

# 南太平洋の島国ナウルでの選挙制度 ダウダールルール

## 一票の割れ，クローン，区分けを考えた投票ルールの設計

岡本 実哲

南太平洋の島国ナウルでは国会議員を決める選挙で，私たちがよく使う多数決とは異なる興味深い投票ルールを使っている．ダウダールルールと呼ばれるその制度は，多数決のように候補者の名前を一人書いて投票させるのではなく，各候補者に順位を付けさせる．各候補者は順位に応じて，1位ならば1点，2位ならば1/2点，3位ならば1/3点…といったように加点される．そして，総得点が最も高かった候補者が選ばれる．本稿では，似た候補者同士による票の割れ，クローン候補の擁立による選挙結果の操作，地区ごとの選挙結果と全体の選挙結果の整合性などの問題について，ダウダールルールとほかの投票ルールを比べる．

キーワード：ダウダールルール，ボルダールルール，スコアリングルール，決選投票付き多数決，票の割れ，地区ごとの選挙結果と全体の選挙結果の整合性，クローン問題

### 1. はじめに

私たちは集団で物事を決める際に，よく多数決を使う．たとえば，衆議院選挙のように公的な決めごとから，どの店のランチに行くかといった友達同士での私的な決めごとまで，いたるところで多数決が使われている．しかし，多数決は選択肢が三つ以上のときには票の割れが起こり，あまりよくない選択肢を選ぶ可能性があることが知られている．

一方で，南太平洋の島国ナウルでは独自の投票ルールを用いて国会議員を選出している．その投票ルールのことを発案者のデスモンド・ダウダールの名をとって，ダウダールルールと呼ぶ．その決め方は以下のとおりである．

#### ダウダールルール

1. 有権者はそれぞれの候補者に順位を付ける．
2. 各候補者は順位に応じて1位ならば1点，2位ならば1/2点，3位ならば1/3点，…， $m$ 位ならば $1/m$ 点を得る．
3. 総得点が最も高い候補者が当選する．

本稿では，多数決の代替案としてダウダールルールを考え，いくつかの投票における問題についてほかの投票ルールと比較する．

まず，2節で多数決が票の割れに弱いことを例を用いて説明する．そして，3節では候補者同士による票の割れをいくつかの投票ルールについて分析する．一方で4節ではクローン候補の擁立による選挙結果の操作を扱う．5節では，地区ごとの選挙結果と全体の選挙結果が食い違うパラドクスについて扱う．6節で議論をまとめる．

### 2. 多数決における票の割れ

いま，委員会で代表を1名決めたいとする．現時点で， $x$ と $y$ の2名が立候補していて，15人の有権者による投票でどちらが当選するか決まるとしよう．事前の調査では， $x$ を支持している人が6人， $y$ を支持している人が9人で，どうやら $y$ が優勢である．

そこに，新たな候補者として $z$ が立候補してきた．実は， $y$ が優勢な状況を見て， $y$ と方向性が似ている $z$ は立候補すれば自分にもチャンスがあるのではないかと考えたのである．

そして， $x, y, z$ の3名の候補者のもとで多数決を行った結果， $x$ が6票， $y$ が5票， $z$ が4票を獲得して $x$ が最多得票数で当選した．事前の調査では劣勢であった $x$ が当選してしまったのはなぜだろうか．15人の有権者たちは表1のように，3人の候補者を評価していたとして考えてみよう．たとえば，6人の有権者は $x$ が1番よくて，次に $y$ がよくて，最後に $z$ といったように評価している．

確かに，事前調査のとおり， $x$ と $y$ の一騎打ちであれば $x$ が6票， $y$ が9票を獲得して， $y$ が当選していた

おかもと のりあき  
慶應義塾大学大学院経済学研究科  
〒108-8345 東京都港区三田 2-15-45  
noriaki@a3.keio.jp

表 1 有権者たちの候補者に対する順位付け

有権者の人数	6人	5人	4人
1位	$x$	$y$	$z$
2位	$y$	$z$	$y$
3位	$z$	$x$	$x$

であろう。しかし、 $z$ が立候補したことで、 $y$ を支持していた9人の票が $y$ と $z$ に割れてしまったのである。つまり、 $z$ は立候補したことによって、自分と似た候補の $y$ の票を喰って、 $x$ を当選させてしまったのだ。

