

企業間取引ネットワークと そのシミュレーション

—ネットワークの成長過程，輸送問題， および頑強性評価—

後藤 隼人，高安 美佐子

ビッグデータ時代の昨今では，複雑ネットワークと総称される膨大なノードとリンクで構造化されたデータが実社会でも多く観測され，注目を集めている．本稿では，国内企業 70 万社 450 万取引を構造化した企業間取引ネットワークの解析を取り上げ，ネットワークの成長プロセスと，お金の輸送現象，および構造の頑強性評価に関する最近の経済物理学分野の研究成果を紹介する．

キーワード：経済物理学，複雑ネットワーク，企業間取引，ネットワークの成長，ネットワーク上での輸送，ネットワークの頑強性

1. はじめに

2014 年 9 月 3 日に発足した第 2 次安倍改造内閣の同日の閣議決定では，“地方が成長する活力を取り戻し，人口減少を克服すること”を基本目標とした，まち・ひと・しごと創生本部が設置された¹．このとき，データに基づいた地域ごとの特性と地域課題の抽出による政策決定支援を目的に，地域経済分析システム RESAS²が開発された．RESAS はビッグデータを活用して，科学的に政策決定を行おうという試みである．このシステムにはさまざまな政府データや民間データが投入されている．特に産業に関しては，企業統計や事業所統計に加え，発注社企業から受注社企業へのお金の流れを表現するデータベース（企業間取引ネットワーク）が利用され，わかりやすく地域の産業構造が可視化されている．このシステムの中にも，後で述べるように経済物理学の最先端の技術が使われている．

企業間取引ネットワークにおいて，企業はノードで，発注社企業から受注社企業の取引の関係は有向のリンクで表される（図 1）．また RESAS で利用されているような企業間取引ネットワークは，日本国内の約 70 万社の企業（ノード）と 450 万本の企業間取引（リンク）をもつ大規模なネットワークである．このような多数のノードとリンクで構造化されたデータを解析する数

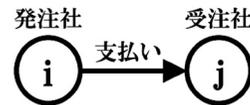


図 1 ネットワークの構成単位とその意味

理分野は，論文の共著関係 [1] や World-Wide-Web のハイパーリンク [2]，蛋白質の反応関係 [3] などをはじめとしたさまざまな対象に適用され，この 20 年で大きく開花している．

経済物理学は，特に経済・社会現象に対し，普遍性の高い実証的かつ理論的な解析を物理学の視点から行うことで現象を深く理解し，その現象の評価や予測を行う研究分野であり，ビッグデータ解析の先駆けとなる研究を 1990 年代後半から展開している．本稿では特に企業間取引ネットワークの統計的性質に鑑みて行われている，ネットワークの成長過程とネットワーク上の輸送問題，およびネットワーク構造の頑強性評価に関する研究をそれぞれ紹介する．

以降の企業間取引ネットワークの解析には，主に株式会社帝国データバンク (TDB)³から提供された 1994 年から 2014 年の 21 年分の企業データベースを利用して．たとえば 2014 年 1 月時点のデータから生成された企業間取引ネットワークには，702,736 社 4,458,564 取引（金融保険業を除く）が収録されている．総務省

