時空間ホテリングモデルと小売業における新聞売り子問題

三道　弘明，小出　武，木庭　淳

一般に消費者は，小売店舗を訪問する際に，到着時刻での商品在庫が存在する確率を考えて，訪問するかどうかの行動を決定する．一方，消費者の行動が商品の需要量を決定し，小売は需要分布に応じて仕入れ量を決定する．本稿では消費者と小売のこのような関係を表現した新聞売り子問題のモデルを提案した．そこでは，消費者と小売店舗の相互に依存した意思決定問題をゲームとして捉え，その均衡解の存在を示した．これにより，小売と消費者の双方が，閉店間際の在庫存在確率に対してそれぞれの値を要求するという構造が存在することを示すことができた．さらに小売と最も遠方の消費者が要求する閉店間際の在庫存在確率の大小が均衡解の構造を決定することをも明らかにした．

キーワード：時空間ホテリングモデル，出発時刻分布，最遅到着時刻，需要分布，新聞売り子問題

1. はじめに

新聞売り子問題は，製品寿命の短い財（商品や部品）の適切な仕入れ量（や生産量）を決定する問題であり，
(1) 過剰に仕入れると財が売れ残り，
(2) 仕入れ量が少ないと品切れが発生するために，
両者のトレードオフを図ろうとするものである．

このような問題は我々の身の回りにも存在しており，コンビニエンスストアのおにぎりや弁当の仕入れ量，大学の授業で配る資料の準備量，銀行の ATM 用に確保すべきキャッシュボックスの数 [1] などがこれに該当する．

新聞売り子問題は長い歴史を有しており，Edgeworth [2] が銀行の問題を論じたのが最初と言われている．それからかなりの年月を経て Arrow [3], Whitin [4] がその数理モデルの基礎を築き上げた．以来，様々なモデルが構築されて今日に至る．20 世紀の文献については Khouja [5] や Petruzzi and Dada [6] に多数の文献がレヴューされており，サプライチェーンに関する数理モデルにおいても新聞売り子問題のそれを利用したものが多い [7〜13]．比較的近年の文献をも含めたレヴューについては [14] があり，またリスク管理の観点からの研究も少なくない [15〜23]．

さんどう　ひろあき
大阪大学大学院経済学研究科
〒 560–0043 大阪府豊中市待兼山町 1–7
こいで　たけし
甲南大学知能情報学部
〒 658–8501 兵庫県神戸市東灘区岡本 8–9–1
きにわ　じゅん
兵庫県立大学大学院経済学研究科
〒 651–2197 兵庫県神戸市西区学園西町 8–2–1

新聞売り子問題は，生産現場の問題を扱うものと，小売りの現場の問題を取り上げたものとに大別できる．両者の違いは様々に考えられるが，決定的な違いの一つに次がある．前者においては，品切れ個数は容易に把握可能であるが，後者では，品切れ個数を正確に把握するのは困難である．

前者においては，例えば下請け企業が元請企業から部品の注文を受けたとき，注文数と在庫数の差が正であればそれが品切れ個数であり，瞬時に品切れ個数を把握可能である．なお，不足分は特急ジョブとして生産することで対応できる場合も多く，この特急ジョブとしての対応に関わる費用が品切れ費用であると考えることができる．

これに対して後者は，もう少し厄介である．小売店舗において，店員がある時刻にある商品が売り切れていることに気づいた場合について考えてみよう．その時点で，すでに何人かの顧客が当該商品を求めて店舗を訪問したものの，それが売り切れているために代替商品を購入したかもしれない．あるいは，何人かの顧客は諦めて何も購入しないまま店舗から立ち去ったかもしれない．品切れ個数を正しく把握するには，このような数値をも適切に捉える必要があるが，これは無理難題というものである．

2. 時空間ホテリングモデル

2.1 小売業における新聞売り子問題

以上に概観したように，新聞売り子問題における品切れは様々な状況が考えられ，問題に応じて慎重に取

り扱うべきである．ここで，齋藤 [24] は，品切れ費用のようなパラメータを導入するのではなく，需要分布が下方にシフトすると仮定したモデルを提案した．これは，Anupindi and Bassoki [25] が主張するように，消費者は品切れに遭遇したときに他店舗へ移動するというマーケットリサーチの行動をとることを根拠としている．