それでは、 $y$ と $z$ の票が割れて、結果的に多数決の勝者となった $x$ は本当に有権者からの評価が高い候補者といえるのだろうか。ここで、それぞれの候補についてペアごとの多数決を試みる。

- $x$ 対 $y$ は6対9で $y$ 勝利、
- $x$ 対 $z$ は6対9で $z$ 勝利、
- $y$ 対 $z$ は11対4で $y$ 勝利、

全体の多数決では $x$ が勝利していたが、ペアごとの多数決では $x$ は $y$ と $z$ のどちらにも負けてしまう。ペアごとの比較ではほかのすべて候補者に負ける候補者のことをペア敗者という<sup>1</sup>。実は、多数決が票の割れに弱くペア敗者を選んでしまうかもしれないことはBorda [2]によって200年以上も前に発見されている。

多数決が票の割れに弱いのは、「有権者がどの候補を1番評価しているか」という情報しか使わないからである。どの候補者を当選させるか決めるのに表1のような「有権者たちの候補者に対する順位付け」を使う投票ルールをいくつか紹介して、投票で発生する問題についてそれぞれを比較していく。

### 3. 票の割れとペア敗者

多数決が票の割れに弱く、ペア敗者を選んでしまうかもしれないことはわかった。そこでペア敗者为了避免するために、多数決の代替案として冒頭で紹介したダウダールルールとそれ以外にボルダールルールと決選投票付き多数決の合計三つの投票ルールについて考えてみる。ダウダールルールは1節で紹介した。新たに加えた二つのルールについて、決め方は以下のとおりである。

#### ボルダール

1. 有権者はそれぞれの候補者に順位を付ける。

<sup>1</sup> 一方でペアごとの比較ではほかのすべての候補者に勝利する候補者のことをペア勝者という。この例では、 $y$ がペア勝者になっている。本稿では、ペア勝者に関する分析は行わない。坂井 [1] がペア勝者について詳しい解説を行っている。

2. 各候補者は順位に応じて1位ならば3点、2位ならば2点、3位ならば1点を得る（候補者が3人の場合）。
3. 総得点が最も高い候補者が当選する。

#### 決選投票付き多数決

1. すべての候補者で多数決を行い、得票数が1番と2番の候補者が残り、3番以下の候補者は敗退する。
2. 残った2人で一騎打ちの決選投票を行い、票が多かったほうが当選する。

ボルダールルールはBorda [2]がペア敗者を避けるために提案した投票ルールだ。ダウダールルールに似ているが、順位ごとの配点が異なる。ダウダールルールは1位と2位の得点差は大きいですが、下の順位になるにつれて得点差が小さくなっていく。一方でボルダールルールでは、隣同士の順位の間隔は一定である。

決選投票付き多数決は多数決を2回行い、段階的に候補者を絞る投票ルールだ。たとえば、フランスの大統領選挙や日本の自民党の総裁選挙などで用いられている。

それでは、表1の順位付けのもとで、三つの投票ルールを使ってみる。

#### 表1でのダウダールルールの結果

- $x$ は1点 $\times$ 6 +  $\frac{1}{2}$ 点 $\times$ 0 +  $\frac{1}{3}$ 点 $\times$ 9 = 9点。
- $y$ は1点 $\times$ 5 +  $\frac{1}{2}$ 点 $\times$ 10 +  $\frac{1}{3}$ 点 $\times$ 0 = 10点。
- $z$ は1点 $\times$ 4 +  $\frac{1}{2}$ 点 $\times$ 5 +  $\frac{1}{3}$ 点 $\times$ 6 = 7.5点。
- $y$ が最多得点の10点で当選する。