ごとう はやと，たかやす みさこ
東京工業大学総合理工学研究所知能システム科学専攻
〒 226-8502 神奈川県横浜市緑区長津田町 4259 G3-52

¹ <http://www.kantei.go.jp/jp/singi/sousei/>

² <https://resas.go.jp/>

³ <http://www.tdb.co.jp/index.html>

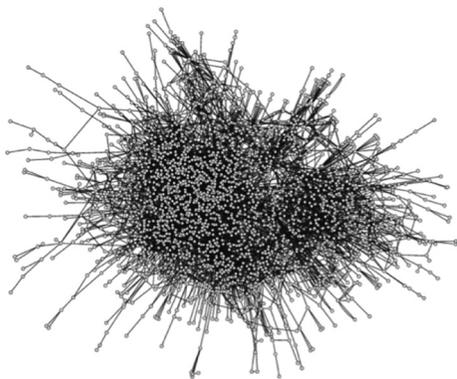


図2 佐賀県内の取引に限定して可視化した企業間取引ネットワーク

統計局⁴が公表している日本の法人企業数約170万社と比較すると約半数弱の収録率となる。データベースに収録されている企業の総売上高は約1,230兆円（金融保険業を除く）であるが、2005年時点の財務省法人企業統計年次別調査⁵による日本全国の全企業（金融保険業を除く）の総売上高は1,500兆円であり、日本企業の統計的な性質やダイナミカルな変化を探るには十分なデータである。

2. 企業間取引ネットワークの特徴

企業間取引ネットワークの構造は、2007年にTakayasu et al. [4, 5]が行った解析などにより、以下のような性質をもつ複雑ネットワーク（図2）であることが示されている。

1. スケールフリー性：リンクが集中し、桁違いに大きなリンク数を有するハブと呼ばれる少数のノードが無視できない性質

図3は、2014年1月時点の企業間取引ネットワークの累積のリンク数の分布（次数分布）であり、○が出次数、×が入次数、点線が1.4の傾きを示す。次数分布が指数1.4程度のべき分布に従うスケールフリー性をもつネットワークである。

2. スモールワールド性：強連結成分において、任意の2ノード間の最短経路長に介在する平均ノード数がネットワークサイズに比べて小さい性質

企業間取引ネットワークは数十万ノードから構成されるネットワーク構造であるが、その平均経路長はおおよそ5.6と短い。スモールワールド性については、1960年代にMilgramが行ったスモールワールド実験が非常

⁴ <http://www.stat.go.jp/data/e-census/2012/kakuho/gaiyo.htm>

⁵ <http://www.mof.go.jp/pri/reference/ssc/results/>

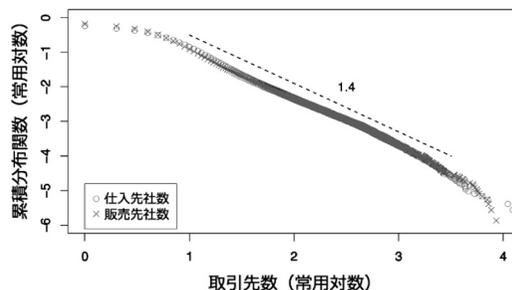


図3 企業間取引ネットワークの累積次数分布（両対数軸）[4]

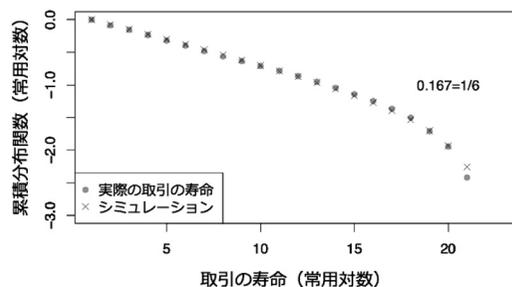


図4 企業間取引の寿命分布（片対数軸）[7]

に有名である [6]。それによると、“友達の友達が、友達”という関係性を用いると、人間関係およそ6人程度の直接の友達関係を經由すれば、社会の大部分とつながるという解釈である。社会学的に知られている人と人との複雑な関係性に見られる“6次の隔たり”が、企業間取引ネットワークでも観測されることが大変興味深い。

もちろん、日本の企業間取引ネットワークの構造は経年変化しているので、その経年変化を追いかけてみるとさらに新たなことが見えてくる [7]。このデータベースには、起業した企業を反映して新しいノードが毎年加えられる。また、倒産してしまう企業もあるので、ネットワークのデータベースから消えてしまうノードもある。さらに、企業同士が合併したり、分社が行われたりする様子も観測できる。この20年間のネットワークの経年変化を観測してわかることは、全企業数（ノード数）のゆらぎはかなり定常的⁶であり、創業・倒産・合併企業数の比はどの年もおおよそ5:3:2程度であるということである。また企業間取引に関して、全取引数（リンク数）はほぼ定常的であるが、毎年約15%程度の取引ができたり消えたり、変化している。図4は、●が実際の取引継続年数で、×が期待値を