そこでは，需要量が少ない場合の需要分布と多い場合のそれの 2 通りを想定し，品切れ率がある閾値を超えた場合には，次の期には需要量が少ない場合の需要分布に下方シフトし，品切れ率がある閾値未満の場合には元の需要の多い需要分布に戻ると仮定し，提案のモデルと品切れ費用を導入したモデルの比較を行い，提案モデルの妥当性を主張している．

一方，三道，木庭，小出 [26] も，小売りを対象として，消費者は一度品切れを経験すると，次回以降しばらくの期間，品切れを経験した時刻以降には店舗を訪問しないという仮定のもと，様々なシミュレーションを通して品切れが需要分布の下方シフトに及ぼす影響について考察している．そこでは，品切れが需要分布の下方シフトに大きく影響することを明らかにしたうえで，品切れが発生した時刻によって影響の大きさが異なることをも示唆している．さらに，小売における新聞売り子問題をより適切に扱うには，消費者が店舗に到着する時刻を明示的に考慮する必要性を主張している．

このような観点から，Hosseinipour and Sandoh [27] は消費者の店舗への到着時刻を陽に考慮したモデルを提案し，最適営業時間の存在について議論している．また Sandoh，Koide，Kiniiwa [28] は，消費者の到着時刻を明確に表現した時空間ホテリングモデルを提案し，小売業における複占市場の分析を行っている．

本研究では時空間ホテリングモデルを下に，消費者が店舗に到着する時刻ばかりでなく，

- 到着した時点での商品在庫が存在する確率を考慮した消費者の行動と
- 消費者の行動を考慮した小売りの仕入れ量

の双方を組み入れたモデルを提案し，そのナッシュ均衡の存在について考察する．

2.2 時空間ホテリングモデル

ここでは独占市場を考えることとし，図 1 にその時空間ホテリングモデルを示す．図 1 では，横軸 $[0,1]$ 上に同質な消費者が一様に分布しており，1 日 24 時間を縦軸 $[0,1]$ で表している．小売り店舗は横軸 $[0,1]$ 上の点 0 に位置しており，その営業時間は $[t_o, t_c]$ である．

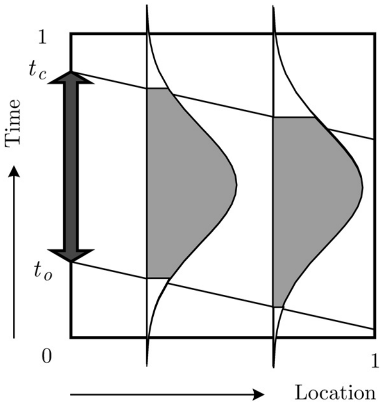

図 1　Space-time Hotelling model

ただし，$0 < t_o < t_c \leq 1$ が成立するものとする．次いで，各消費者は互いに独立に同一の出発時刻分布をもっており，その密度関数を $g(\tau)$ で表す．さらに，消費者の移動速度を $\lambda(> 0)$ で表し，解析の煩雑さを避ける目的で $\lambda t_o > 1$ を仮定する．

以上のような仮定の下では，地点 $x \in [0,\ 1]$ の消費者が営業時間中に小売店舗を訪問できる確率は

$$\int_{t_o - \frac{x}{\lambda}}^{t_c - \frac{x}{\lambda}} g(\tau) d\tau$$

で与えられる．図 1 には，居住地の異なる二人の消費者のそれぞれの出発時刻分布を示してあるが，その陰影部分の面積が上の確率に該当する．

一般に，時刻 $t \in [t_o, t_c]$ で店舗に在庫が存在する確率は，それまでに店舗を訪問し，商品を購入した消費者数によって決まることから，以下では在庫が店舗に存在する確率が時刻 t に依存したモデルの構築を試みる．

3. 需要分布

3.1 消費者の行動

$x \in [0,1]$ に居住する消費者が店舗を訪問し，商品を購入した場合の効用は

$$U(x) = u_0 - p - \frac{\kappa x}{\lambda}$$

である．ここに，u_0 は商品の価値，p は価格，κ は消費者の単位距離当たりの移動費用であり，$\kappa < u_0 - p$ を仮定する．一方，商品が品切れであり，何も購入せずに帰宅する場合の効用は

$$U(x) = -\frac{\kappa x}{\lambda}$$

である．ここで，地点 x に居住する消費者が時刻 $t \in [t_o, t_c]$ に店舗に到着した時点で在庫が存在する確率を

$q_x(t|\hat{Q})$ と書くこととし，$q_x(t|\hat{Q})$ は t の減少関数であると仮定する[1]．また，$\hat{Q}$ は店舗の在庫量 Q に対して消費者が思い描いている値を表す[2]．