#### 表1でのボルダールルールの結果

- $x$ は3点 $\times$ 6 + 2点 $\times$ 0 + 1点 $\times$ 9 = 27点。
- $y$ は3点 $\times$ 5 + 2点 $\times$ 10 + 1点 $\times$ 0 = 35点。
- $z$ は3点 $\times$ 4 + 2点 $\times$ 5 + 1点 $\times$ 6 = 28点。
- $y$ が最多得点の35点で当選する。

#### 表1での決選投票付き多数決の結果

- 最初の多数決では $x$ が6票、 $y$ が5票、 $z$ が4票得るので、 $x$ と $y$ が決選投票に勝ちあがる。
- 決選投票では $x$ が6票、 $y$ が9票を得て、 $y$ が当選する。

表1の順位付けのもとでは三つルールのどれを使っても $y$ を選び、ペア敗者を避けることができた。それでは、これら三つのルールはいかなるときもペア敗者を選ばないのか。この質問に対する答えはノーである。実はダウダールルールは、ペア敗者を選びうる。

表 2 ダウダールルールがペア敗者を選ぶ

有権者の人数	7人	6人	2人
1位	$x$	$y$	$z$
2位	$z$	$z$	$y$
3位	$y$	$x$	$x$

ボルダールルールがペア敗者を選ばないことは Fishburn and Gehrlein [3], Okamoto and Sakai [4] によって数学的に証明されている. 決選投票付き多数決がペア敗者を選ばないことは, 当選者が決選投票で少なくとも 1 人には勝利していることから簡単に確認できる.

それではダウダールルールがペア敗者を選んでしまう例を表 2 に紹介する.

表 2 でのダウダールルールの結果

- $x$  は  $1 \text{ 点} \times 7 + \frac{1}{2} \text{ 点} \times 0 + \frac{1}{3} \text{ 点} \times 8 = 9.7 \text{ 点}$ .
- $y$  は  $1 \text{ 点} \times 6 + \frac{1}{2} \text{ 点} \times 2 + \frac{1}{3} \text{ 点} \times 7 = 9.3 \text{ 点}$ .
- $z$  は  $1 \text{ 点} \times 2 + \frac{1}{2} \text{ 点} \times 13 + \frac{1}{3} \text{ 点} \times 0 = 8.5 \text{ 点}$ .
- $x$  が最多得点の 9.7 点で当選する.

表 2 のもとでは僅差で  $x$  が勝利する. そして  $x$  はペア敗者となっている. つまりダウダールルールはペア敗者を選んでしまうことがある.

それでは, ダウダールルールは多数決と同じくらい票の割れの弱いのだろうか. ここで Kawada and Okamoto [5] のダウダールルールとペア敗者についての命題を一つ提示する.

**命題 1.** 候補者の数が 3 名るとき, ダウダールルールがペア敗者を選ぶならば, 多数決もペア敗者を選ぶ.

つまり, 命題 1 は少なくとも多数決よりはダウダールルールのほうがペア敗者を避けることができる, といっている. 実際, 表 2 では, 多数決もペア敗者の  $x$  を選んでしまう. すなわち, ペア敗者を選ぶかどうかという観点において, ダウダールルールで票が割れてしまうならば, 多数決でも同じように票が割れてしまう. 結論としては, ダウダールルールはボルダールや決選投票付き多数決ほどには票の割れに強くはないが, 多数決よりは票の割れに強い, ということである.

4. クローン候補の擁立

前節では, 票の割れについて取り扱った. 票の割れが起これると, 似た候補者同士がお互いの票を食い合ってしまう, 別の候補者が有利になってしまう. 本節では, 自分に似た候補者を擁立することで, 投票結果を有利にすることができる事例を紹介する.

表 3 クローン候補  $x'$  の擁立

有権者の人数	3人	5人
1位	$x$	$y$
2位	$x'$	$x$
3位	$y$	$x'$

いま,  $x$  と  $y$  の 2 名の候補者が競っているとす. 有権者は 8 人いて,  $x$  の政策を支持する人は 3 人,  $y$  の政策を支持する人は 5 人いる. つまり, 現状では  $y$  が優勢である.