⁶ 時間的な平均値からのばらつきが一定してほぼ変わらないこと。

6年とした指数分布で上限を21年に設定したシミュレーション結果を示しており、双方の分布はよく適合する。つまり、取引の寿命は平均6年の指数分布で近似できる。さらに、平均的には企業の取引数は創業年数に対して指数関数的に増加する[8]。まずこのような複雑ネットワークの形状変化の時間発展を記述する研究に注目し、次に解説する。

3. ネットワークの成長過程

ネットワークが経年変化していく過程に注目した数理研究は盛んに行われている。特にスケールフリー性を再現するネットワークの成長モデルは、1999年にBarabasi and Albertにより提案されたBAモデルが有名である[9]。BAモデルは、任意の形状のネットワークから出発して、1ステップごとに新規のノードを既存のネットワークにつなげている。そのとき、“既存のネットワーク上において次数を多くもつノードほど、新しく追加されるノードに接続されやすくなる”という、優先的接続性と呼ばれるルールを導入している。つまり、既存のネットワーク上に存在する次数 k_i のノード i が新規ノードに接続される確率（優先的接続確率） $\Pi(k_i)$ は、全ノードの次数の総和 $\sum_j k_j$ に占める割合で決定されるので、式(1)のように設定される。

$$\Pi(k_i) = \frac{(k_i + 1)}{\sum_j (k_j + 1)} \quad (1)$$

ネットワークにノードを追加し続けるだけのシンプルなアルゴリズムであるが、次数の累積分布が2乗のべき則に従うスケールフリーネットワークを生成することができる。

ここで、システムの大きさを表す典型的な量として全ノード数を考えると、時間発展する中でノードを増やすプロセスと減らすプロセスに分解して考えることができる。BAモデルでは、ノードの生成のみを毎ステップ考えるので、時間とともにノード数が増加するという非定常な状態をモデル化している。一方、企業間取引ネットワークは、先にも述べたように、創業（ノード生成）・倒産（ノードの消滅）・合併企業数（ノードの合体）が5:3:2であり、ノードの生成と消滅がほぼバランスしている。このように、現実のネットワークには、定常的な状態にあるものも多い。そこで次に、ノードの消滅を考慮したモデルを紹介する。

2006年にMoore et al.は複雑ネットワークの成長モデルにノードの生成だけでなく、ノードの消滅という素過程⁷を加えたモデルを提案した（Mooreモデル）

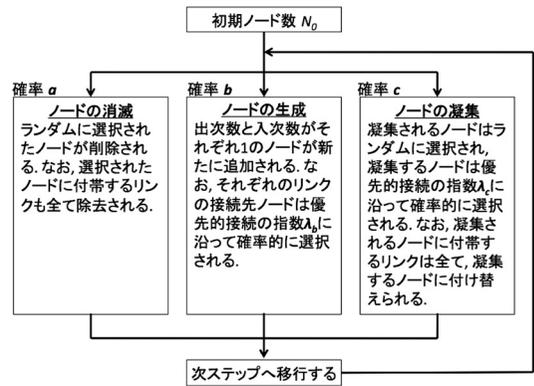


図5 MTTモデルのフロー図

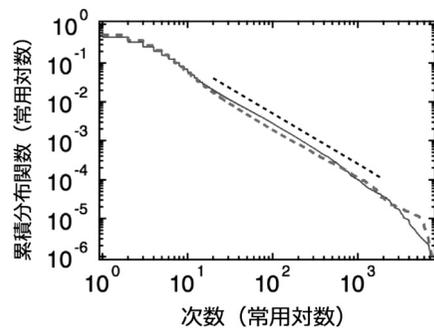


図6 MTTモデルでのシミュレーション結果の累積次数分布（両対数軸）[8]