このとき，地点 x の消費者の期待効用は

$$U(x) = q_x(t|\hat{Q})(u_0 - p) - \kappa x$$

であることから，$\alpha(x)$ を

$$\alpha(x) := \frac{\kappa x}{\lambda(u_0 - p)}$$

のように定義すると，この消費者が到着時刻 t の訪問を計画する場合，到着時点で在庫が存在する確率 $q_x(t|\hat{Q})$ が

$$q_x(t|\hat{Q}) \geq \alpha(x) \tag{1}$$

を満たせば，時刻

$$t - \frac{x}{\lambda}$$

に居住地を出発して店舗に向かう．ここで，$\alpha(x)$ は $x \in [0, 1]$ に関して単調増加であり，その値域は

$$\left[0, \frac{\kappa}{\lambda(u_0 - p)}\right]$$

であることがわかる．

一方，到着時刻が t であるときに在庫が存在する確率が $\alpha(x)$ 未満であれば，消費者は時刻 t に到着するような行動はとらず，到着時点での在庫存在確率が $\alpha(x)$ に等しくなる

$$q_x^{-1}\left(\alpha(x)\middle|\hat{Q}\right)$$

以前に到着するよう，居住地を出発する．

ここで，$q_x(t|\hat{Q})$ は t の減少関数であると仮定しているので，式 (1) を満たす最大の時刻を $t_A^L(x)$ と書き，これを消費者 $x \in [0,\ 1]$ の最遅到着時刻と呼ぶ．さらに到着時刻が $t_A^L(x)$ となるような出発時刻

$$t_D^L(x) = t_A^L(x) - \frac{x}{\lambda}$$

を，消費者 $x \in [0,\ 1]$ の最遅出発時刻と呼ぶ．

以上のことから，時刻 t までに店舗に到着することを意図した消費者が，地点 x を出発する時間区間は

$$\left[t_o - \frac{x}{\lambda},\ \min\left(t, t_A^L(x)\right) - \frac{x}{\lambda}\right]$$

[1] のちに $q_x(t|\hat{Q})$ は t の減少関数であることがわかる．
[2] $\hat{Q}$ は，均衡解 Q^{**} が存在すればその値をとる．

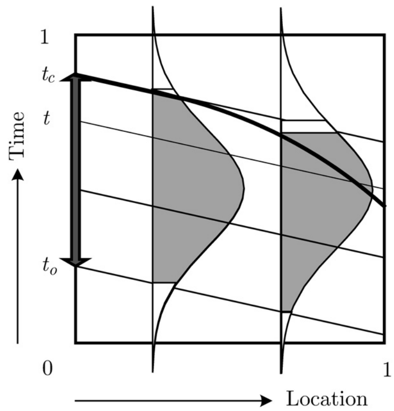

図 2　Departure probability of each individual consumer

であることがわかる．図 2 は，居住地の異なる 2 人の消費者の出発時刻分布と，彼らが時刻 t_o から $t \in [t_o.t_c]$ までに店舗を訪問しようとしたときの，出発時間区間を表したものである．太い実線で描かれた曲線は，消費者の最遅出発時刻を表している．ここで $x = 1$ の近くに居住する消費者の出発時刻に注目すると，当該消費者は在庫存在確率が小さい閉店時刻 t_c 直前に到着するような行動はとらず，それより早い最遅到着時刻をもっていることが読み取れる．なお，陰影部分の大きさが，各消費者が店舗を訪問する確率を表している．

以上のことから，この消費者が時刻 t までに店舗に到着すべく居住地を出発する確率は，

$$\rho(x, t|\hat{Q}) = \int_{t_o - \frac{x}{\lambda}}^{\min\left(t, t_A^L(x)\right) - \frac{x}{\lambda}} g(\tau) d\tau \tag{2}$$

で与えられる．

ここで次のような命題が成立する．

命題 1.　$\rho(x, t|\hat{Q})$ は t に関して非減少である．

3.2　需要分布

3.1 節の結果より，任意の消費者が時刻 $t \in [t_o, t_c]$ までに店舗を訪問する確率は

$$\rho(t|\hat{Q}) = \int_0^1 \rho(x, t|\hat{Q}) dx \tag{3}$$

で与えられ

$$\rho(t_o|\hat{Q}) = 0$$

である．

このとき次の命題が得られる．

命題 2.　$\rho(t)$ は t に関して増加である．

なお，以下では $\rho_{max}(x|\hat{Q})$ および ρ_{max} を次のように定義する．

$$\rho_{max}(x|\hat{Q}) := \int_{t_o - \frac{x}{\lambda}}^{t_c - \frac{x}{\lambda}} g(\tau) d\tau$$
$$\rho_{max} := \int_0^1 \rho_{max}(x, t|\hat{Q}) dx$$