現状のままでは  $x$  は  $y$  に勝てないので, 自分とほとんど同じ政策掲げるクローン候補  $x'$  を擁立した. 政策について,  $x$  と  $x'$  は方向性は同じだが,  $x'$  は少しだけ  $x$  に劣っているとす. 各有権者たちは  $x'$  と  $y$  の順位付けについて,  $x$  を支持している層は  $x'$  を支持して,  $y$  を支持している層は  $y$  を支持する. しかし, どの有権者も  $x'$  のことを  $x$  より下に位置付けているとする. つまり, 有権者たちの 3 名の候補者  $x, x', y$  への順位付けは表 3 のようになる.

それでは表 3 の順位付けのもとで, 前節でも扱ったダウダールルール, ボルダールルール, 決選投票付き多数決を使ってみる.

表 3 でのダウダールルールの結果

- $x$  は  $1 \text{ 点} \times 3 + \frac{1}{2} \text{ 点} \times 5 + \frac{1}{3} \text{ 点} \times 0 = 5.5 \text{ 点}$ .
- $x'$  は  $1 \text{ 点} \times 0 + \frac{1}{2} \text{ 点} \times 3 + \frac{1}{3} \text{ 点} \times 5 = 3.1 \text{ 点}$ .
- $y$  は  $1 \text{ 点} \times 5 + \frac{1}{2} \text{ 点} \times 0 + \frac{1}{3} \text{ 点} \times 3 = 6 \text{ 点}$ .
- $y$  が最多得点の 6 点で当選する.

表 3 でのボルダールルールの結果

- $x$  は  $3 \text{ 点} \times 3 + 2 \text{ 点} \times 5 + 1 \text{ 点} \times 0 = 19 \text{ 点}$ .
- $x'$  は  $3 \text{ 点} \times 0 + 2 \text{ 点} \times 3 + 1 \text{ 点} \times 5 = 11 \text{ 点}$ .
- $y$  は  $3 \text{ 点} \times 5 + 2 \text{ 点} \times 0 + 1 \text{ 点} \times 3 = 18 \text{ 点}$ .
- $x$  が最多得点の 19 点で当選する.

表 3 での決選投票付き多数決の結果

- 最初の多数決では  $x$  が 3 票,  $x'$  が 0 票,  $y$  が 5 票を獲得し,  $x$  と  $y$  が決選投票に勝ちあがる.
- 決選投票では  $x$  が 3 票,  $y$  が 5 票を獲得し,  $y$  が当選する.

ダウダールルールと決選投票付き多数決では, クローン候補  $x'$  が擁立されても, もともと優勢であった  $y$  が当選している.

一方, ボルダールルールのもとではクローン候補が現れたことで  $y$  ではなく,  $x$  が当選している. これは, クローン候補  $x'$  の存在によって, 3 人の有権者の順位付

表 4 クローン候補の乱立

有権者の人数	1 人	9 人
1 位	$x$	$y$
2 位	$x_1$	$x$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
11 位	$y$	$x_9$

けにおいて  $x$  と  $y$  の距離が開き、その分  $y$  に比べて  $x$  がより多く得点を得ることができたからである。

驚くべきことに、ボルダールルールのもとでは、 $x$  と  $y$  の支持者が 1 人対 9 人であったとしても、 $x$  はクローンを 9 人乱立させることで  $y$  に勝利することができてしまう<sup>2</sup>。表 4 のクローン候補乱立の例でボルダールルールを使ってみると

- $x$  の得点は  $11 \text{ 点} \times 1 + 10 \text{ 点} \times 9 = 101 \text{ 点}$ 。
- $y$  の得点は  $11 \text{ 点} \times 9 + 1 \text{ 点} \times 1 = 100 \text{ 点}$ 。

となり、 $x$  が勝利してしまう。すなわち、ボルダールルールはクローン候補の擁立による選挙結果の操作に弱いのである<sup>3</sup>。

それではダウダールルールと決選投票付き多数決についてはクローン候補の影響はないのだろうか。

この節で扱っている  $x'$  のようなクローン候補について、Tideman [8], Laslier [9] がいくつかの投票ルールで分析を行っており、決選投票付き多数決や逐次消去ルール<sup>4</sup>はクローン候補の影響を受けにくいという研究結果がある。