[10]。これはWorld-Wide-WebにおいてWebサイトが日々生成されたり消滅したりするようなネットワークの時間発展を表現したモデルである。Mooreモデルでは、ノードの消滅確率と生成確率を導入することによりBAモデルを拡張した。ノードの消滅確率を調整することでべき乗に従う次数分布を生成することができる。しかし生成できる累積分布のべき指数は2以上であり、企業間取引ネットワークでの観測値である1.4乗は再現できない。また、一企業当たりの平均取引社数は創業年数に対して指数関数的に増加する、などのデータ解析から見られる性質が説明できないなど、企業間取引ネットワークのモデルとしては十分でない。

以上を踏まえ、2012年にMiura, Takayasu and Takayasuはネットワークの成長の素過程にノードの生成および消滅に加え、凝集を考慮したモデルを提案した（MTTモデル）[8]。図5のフロー図のように、MTTモデルではネットワークの素過程をノードの消滅、生成および凝集で表現する。このとき、ノードの

⁷ 系の構成挙動を最も基本的な反応に分解して考えた際の要素のこと。

生成時および凝集時の優先的接続確率は式 (1) のようにノードの次数 k の大きさに線形比例するとは限らないと考え、Krapivsky et al. [11] が考案した非線形な優先的接続性をモデルに組み込んでいる。

$$\Pi(k_i) = \frac{(k_i^\lambda + 1)}{\sum_j (k_j^\lambda + 1)} \quad (2)$$

よって MTT モデルは各素過程への遷移確率 a, b, c かつ生成および合併時における優先的接続の指数 λ_b, λ_c がパラメータである。ランダムに選んだノードと、優先的接続で選んだノードを合体し一つのノードとみなす凝集効果 (合併) を加味したことにより、BA モデルや Moore モデルを包括しながら、企業間取引ネットワークに現れる特性を再現することができる。ネットワークの素過程であるノードの消滅、生成および合併の発生確率をそれぞれ a, b, c とおいた場合、 $b = 1, c = 0$ のとき BA モデルに、 $c = 0$ のとき Moore モデルに対応する。このモデルでは、企業間取引ネットワークが満たすべき乗の次数の累積分布が生成できる。図 6 は MTT モデルでのシミュレーションで生成されたネットワークの累積次数分布であり、点線が出次数、実線が入次数を示している。実際の企業間取引ネットワークと同等の分布が再現できている。また、次数が時間の指数関数で増加するという特徴も凝集効果を導入することによって再現できている。複雑ネットワークの成長過程において凝集 (合併) が重要な役割を担っていることが示された。

しかし、MTT モデルで現実の次数分布を再現するパラメータは、ノードの消滅、生成および合併の発生確率をそれぞれ $a = 0.2, b = 0.5, c = 0.3$ とした場合であり、前述のように合併企業のデータが利用可能となった現在、データから観測した値 $3:5:2$ と若干異なる。MTT モデルは、企業ネットワークの成長プロセスをおおざっぱに説明するモデルではあるが、実際のネットワークはさらに複雑な効果が働く。優先的

接続について MTT モデルでは、創業企業の場合も合併企業の場合も次数に比例する確率で接続相手や合併相手を選択している。当時のデータは創業企業が合併企業かの判別ができなかったため、優先的接続の指数はそれぞれ 1.0 と見積もられているが、最近の詳細なデータを用いると、両者を判別して見積もることができる。

図 7 は、Jeong et al. [12] が考案した累積関数の式 (3) を用いて観測した、創業企業と合併企業の $\kappa(k)$ の分布となっている。

$$\kappa(k) = \int_0^k \frac{Q(k)}{N(k)} dk \sim k^{\alpha+1} \quad (3)$$

$Q(k)$ は新しく追加されるノードのリンクが次数 k のノードに接続する確率を、 $N(k)$ は次数 k のノード数を示す。よって $Q(k)/N(k)$ は次数 k のノードの優先的接続確率となり、これを積分した値 $\kappa(k)$ の指数を見積もることで優先的接続確率の指数 λ を推定することができる。●が創業企業の接続先企業の出次数、×が入次数、▲が合併企業の接続先企業の出次数、◆が入次数を示す。どちらも比例ではない関係が観測できる。また、大きい取引数をもつ企業に接続しやすい傾向は、創業企業のほうが合併企業よりも強く観測されることが理解できる。合併時にどの企業を吸収するか選択する際と、創業時にどの企業をパートナーとするか選択する際に、意思決定のプロセスは異なっていると考えるのが自然である。直感的にも理解しやすい形でモデルを発展させるべきであろう。

