:30) のシミュレーションを 1,000 回行い, 各スロットの平均滞在時間 $S_1^{(c_1)}$ と $S_2^{(c_1, c_2)}$ を計算する. $\gamma_1 S_1^{(c_1)} + \gamma_2 S_2^{(c_1, c_2)} < \gamma_1 \widehat{S}_1 + \gamma_2 \widehat{S}_2$ となる (c_1, c_2) の集合を C^- , 逆に $\gamma_1 S_1^{(c_1)} + \gamma_2 S_2^{(c_1, c_2)} > \gamma_1 \widehat{S}_1 + \gamma_2 \widehat{S}_2$ となる (c_1, c_2) の集合を C^+ で表す. (c_1, c_2) に対する実測値との誤差平方和を

$$R(c_1, c_2) = \gamma_1 (S_1^{(c_1)} - \widehat{S}_1)^2 + \gamma_2 (S_2^{(c_1, c_2)} - \widehat{S}_2)^2$$

で計算し, C^- の中で $R(c_1, c_2)$ を最小にするサーバ数を $(c_1, c_2)^-$, C^+ の中で $R(c_1, c_2)$ を最小にするサーバ数を $(c_1, c_2)^+$ とする.

3. ステップ 2 と同様の手続きをスロット 3~16 まで 1 スロットずつ増やしながらか実行すれば, $(c_1, \dots, c_{16})^-$ と $(c_1, \dots, c_{16})^+$ が求められる.
4. $(c_1, \dots, c_{16})^-$ と $(c_1, \dots, c_{16})^+$ のそれぞれの c_{16} に対して $c_{17} = c_{16} - 1, c_{16}, c_{16} + 1$ とし, 計 6 通りの組み合わせの中で

$$R(c_1, \dots, c_{17}) = \sum_{i=1}^{17} \gamma_i (S_i^{(c_1, \dots, c_i)} - \widehat{S}_i)^2$$

が最小となる配列を $\mathbf{c}^* = (c_1^*, \dots, c_{17}^*)$ とする. \mathbf{c}^* は, 平均滞在時間が実測値を挟むようなサーバ数の中で誤差平方和を小さくする組み合わせであるが, 各スロットのサーバ数はそれ以降のスロットへの影響を考慮せずに絞りこまれるので, 全スロットを通した最適化にはなっていない可能性がある. そこで, \mathbf{c}^* に対してさらに以下の手続きを適用する.

5. スロット $i = 1$ から順に, (c_i^*, c_{i+1}^*) を以下の 4 通りに変更し, ほかのスロットのサーバ数は変えずにシミュレーションを 1,000 回ずつ行い, 誤差平方和が $R(\mathbf{c}^*)$ より小さくなる組合せが見つかれば, それを新しい (c_i^*, c_{i+1}^*) として \mathbf{c}^* を更新する.

$$(c_i^* - 1, c_{i+1}^*), (c_i^* + 1, c_{i+1}^*) \\ (c_i^* - 1, c_{i+1}^* + 1), (c_i^* + 1, c_{i+1}^* - 1)$$

(スロット 17 は $c_{17} \pm 1$ の 2 通りを比較)

6. ステップ 5 がスロット 17 まで進んだら, スロット 1 へ戻って同様の手続きを継続する. スロットが一巡する間に \mathbf{c}^* が更新されなかったら, 収束したと判断して推定値とする.

ただし, ステップ 5 と 6 において, 隣接するスロット

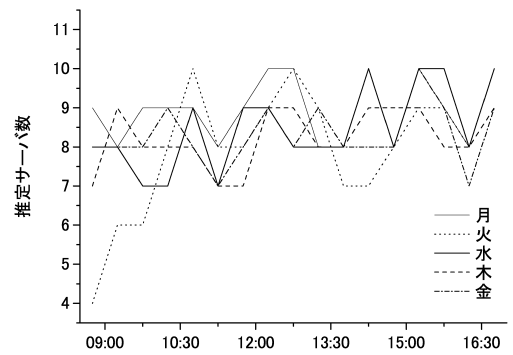


図 6 曜日ごとの各スロットのサーバ数の推定値

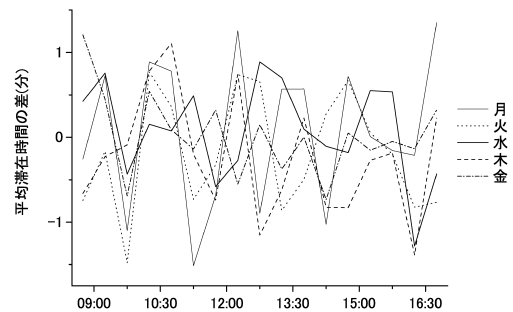


図 7 曜日ごとの各スロットの平均滞在時間の差 (推定値 - 実測値, 分)

のサーバ数の差が 3 以上になる組合せは比較対象から除外した. これは, 隣接スロットでサーバ数が大きく異なるオペレーションは現実的ではないと判断したためである.