一方で、ダウダールルールではクローン候補の擁立で選挙結果を有利に働かせることは一応は可能である<sup>5</sup>。しかし、ダウダールルールでは順位が下がるにつれて、前の順位との得点差は小さくなっていく。たとえば、1 位と 2 位の差は  $1/2$  もあるのに対して、10 位と 11 位の差はわずか  $1/110$  である。つまり、クローンを増や

<sup>2</sup> 実は、ボルダールルールのもとではすべての人が  $y$  を支持してはならない。これは、「多数決勝者がボルダールルールの勝者でもありと断定するには、その多数決勝者がすべての票を獲得しているときだけである」というボルダールに関する定理と密接に関係している。多数決勝者とボルダールルールの勝者の関係については、たとえば坂井 [6] が解説を行っている。

<sup>3</sup> 本稿とは考えている問題設定が少し異なるが、Reilly [7] の研究ではキリパスの大統領候補選挙で、ボルダールのもとでクローン候補の擁立による操作があったとしている。

<sup>4</sup> 逐次消去ルールとは多数決を逐次的に行い、1 番票が少なかった候補を順番に落としていくルールである。候補者が 3 名のおきには逐次消去ルールは決選投票付き多数決とまったく同じルールになる。

<sup>5</sup> たとえば、表 3 の例で考えてみると、合計 4 人のクローンを擁立することで  $x$  は  $y$  に勝つことができる。

表 5 2/3 以上の支持を得ている有権者  $y$

有権者の人数	1 人	2 人
1 位	$x$	$y$
2 位	$\cdot$	$x$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

せば増やすほど、クローンの効果が薄れていく。そして、ダウダールルールでは、ボルダールルールのように大きな差をクローン候補の擁立によって覆すことはできない。ここで Kawada and Okamoto [5] のダウダールルールとクローン候補についての命題の一つを提示する。

**命題 2.** ダウダールルールのもとでは、2/3 以上の有権者が 1 番に評価している候補者は当選確定である。つまり、2/3 以上の有権者が 1 番に評価している候補者には、どれだけクローン候補を使ってもほかの候補者は勝利することができない。

表 5 の例では  $y$  が 2/3 の有権者から 1 番の支持を得ている。このとき、残りの有権者が  $y$  のことをどれだけ低く評価していたとしても、 $y$  のダウダールルールでの得点は少なくとも 2 を上回る。一方で、 $y$  以外の候補者の得点を考えてみると、最大となるのは  $x$  のように、1 人が 1 位、2 人が 2 位としている場合である。このときの、 $x$  の得点は  $1 \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 = 2$  となる。すなわち  $x$  は  $y$  にダウダールルールでは勝つことができない。

クローンに関する議論をまとめると、ボルダールルールでは各候補者は自分のクローン候補を擁立することで選挙結果を有利にすることができてしまう。一方で、ダウダールルールや決選投票付き多数決ではクローン候補を擁立することはあまり効果的でなく、クローンによる問題は起きにくい。

## 5. 地区ごとでの選挙と全体選挙

4 節では、候補者が増えることでの問題について分析をした。今度は、有権者を区分けすることで起きる問題について扱う。

いま  $x, y, z$  の三つの選択肢から一つを選ぶのに A 地区と B 地区の二つの地区で投票が予定されている。A 地区には 21 人の有権者が、B 地区には 17 人の有権者がいる。それぞれの地区の有権者は選択肢について、表 6、表 7 のように評価しているとしよう。