また MTT モデルでは、企業はランダムに倒産すると考えるが、実際の企業倒産はランダムに起こるわけではないし、一企業の倒産が別の企業の倒産を引き起こすなど、取引関係から伝搬する影響は無視できない。そこで次に、企業間取引ネットワークの相互作用を解明するために、取引額が企業の規模を表す定量的な数値とどのような関係があるのかを示す。

4. ネットワーク上の輸送問題

企業間取引ネットワークには約 70 万社 450 万取引 (金融保険業を除く) が収録されているが、そのうちの約 6 万取引にのみ実際の取引額が記載されている。つまり、残り 444 万取引の取引額を知るには、データから合理的に推定する必要がある。このような問題は、ネットワーク上の輸送モデルに関する研究ととらえることができる。

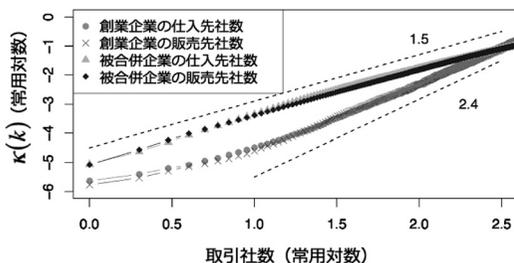


図 7 創業企業と合併企業が接続した企業の累積次数分布 (両対数軸) [7]

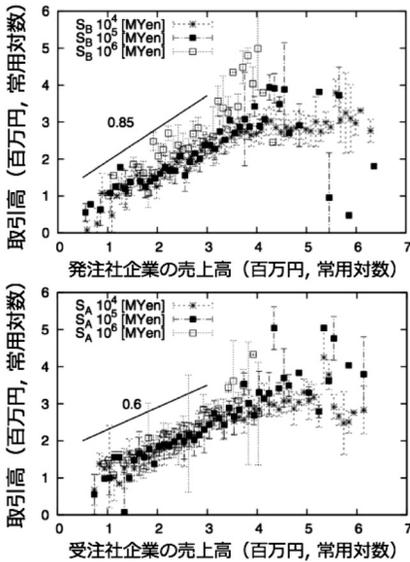


図 8 発注社企業および受注社企業の売上高と実際の取引高の散布図（両対数軸）[15]

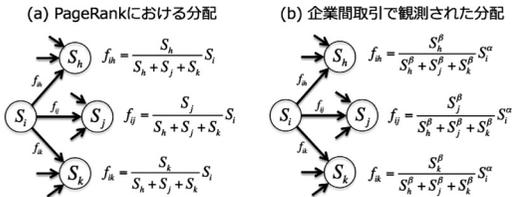


図 9 PageRank における分配と企業間取引ネットワークで観測された分配のイメージ図

ネットワーク上の輸送モデルとして馴染み深いのは、Google の検索エンジンでウェブページの順位づけに使用されている基本アルゴリズムとして有名な PageRank [13] であろう。これはウェブページとハイパーリンクをそれぞれノードとリンクとみなしたネットワーク上を遷移するランダムウェブサーファーマデルであり、物理的にはネットワーク上の熱拡散ととらえることができる。大西ら [5] は、企業間取引ネットワークで算出した各企業の PageRank スコアとその成長率に正の相関が有意にあることを確認している。また Watanabe et al. [14] や Tamura et al. [15, 16] は、企業間でやり取りされる取引金額の大きさが発注社企業と受注社企業の規模に比例することをデータから観測し、企業間で取引されるお金の量と発注社企業と受注社企業の売上高の関係式 (4) を発見した [15]。

$$flux(A \rightarrow B) \propto S_A^\alpha S_B^\beta \quad (4)$$

左辺が企業 A から企業 B へ流れるお金の量を示し、右

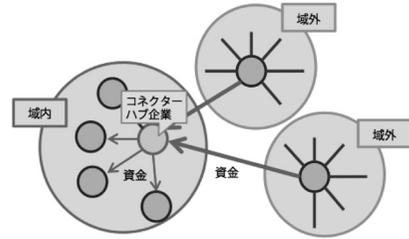


図 10 コネクター・ハブ企業のイメージ図 [19]