3.3 サーバ数の推定結果

3.2 節の方法で推定した曜日ごとの各スロットのサーバ数を図 6 に示す. 曜日によって多少の差はあるものの, サーバ数 8~9 での運用が中心で, 時間帯によって 7 あるいは 10 に増減する推定結果となった.

図 7 は, 推定したサーバ数に対するシミュレーションで求めた各スロットの平均滞在時間と図 3 の実測値の差を示しており, 両者の差はおおむね ± 1 分の範囲に収まっている. また表 1 は一日の平均滞在時間の実測値と推定値, 17 スロットの平均滞在時間の実測値と推定値の相関係数を示している. 一日平均滞在時間の差は 0.2 分以内, また相関係数は 0.96 を超えている. 図 8 は最も滞在時間が長い月曜について, 各スロットの平均滞在時間の実測値と推定値を比較したもので, よく適合していることがわかる. これらの結果から, 推定されたサーバ数はかなり実際の運用に近いものであることが期待される.

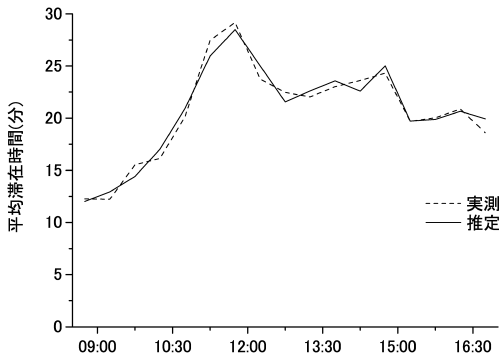


図8 月曜の各スロットの平均滞在時間の比較

4. 滞在時間短縮のためのサーバ数管理

本節では、3節で推定したサービス時間分布とサーバ数に基づいて、一日の延べサーバ数（人・時間）は変えずに時間帯ごとのサーバ数の配分を変更することで待ち時間を短縮する方策を提案し、その効果を検証する。

4.1 近似的な待ち時間最小化問題

図3を見ると、平均滞在時間は開庁から30分を過ぎた9:00過ぎから直線的に増加して12:00頃に最も長くなり、昼休みにやや減少した後、午後から閉庁時刻の17:00までは同水準で推移する傾向が観察できる。午前中に待ち時間が増加するのは、到着者数が9:00頃から上昇するのに対し（図2）、サーバ数はあまり変わらない（図6）ことが原因と考えられる。実際、3節で推定した平均サービス時間を $a = 11.88$ （分）、スロット i のサーバ数を c_i 、平均到着率を λ_i （人/分）として、トラフィック密度

$$\rho_i = \frac{a\lambda_i}{c_i} \quad (i = 1, \dots, 17)$$

を計算すると、午前中は $\rho_i > 1$ で過負荷となっているスロットがかなり見られるのに対し、午後はほとんど見られない。

待ち行列の性質として、いったん待ち時間が長くなると、待たされる客数も増えるためさらに待ち時間が長くなり、結果として長時間にわたって待ちが継続するという特徴がある。そのため、早い時間帯で待ち時間が長くなると、それ以降の時間帯で到着率が下がっても、待ち時間はなかなか減少しない状況が発生してしまう。逆に言えば、早い時間帯のサーバ数を増やしてトラフィック密度を平準化すれば、長い待ち時間の発生を抑制したり、その影響を低減したりできる可能性がある。このアイデアに基づいて、以下の方法でサー

表2 曜日ごとの延べサーバ数の推定値（人・時間）

	月	火	水	木	金
C	76.0	68.0	72.0	70.0	70.5

バ数の配分を決定することを考える。

スロット i の平均待ち時間を、M/G/c 待ち行列に対する近似式を利用して

$$W_i(c_i) \approx W_{M/M/c}(\rho_i, c_i) \times \frac{1 + V^2}{2}$$

で近似する [5]。右辺の $V = 0.53$ は 3.1 節で推定したサービス時間の変動係数、また

$$W_{M/M/c}(\rho, c) = \frac{a(c\rho)^c}{c(1-\rho)\{(c\rho)^c + c!(1-\rho)\sum_{i=0}^{c-1} \frac{(c\rho)^i}{i!}\}} \quad (2)$$