それでは、A 地区と B 地区のそれぞれについて、ダウダールルール、ボルダールルール、決選投票付き多数決を使ってみる。

表 6 A 地区での投票

有権者の人数	8 人	6 人	7 人
1 位	$x$	$y$	$z$
2 位	$y$	$x$	$y$
3 位	$z$	$z$	$x$

表 7 B 地区での投票

有権者の人数	5 人	8 人	4 人
1 位	$x$	$y$	$z$
2 位	$y$	$z$	$x$
3 位	$z$	$x$	$y$

## A 地区でのダウダールルールの結果

- $x$  は  $1 \text{ 点} \times 8 + \frac{1}{2} \text{ 点} \times 6 + \frac{1}{3} \text{ 点} \times 7 = 13.3 \text{ 点}$ .
- $y$  は  $1 \text{ 点} \times 6 + \frac{1}{2} \text{ 点} \times 15 + \frac{1}{3} \text{ 点} \times 0 = 13.5 \text{ 点}$ .
- $z$  は  $1 \text{ 点} \times 7 + \frac{1}{2} \text{ 点} \times 0 + \frac{1}{3} \text{ 点} \times 14 = 11.7 \text{ 点}$ .
- $y$  が最多得点の 13.5 点で選ばれる.

## A 地区でのボルダールルールの結果

- $x$  は  $3 \text{ 点} \times 8 + 2 \text{ 点} \times 6 + 1 \text{ 点} \times 7 = 43 \text{ 点}$ .
- $y$  は  $3 \text{ 点} \times 6 + 2 \text{ 点} \times 15 + 1 \text{ 点} \times 0 = 48 \text{ 点}$ .
- $z$  は  $3 \text{ 点} \times 7 + 2 \text{ 点} \times 0 + 1 \text{ 点} \times 14 = 35 \text{ 点}$ .
- $y$  が最多得点の 48 点で選ばれる.

## A 地区における決選投票付き多数決の結果

- 最初の多数決で  $x$  が 8 票,  $y$  が 6 票,  $z$  が 7 票をそれぞれ獲得し,  $x$  と  $z$  が決選投票に勝ちあがる.
- 決選投票では  $x$  が 14 票,  $z$  が 7 票をそれぞれ獲得し,  $x$  が選ばれる.

## B 地区でのダウダールルールの結果

- $x$  は  $1 \text{ 点} \times 5 + \frac{1}{2} \text{ 点} \times 4 + \frac{1}{3} \text{ 点} \times 8 = 9.7 \text{ 点}$ .
- $y$  は  $1 \text{ 点} \times 8 + \frac{1}{2} \text{ 点} \times 5 + \frac{1}{3} \text{ 点} \times 4 = 11.8 \text{ 点}$ .
- $z$  は  $1 \text{ 点} \times 4 + \frac{1}{2} \text{ 点} \times 8 + \frac{1}{3} \text{ 点} \times 5 = 9.7 \text{ 点}$ .
- $y$  が最多得点の 11.8 点で選ばれる.

## B 地区でのボルダールルールの結果

- $x$  は  $3 \text{ 点} \times 5 + 2 \text{ 点} \times 4 + 1 \text{ 点} \times 8 = 31 \text{ 点}$ .
- $y$  は  $3 \text{ 点} \times 8 + 2 \text{ 点} \times 5 + 1 \text{ 点} \times 4 = 38 \text{ 点}$ .
- $z$  は  $3 \text{ 点} \times 4 + 2 \text{ 点} \times 8 + 1 \text{ 点} \times 5 = 33 \text{ 点}$ .
- $y$  が最多得点の 38 点で選ばれる.

## B 地区での決選投票付き多数決の結果

- 最初の多数決で  $x$  が 5 票,  $y$  が 8 票,  $z$  が 4 票をそれぞれ獲得し,  $x$  と  $y$  が決選投票に勝ちあがる.
- 決選投票では  $x$  が 9 票,  $y$  が 8 票をそれぞれ獲得し,  $x$  が選ばれる.

表 8 A 地区と B 地区の全体投票

有権者の人数	13 人	6 人	8 人	7 人	4 人
1 位	$x$	$y$	$y$	$z$	$z$
2 位	$y$	$x$	$z$	$y$	$x$
3 位	$z$	$z$	$x$	$x$	$y$

投票結果をまとめると, ダウダールルールとボルダールルールは A 地区と B 地区の両地区で  $y$  を選ぶ. 一方で決選投票付き多数決は A 地区と B 地区の両地区で  $x$  を選ぶ. ルールによって結果が異なったが, ここでは  $x$  と  $y$  のどちらがよいかという議論はしない. A 地区と B 地区を合わせた全体での投票を考える. わかりやすく, 全体の有権者の投票を表 8 にまとめる.