辺が企業 A の売上高 S_A の α 乗と企業 B の売上高 S_B の β 乗の積を示す。

図 8 は、実際の取引高と企業の売上高を比較した図である。縦軸が発注社企業から受注社企業へ流れるお金の量を示し、上図の横軸は発注社企業の売上高を、下図の横軸は受注社企業の売上高を示す。それぞれの分布が 0.85 と 0.6 のべき則に従うことから、式 (1) における $\alpha = 0.85$, $\beta = 0.6$ となる関係性が観測されるので、PageRank と異なり非線形な分配が行われていることがわかる。

このような二体間の相互作用がそれぞれのスカラー量の積で決まる則は重力則と呼ばれ、国家間の貿易 [17] や都市間における交通量 [18] などの社会現象でも観測されている普遍的な性質である。これを基に、高安らは関係の非線形性を考慮した PageRank の分配則とは異なる実社会に合うモデルを提案した (図 9)。彼らのモデルから推定された企業間でやりとりされる取引額は上述の地域経済分析システムに搭載 [19] され、“コネクター・ハブ度”の算出などに用いられており、社会貢献性も高い。コネクター・ハブ度とは、域外から域内へどれだけお金を循環させているかを測る指標である。この度数が高い“コネクター・ハブ企業” (図 10) は、域外へ多く販売し、域内から多く仕入れを行うことで自地域の経済循環を活性化させる、地域貢献度の高い企業である。

5. ネットワーク構造の頑強性評価

ネットワークからノードやリンクを取り除いていき、ネットワークが崩壊する現象を調べる研究は、物理学ではパーコレーション [20] と呼ばれている。特にスケールフリーネットワークでは、ランダムなノードもしくはリンクの除去に対しては頑強であるが、優先的なハブの除去に対しては脆弱であることが報告されている [21]。スケールフリーネットワークの一つである企業間取引ネットワークにおいても、各地域や各産業の構造頑強性を定量的に把握できたり、どのような崩

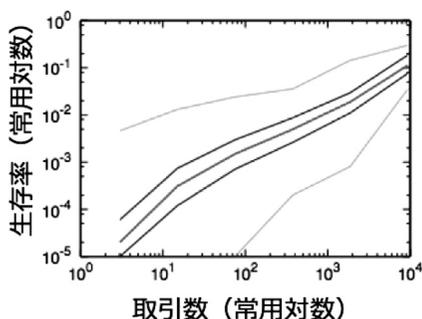


図 11 企業の取引数と生存率（両対数軸）[22]

壊攻撃に弱いのかをシミュレーションにより理解できたりすることは、社会的にも有用である。

Kawamoto et al. [22, 23] は企業間取引ネットワークを用いて、ランダムに企業間取引を除去していくシミュレーションを行うことで、企業間取引ネットワークが崩壊に至る臨界点付近でのクラスターサイズの振る舞いなどを確認した。そして企業ごとの生存率を、このシミュレーションを 10 万回繰り返し行い、臨界点付近において各企業がネットワークの最大クラスターに属していた回数から定義し、かつこのときのネットワーク構造を調べることで、企業の頑強性⁸とネットワーク構造との関係性を調べた。図 11 は企業の取引数と生存率の関係性を示しており、各折れ線は上から順に、生存率の最大値、75%点、中央値、25%点、最小値である。取引数を多くもつ企業ほど生存率は高くなるが、企業がどのような企業間取引ネットワーク上の位置にあるかによってその生存率にゆらぎが出る。このとき、取引により隣接する企業の生存率を用いた平均場⁹的な定式化を行うことで、企業の生存率が隣接企業の生存率の和で説明できることを理論的に示した。つまり、取引により隣接する企業の生存率が高ければ自身も生存率が高い頑強な企業となることができる。