は平均サービス時間 a 分、トラフィック密度 ρ 、サーバ数 c の M/M/c 待ち行列の平均待ち時間である。さらに各スロットのサーバ数の組み合わせを $\mathbf{c} = (c_1, \dots, c_{17})$ として、

$$W(\mathbf{c}) = \sum_{i=1}^{17} \gamma_i W_i(c_i) \quad (3)$$

と定める。 $W(\mathbf{c})$ は、スロットごとの平均待ち時間を定常分布で近似し、到着率の比率 γ_i で加重した一日の平均待ち時間の近似式で、これを最小化する \mathbf{c} を求める問題を次のように定式化する。

$$\begin{aligned} &\text{minimize } W(\mathbf{c}) \\ &\text{subject to } c_i > a\lambda_i \quad (i = 1, \dots, 17) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{17} c_i = 2C \quad (5)$$

C は 3.3 節で推定した曜日ごとの延べサーバ数（人・時間）で、表2で与えられる。制約条件は2種類で、(4)式はすべてのスロットで安定条件 $\rho_i < 1$ が成り立つための条件、(5)式は一日の延べサーバ数を現状と同じに保つ条件である。

c_i はサーバ数のため、この問題は離散変数の最適化問題となる。目的関数の(3)式は c_i の非線形関数であるが、 $c = c_i$ のときに $x_{i,c} = 1$ 、 $c \neq c_i$ のときに $x_{i,c} = 0$ となる変数 $x_{i,c} \in \{0, 1\}$ を導入すれば、

$$W_i(c_i) = \sum_{c=m_i}^{n_i} W_i(c) x_{i,c}$$

と表せるので、 $x_{i,c}$ に関する線形目的関数に変換することができる。ここで x の切り上げを $\lceil x \rceil$ で表

すと、(4) 式から $m_i = \lceil a\lambda_i \rceil$ 、これと (5) 式から $n_i = 2C - \sum_{k=1, k \neq i}^{17} m_k$ となる。制約条件も 2 種類の線形制約

$$\sum_{c=m_i}^{n_i} x_{i,c} = 1 \quad (i = 1, \dots, 17)$$

$$\sum_{i=1}^{17} \sum_{c=m_i}^{n_i} cx_{i,c} = 2C$$

になるため、本論文で分析した問題の規模であれば、最適化計算は容易に実行可能である。

一方、(4) 式を満たす整数解 c_i を求める際に切り上げを行うため、データによっては (4) 式と (5) 式をすべて満たす整数解が存在しない可能性がある³。その場合は、 c_i を連続変数として最適化問題を解いたうえで、(5) 式を満たすように端数が大きい (小さい) 順に c_i を切り上げ (切り捨て) て整数解を求める方法が考えられる。その際、非整数 c の切り捨てを c_0 として、(2) 式の分母で

$$\sum_{i=0}^{c-1} \frac{(c\rho)^i}{i!} \approx \sum_{i=0}^{c_0-1} \frac{(c\rho)^i}{i!} + (c - c_0) \frac{(c\rho)^{c_0}}{c_0!}$$

と線形近似を行い、 $c!$ をガンマ関数 $\Gamma(c+1)$ で計算すればよい。

制約条件の範囲では離散最適化が厳密解を与えるが、連続変数で解くほうが実行可能領域が広がるため、切り上げにより (4) 式を満たさない整数解 c_i が得られることもありうる。なお、本論文の分析では二つの計算方法による最適解はどの曜日でも一致した。最適化プログラムは MATLAB の `intlinprog` と `fmincon` を使用した。

4.2 滞在時間短縮効果の検証

図 9 は 4.1 節の方法で求めた曜日ごとの各スロットのサーバ数を示している。また、このサーバ数に対してシミュレーションにより平均滞在時間を計算し、実測値と比較した結果を図 10 に示す。図 10 には、17 のスロットの平均滞在時間の最小値 (○) と最大値 (◇)、一日の平均滞在時間 (□) が曜日ごとに示されている。上側の黒塗りマーカーは実測値、下側のグレーのマーカーは提案手法で計算した最適サーバ数に対する結果である。