このとき

$$\rho_{max} < 1$$

が成り立つことは言うまでもない．

ここで，確率変数 $X_i(t)$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ を互いに独立であり，その振舞が

$$X_i(t) = \begin{cases} 1, & \text{with probability } \rho(t|\hat{Q}) \\ 0, & \text{with probability } 1 - \rho(t|\hat{Q}) \end{cases}$$

となるよう定義すると，$X_i(t) = 1$ は $[0, 1]$ 上の任意の消費者 i が時刻 t までに店舗を訪問し，$X_i(t) = 0$ は店舗には向かわないことを意味している．

このとき Hotelling 市場の規模を n とすると，時刻 t までの需要量 $D(t)$ は

$$D(t) = \sum_{i=1}^{n} X_i(t)$$

で与えられる．ただし，一人の消費者は一つの財を購入するものとする．ここで，n が十分に大きいと確率変数 $D(t)$ の分布は $N(\mu(t|\hat{Q}), \sigma^2(t|\hat{Q}))$ で近似可能である．なお，t の定義域は

$$t_o \le t \le t_c$$

であり

$$\mu(t|\hat{Q}) = n\rho(t), \tag{4}$$
$$\sigma^2(t|\hat{Q}) = n\rho(t)[1 - \rho(t)] \tag{5}$$

である．

ここで次の命題が得られる．

命題 3. (i) $\mu(t|\hat{Q})$ は t の増加関数である．
(ii) $\sigma(t|\hat{Q})$ は，$0 \le \rho(t|\hat{Q}) \le 1/2$ で t の増加関数であり，$1/2 < \rho(t|\hat{Q}) \le 1$ において減少関数である．

以上，小売店舗における開店時刻から営業時間中の任意の時刻 $t \in [t_o, t_c]$ までの需要分布は，正規分布で近似可能であることを明らかにした．また，その平均および標準偏差は t の関数であり，平均は t に関して単調増加であるが，標準偏差は t に関して増加から減少に変化することも明らかとなった．

3.3 最遅到着時刻

3.2 の結果を踏まえると，地点 x に居住する消費者の最遅到着時刻 $t_A^L(x)$ は

$$q_x(t|\hat{Q}) = \Phi\left(\frac{\hat{Q} - \mu(t|\hat{Q})}{\sigma(t|\hat{Q})}\right) \ge \frac{\kappa x}{u_0} \tag{6}$$

を満たす最大の t であり，$\Phi(\cdot)$ は標準正規分布の分布関数を表す．

ここで，次のような命題が成り立つ．

命題 4. $\hat{Q} \le n$ が成立するとき $(\hat{Q} - \mu(t|\hat{Q}))/\sigma(t|\hat{Q})$ は t に関して減少関数である．

なお命題 4 は，任意の時刻 $t \in [t_o, t_c]$ における在庫存在確率 $\Phi((\hat{Q} - \mu(t|\hat{Q}))/\sigma(t|\hat{Q}))$ も t に関して減少関数であることを意味しており，$q_x(t|\hat{Q})$ が t の減少関数であることを保証するものである．このことは，消費者の到着時刻が遅くなればなるほど在庫存在確率が小さくなることを主張しており，現実を反映している．

また次の命題が成り立つ．

命題 5. 不等式 (6) を満たす最大の $t \in [t_o, t_c]$ はただ一つ存在する．

以上のことから，次の命題が言える．

命題 6. 小売店舗が仕入れ量を Q とするとき

(1) 消費者の行動パターンが需要量を決定する
(2) 需要分布に応じて各消費者が自身の行動パターンを決定する

ならば，消費者の行動パターン，需要分布が一意に定まる．

4. 小売り店舗の期待利益

消費者が 3 節に展開したような行動をとるならば，仕入れ量を Q としたときの営業時間 $[t_o, t_c]$ における需要分布は $N(\mu(t_c|\hat{Q}), \sigma^2(t_c|\hat{Q}))$ であることは前述したとおりである．小売が思い描く需要分布を $N(\hat{\mu}(t_c), \hat{\sigma}^2(t_c))$ と書くこととすると，小売の期待利益 $\pi(Q|\hat{\mu}(t_c), \hat{\sigma}^2(t_c))$ は

$$\begin{aligned} \pi(Q|\hat{\mu}(t_c), \hat{\sigma}^2(t_c)) = &-Qw \\ &+E[p\min(Q, D) \\ &+v(Q-D)^+ - c(D-Q)^+] \end{aligned} \tag{7}$$