なお各企業には住所情報が付帯されているので、生存率上位 10,005 社を抽出した際に各都道府県に何割の企業が抽出されるかといった指標を基に、都道府県ごとの企業間取引ネットワーク構造の頑強性を評価することもできる。図 12 は Kawamoto et al. のシミュレーション結果を用いて都道府県ごとに頑強性を可視化したものであり、色が濃いほど頑強性が高いことを示す。東京都や大阪府、愛知県、福岡県といった企業



図 12 都道府県ごとに頑強性を可視化した図 [22]

が集積している地域はもちろん、そこに隣接する神奈川県や兵庫県、三重県、山口県といった地域も頑強性が高い。一方、山梨県や長野県、九州の南部といった、巨大な経済圏からやや離れた位置にいる地域の頑強性はあまり高くない。たとえば、頑強な地域に立地する企業とのビジネスマッチングによる地域の産業構造の強靱化を図るなどの施策の必要性が、定量的に示唆される結果となった。このように、地域ごとの産業構造の頑強性を測る一指標として応用できる。

6. おわりに

本稿では、複雑ネットワークの一つである企業間取引ネットワークを取り上げ、その統計的性質や関連する研究を紹介した。特に企業間取引ネットワークに着目して行われたネットワーク上の輸送問題、ネットワーク構造の頑強性評価、およびネットワークの成長過程の最近の研究成果を紹介した。

本稿では取り扱わなかったが、複雑ネットワーク上の自己組織化臨界性に関する研究も興味深い。自己組織化臨界性とは系が自然に臨界的になることを言い、たとえば Bak and Wiesenfeld [24] の砂山モデルが有名である。彼らは任意のサイズの正方形格子にランダムに砂をふりかけ、ある一定以上砂が積み上がった格子は雪崩を起こし、周辺格子に砂をばらまくようなシミュレーションを行うことで、その雪崩のサイズ分布と、時間に対する雪崩の頻度分布が、それぞれべき乗則に従うことを発見した。これを企業間取引ネットワークの観点から見ると、連鎖倒産に代表される企業間の影響波及ととらえることができ、系の構造から組織の危険度を把握することができる。われわれの取り組みは、本稿で紹介したような複雑ネットワークに関する各研究をそれぞれ独立ではなく一体としてとらえ、実証的かつ理論的にその普遍性を解析することを目的としている。このような研究により、頑強で持続可能な産業の発展シナリオのシミュレーションや、さまざまな環境

⁸ 系の外的変化への対応力。このシミュレーションにおいては、上記で定義した企業の生存率が高いほど、企業の頑強性は高い。

⁹ 多体関係を一体関係に近似すること。

の変化による経済活動への影響の推定を行うことが実社会においても可能となり、データ駆動型意思決定社会において重要なツールとなるであろう。

謝辞 JSPS 科研費 24540395, JSPS 科研費 26310207 および東京工業大学帝国データバンク先端データ解析共同研究講座による助成に基づいた研究である。