図 10 を見ると、すべての曜日で一日の平均滞在時間が減少しており、減少幅は 1.0~3.5 分となっている。

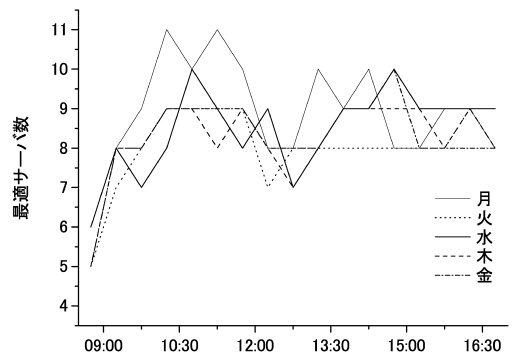


図 9 最適化手法で求めた曜日ごと各スロットのサーバ数

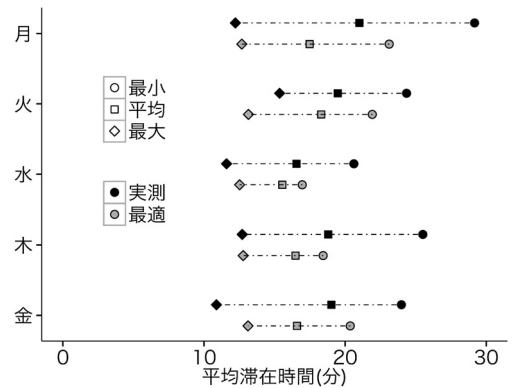


図 10 提案手法と実測値の平均滞在時間の比較

平均滞在時間の最大値はさらに短縮効果がよく現れており、月・木では 6 分以上短縮されている。トラフィック密度が平準化されるため、平均滞在時間の最小値は火曜を除いて増加するが、最大値の減少幅に比べると増加幅は低く抑えられている。その結果、一日の最大値と最小値の差は減少しており、どの時間帯においても平均滞在時間に極端な差が生じない状況が達成できている。また、曜日による滞在時間の差も平準化されている。

図 9 のサーバ数を図 6 と比較すると、少ないサーバ数からスタートして 10:30 頃までにサーバ数を一気に増やしていることがわかる。これにより、現状見られる午前中の滞在時間の直線的な増加や正午付近のピークが抑制されるものと考えられる。一日の延べサーバ数は提案手法においても表 2 に等しく、平均水準が 8~9 である点も現状と共通しているが、サーバ数の時間配分を多少変更することで滞在時間の短縮と平準化に大きな効果が期待できることが検証できた。

³ 一部のスロットで (4) 式が成立しない場合、(3) 式は計算できなくなるが、一日を通してのトラフィック密度が 1 未満であれば待ち行列は安定で、シミュレーションにより待ち時間を求めることができる。

5. おわりに

本稿では、板橋区役所の業務のうち証明書発行を行う4番窓口について、時間帯別のサーバ数を推定し、さらに延べサーバ数を変えずに時間的な配分を変えるだけで来庁者の待ち時間をかなり短縮できることを示した。本稿の分析では証明書発行業務に注目したが、提案手法は業務内容には依存しないため、ほかの窓口に対しても同様の手法を適用することは容易である。

本論文ではサーバ数がデータとして得られなかったため、来庁者数と滞在時間のデータから推定を行った。業務に携わっている職員数や書類発行端末の台数がデータとして得られればこのような推定は必要ないようにも思えるが、一般の来客対応業務においては、担当者が複数の業務に携わっていてその人数が流動的であることも考えられる。そのような流動的なオペレーションにおいては、正確なサーバ数をデータとして記録することは難しく、現場においてさえも正確に把握できているとは限らない。本論文で提示した方法は、そのような状況においてもサーバ数の時間変化や待ち時間が推定できる可能性を示している。また、実際のオペレーションでは、人員配置などの関係から一定時間サーバ数を固定するといった制約が課されることも考えられるが、4.1節で提案した最適化問題は、サーバ数 c_i に対する線形制約を追加しても容易に解けるため、そうした実務的な要請に対しても対応することができる。

最後に、本論文ではM/G/c待ち行列という比較的

単純なモデルを用いているため、実際の業務フローを正確にモデル化しているわけではないが、それでも実測の平均滞在時間をかなりよく説明できている。このことは、必ずしも業務の細部まで記録されていないデータであっても、モデル化や計算の工夫によって業務改善につながる知見が得られることを示唆しており、公共機関などに蓄積されているデータ活用の今後の可能性を示す結果であると考えている。

謝辞 松井知己氏、斉藤努氏および2名の査読者の方々から有益なコメントをいただきました。データ解析コンペティションでは、榊哲也氏、笹岡岳陽氏、田中孝昌氏に協力していただきました。ここに記して感謝いたします。貴重なデータを提供していただいたデータ解析コンペティション関係者の皆様にお礼を申し上げます。

参考文献

- [1] 石垣司, 山本吉伸, 中村嘉志, 赤松幹之, “可搬型端末を用いた患者の可処分時間向上のための診察待ち時間推定法,” 計測自動制御学会論文集, **46**(4), pp. 245–252, 2010.
- [2] 森川克己, 高橋勝彦, 広谷大助, “外来患者の平均待ち時間を考慮した診察順序決定,” 日本経営工学会論文誌, **64**(2), pp. 119–127, 2013.
- [3] 紀永儒, 柳川佳也, 宮崎茂次, “待ち行列理論を用いた病院の外来患者待ち時間短縮の一提案,” 日本経営工学会論文誌, **60**(6), pp. 297–305, 2013.
- [4] 川島幸之助, 塩田茂雄, 河西憲一, 豊泉洋, 会田雅樹, 『待ち行列理論の基礎と応用』, 共立出版, 2014.
- [5] 高橋幸雄, 森村英典, 『混雑と待ち』, 朝倉書店, 2001.