それでは, 全体投票でダウダールルール, ボルダールルール, 決選投票付き多数決を使ってみる.

## 全体投票でのダウダールルールの結果

- $x$  は  $1 \text{ 点} \times 13 + \frac{1}{2} \text{ 点} \times 10 + \frac{1}{3} \text{ 点} \times 15 = 23 \text{ 点}$ .
- $y$  は  $1 \text{ 点} \times 14 + \frac{1}{2} \text{ 点} \times 20 + \frac{1}{3} \text{ 点} \times 4 = 25.3 \text{ 点}$ .
- $z$  は  $1 \text{ 点} \times 11 + \frac{1}{2} \text{ 点} \times 8 + \frac{1}{3} \text{ 点} \times 19 = 21.3 \text{ 点}$ .
- $y$  が最多得点の 25.3 点で選ばれる.

## 全体投票でのボルダールルールの結果

- $x$  は  $3 \text{ 点} \times 13 + 2 \text{ 点} \times 10 + 1 \text{ 点} \times 15 = 74 \text{ 点}$ .
- $y$  は  $3 \text{ 点} \times 14 + 2 \text{ 点} \times 20 + 1 \text{ 点} \times 4 = 86 \text{ 点}$ .
- $z$  は  $3 \text{ 点} \times 11 + 2 \text{ 点} \times 8 + 1 \text{ 点} \times 19 = 68 \text{ 点}$ .
- $y$  が最多得点の 86 点で選ばれる.

## 全体投票での決選投票付き多数決の結果

- 最初の多数決で  $x$  が 13 票,  $y$  が 14 票,  $z$  が 11 票をそれぞれ獲得し,  $x$  と  $y$  が決選投票に勝ちあがる.
- 決選投票では  $x$  が 17 票,  $y$  が 21 票をそれぞれ獲得し,  $y$  が選ばれる.

全体投票では三つのルールのすべてが  $y$  を選んでいる. ダウダールルールとボルダールルールは地区ごとの投票でも  $y$  を選んでいたが, 決選投票付き多数決では A 地区も B 地区も  $x$  を選んでいた. すなわち, 決選投票付き多数決では地区ごとの投票結果と全体での投票結果が整合的でない. いかなる場合でも, 地区ごとの投票結果がすべて同じならば全体投票での結果も同じにすることを, 投票ルールの整合性という. つまり, 決選投票付き多数決は整合性を満たさない.

投票ルールの整合性に関しては, Smith [10], Young [11] の研究によって考えられ始めた. もし投票ルールが整合性を満たさないと, たとえば衆議院と参議院のどちらでも選ばれた法案が, 国会全体での投票では選

ばれないなどのちぐはぐな結果を起こしてしまうかもしれない。

さて、提示した例のもとではダウダールルールとボルダールルールはどちらも地区ごとの投票結果と全体の投票結果が整合的であった。それでは、ほかのどんな例についてもこの二つのルールでは整合的な結果を得られるのだろうか。実は、Young [12] が、この二つのルールを含むスコアリングルールという、有権者の順序付けに対して決められた配点を与える投票ルールのクラスが整合性を満たすことを明らかにしている。それどころか、特定の選択肢や特定の有権者をえこひいきしないなどの弱い制約のもとスコアリングルールだけが整合性を満たす投票ルールであることまで、非常に高度な数学を用いて証明している<sup>6</sup>。

### スコアリングルール

1. 有権者はそれぞれの候補者に順位を付ける。
2. 各候補者は順位に応じて1位ならば $a_1$ 点、2位ならば $a_2$ 点、3位ならば $a_3$ 点を得る、 $m$ 位ならば $a_m$ 点を得る<sup>7</sup>。
3. 総得点が最も高い候補者が当選する。