参考文献

- [1] A.-L. Barabasi, H. Jeong, Z. Neda, E. Ravasz, A. Schubert and T. Vicsek, “Evolution of the social network of scientific collaborations,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **311**, pp. 590–614, 2002.
- [2] R. Albert, H. Jeong and A.-L. Barabasi, “Internet: Diameter of the world-wide web,” *Nature*, **401**(6749), pp. 130–131, 1999.
- [3] H. Jeong, S. P. Mason, A.-L. Barabasi and Z. Neda, “Lethality and centrality in protein networks,” *Nature*, **411**(6833), pp. 41–42, 2001.
- [4] M. Takayasu, S. Sameshima, T. Ohnishi, Y. Ikeda, H. Takayasu and K. Watanabe, “Massive economics data analysis by econophysics methods – the case of companies’ network structure,” *Annual Report of the Earth Simulator Center*, p. 263, 2007.
- [5] 大西立顕, 高安秀樹, 高安美佐子, “企業間ネットワークの数理構造,” *応用数理*, **20**(3), pp. 37–49, 2010.
- [6] S. Milgram, “The small-world problem,” *Psychology Today*, **2**, pp. 60–67, 1967.
- [7] H. Goto, H. Takayasu and M. Takayasu, “Empirical analysis of firm-dynamics on Japanese interfirm trade network,” In *Proceedings of the International Conference on Social Modeling and Simulation, plus Econophysics Colloquium 2014*, 2015 (to appear).
- [8] W. Miura, H. Takayasu and M. Takayasu, “Effect of coagulation of nodes in an evolving complex network,” *Physical Review Letters*, **108**(16), 168701, 2012.
- [9] A.-L. Barabasi and R. Albert, “Emergence of scaling in random networks,” *Science*, **286**(5439), pp. 509–512, 1999.
- [10] C. Moore, G. Ghoshal and M. E. J. Newman, “Exact solutions for models of evolving networks with addition and deletion of nodes,” *Physical Review E*, **74**(3), 036121, 2006.
- [11] P. L. Krapivsky, S. Redner and F. Leyvraz, “Connectivity of growing random networks,” *Physical Review Letters*, **85**, pp. 4629–4632, 2000.
- [12] H. Jeong, Z. Neda and A.-L. Barabasi, “Measuring preferential attachment in evolving networks,” *Europhysics Letters*, **61**, pp. 567–572, 2003.
- [13] S. Brin and L. Page, “The anatomy of a large-scale hypertextual Web search engine,” *Computer Networks and ISDN Systems*, **30**, pp. 107–117, 1998.
- [14] H. Watanabe, H. Takayasu and M. Takayasu, “Biased diffusion on Japanese inter-firm trading network: Estimation of sales from network structure,” *New Journal of Physics*, **14**(4), 043034, 2012.
- [15] K. Tamura, W. Miura, M. Takayasu, H. Takayasu, S. Kitajima and H. Goto, “Estimation of flux between interacting nodes on huge inter-firm networks,” *International Journal of Modern Physics: Conference Series*, **16**, pp. 93–104, 2012.
- [16] 田村光太郎, 高安美佐子, “企業間取引ネットワーク上でのお金の流れのモデル化とシミュレーション,” *シミュレーション*, **33**(4), pp. 16–22, 2014.
- [17] J. Tinbergen, “An analysis of world trade flows,” *Shaping the World Economy*, pp. 1–117, 1962.
- [18] R. Piermartini and L. Rousova, “Liberalization of air transport services and passenger traffic,” World Trade Organization, Economic Research and Statistics Division, Staff Working Paper ERSD-2008-06, 2008.
- [19] 経済産業省中小企業庁, 2014 年版中小企業白書・調査報告書, pp. 533–545, 2014.
- [20] D. Stauffer and A. Aharony, *Introduction to Percolation Theory*, CRC press, 1994.
- [21] R. Albert, H. Jeong and A.-L. Barabasi, “Error and attack tolerance of complex networks,” *Nature*, **406**(6794), pp. 378–382, 2000.
- [22] H. Kawamoto, H. Takayasu, H. J. Jensen and M. Takayasu, “Precise calculation of a bond percolation transition and survival rates of nodes in a complex network,” *PLoS ONE*, **10**(4), e0119979, 2015.
- [23] H. Kawamoto, H. Takayasu and M. Takayasu, “Analysis of robustness for a Japanese business relation network by percolation simulation,” In *Proceedings of the International Conference on Social Modeling and Simulation plus Econophysics Colloquium 2014*, 2015 (to appear).
- [24] P. C. T. Bak and K. Wiesenfeld, “Self-organized criticality: An explanation of the $1/f$ noise,” *Physical Review Letters*, **59**(4), p. 381, 1987.