本節での議論をまとめると、投票結果がいつでも整合的であってほしいならばダウダールルールやボルダールルールなどのスコアリングルールを使うべきである<sup>8</sup>。

## 6. おわりに

本稿では、ナウルの選挙制度で使われているダウダールルールを紹介した。そして票の割れの問題、クローン候補の問題、地区ごとの投票と全体投票の整合性について、それぞれの問題ではほかのルールとの比較を行った。それぞれの問題ごとに、得意不得意はあるものの、ダウダールルールはほかのルールに明確に劣っているわけではなく、むしろ状況によってはほかのルールよりうまく機能することがわかった。

ダウダールルールを含めて投票ルールには、それぞれ一長一短があり、どんな状況でもうまく機能する万能な投票ルールは存在しない。私たちは、状況に応じて投票ルールを使い分ける必要がある。その際に、投

票理論の研究がどの投票ルールを使えばよいのか、いくつかの基準を与えてくれる。しかし、本稿でもみたように興味深い性質をもつものの、ダウダールルールについての研究はまだあまりない。本稿を発端とし、今後ダウダールルールに関する理論・実証研究が進むことを期待する。

**謝辞** 本稿を執筆するにあたり慶應義塾大学経済学研究科の河田陽向氏、中村祐太氏の2名にはたくさんコメントをいただいた。編集委員の鶴飼孝盛先生には、草稿に詳細なコメントいただいた。筆者の岡本実哲は執筆期間中、特別研究員DC1として学術振興会から研究資金の援助をしていただいた。ここでそれぞれの方々へ深く感謝を申し上げる。

### 参考文献

- [1] 坂井豊貴, 『多数決を疑う—社会的選択理論とは何か—』, 岩波新書, 2015.
- [2] J.-C. de Borda, “Mèmoire sur les élections au scrutin,” *Histoire de l’Académie Royale des Sciences*, pp. 657–664, 1781.
- [3] P. C. Fishburn and W. V. Gehrlein, “Borda’s rule, positional voting, and Condorcet’s simple majority principle,” *Public Choice*, **28**, pp. 79–88, 1976.
- [4] N. Okamoto and T. Sakai, “The Borda rule and the pairwise-majority-loser revisited,” unpublished manuscript, Keio University, 2013.
- [5] Y. Kawada and N. Okamoto, “Voting with variable candidates,” unpublished manuscript, Keio University, 2017.
- [6] 坂井豊貴, 『社会的選択理論への招待—投票と多数決の科学—』, 日本評論社, 2013.
- [7] B. Reilly, “Social choice in the South Seas: Electoral innovation and the Borda count in the pacific island countries,” *International Political Science Review*, **23**, pp. 355–372, 2002.
- [8] T. N. Tideman, “Independence of clones as a criterion for voting rules,” *Social Choice and Welfare*, **4**, pp. 185–206, 1987.
- [9] J.-F. Laslier, “Aggregation of preferences with a variable set of alternatives,” *Social Choice and Welfare*, **17**, pp. 269–282, 2000.
- [10] J. H. Smith, “Aggregation of preferences with variable electorate,” *Econometrica*, **41**, pp. 1027–1041, 1973.
- [11] P. Young, “An axiomatization of Borda’s rule,” *Journal of Economic Theory*, **9**, pp. 43–52, 1974.
- [12] P. Young, “Social choice scoring functions,” *SIAM Journal on Applied Mathematics*, **28**, pp. 824–838, 1975.
- [13] N. Okamoto, “A characterization of the Borda rule,” unpublished manuscript, Keio University, 2017.

<sup>6</sup> Okamoto [13] では、整合性とペア敗者を選ばないという要求に加えて、いくつかの弱い要求を課すと、その要求を同時に満たすのはボルダールルールだけであることを証明している。

<sup>7</sup> 整合性を満たすかどうかについては、それぞれの得点は任意の実数で構わない。しかし、一般的には $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_m$ を満たすように得点配分を考えることが多い。

<sup>8</sup> 多数決はスコアリングルールの一つである。多数決は1位にだけ1点を与えるスコアリングルールと考えることができる。