で与えられる．ただし

$$(\,\cdot\,)^+ = \max(0, \,\cdot)$$

である．式 (7) の期待利益を最大にするのが新聞売り子問題であり，その最適仕入れ量 $Q=Q^*(\hat{\mu}(t_c),\ \hat{\sigma}^2(t_c))$ は，方程式

$$\Phi\left(\frac{Q-\hat{\mu}(t_c)}{\hat{\sigma}(t_c)}\right)=\frac{p+c-w}{p+c-v} \tag{8}$$

の解であることがよく知られている．ただし，p，w，v，c はそれぞれ販売価格，仕入れ価格，残存価値，機会損失を表す．

ここで注意すべきは，次の二つである．

(i) 式 (8) は，閉店間際での在庫存在確率に対して，右辺に指定された値を要求している．これは，消費者が時刻 $t\in[t_o,t_c]$ における在庫存在確率に対してある値以上を要求するのと基本的に同じ構造である．

(ii) 営業時間 $[t_o,t_c]$ 中の需要分布 $N(\hat{\mu}(t_c),\hat{\sigma}^2(t_c))$ がわかると，小売りはそれに応じて仕入れ量 Q を決定するが，この仕入れ量に応じて消費者の行動も変化し，さらに需要分布も変化することである．

さらに次のような命題が得られる．

命題 7. $t\in[t_o,t_c]$ に対し，$\Phi((Q-\hat{\mu}(t))/\hat{\sigma}(t))$ は Q に関して増加である．

5. 均衡解

初めに次の命題が得られる．

命題 8. (i) 小売りの最適仕入れ量は式 (8) の解 $Q=Q^*(\hat{\mu}(t_c),\hat{\sigma}^2(t_c))$ で与えられ，

$$\frac{\kappa}{\lambda(u_0-p)}\leq\frac{p+c-w}{p+c-v} \tag{9}$$

が成立するならば，すべての消費者の最遅到着時刻は

$$t_A^L(x)=t_c$$

であり，消費者のこうした行動により需要分布が $N(\mu_1^{**},(\sigma_1^{**})^2)$ が決定される．ここに

$$\begin{aligned}\mu_1^{**}&=n\rho_{max}\\ \sigma_1^{**}&=\sqrt{n\rho_{max}(1-\rho_{max})}\end{aligned}$$

であり，均衡解における最適仕入れ量 Q^{**} は，式 (8) において

$$\begin{aligned}\hat{\mu}(t_c)&=\mu_1^{**}\\ \hat{\sigma}(t_c)&=\sigma_1^{**}\end{aligned}$$

とした方程式の解である．

(ii) 式 (9) の不等式が成り立たなければ，地点

$$0\leq x\leq\frac{(p+c-w)\lambda(u_0-p)}{\kappa(p+c-v)}$$

の消費者の最遅到着時刻は

$$t_A^L(x)=t_c$$

であるが，居住地点が

$$\frac{(p+c-w)\lambda(u_0-p)}{\kappa(p+c-v)}<x\leq 1$$

の消費者のそれは

$$t_A^L(x)<t_c$$

である．

地点 x の消費者が時間区間 $[t_o,t_A^L(x)]$ に到着するよう行動することで，需要分布は $N(\mu_2^{**},(\sigma_2^{**})^2)$ となる．ここに μ_2^{**},σ_2^{**} は次式で与えられる．

$$\begin{aligned}\mu_2^{**}&=n\rho(t_c|Q^{**})\\ \sigma_2^{**}&=\sqrt{n\rho(t_c|Q^{**})[1-\rho(t_c|Q^{**})]}\end{aligned}$$

なお，均衡解における小売店舗の最適仕入れ量 Q^{**} は，式 (8) において

$$\begin{aligned}\hat{\mu}(t_c)&=\mu_2^{**}\\ \hat{\sigma}(t_c)&=\sigma_2^{**}\end{aligned}$$

とした方程式の解である．

命題 8(i) は，小売店舗のほうが最も遠方の消費者よりも，時刻 t_c における在庫存在確率に対して大きな値を要求している．このため，小売の仕入れ量が十分に大きくなり，閉店間際であっても最も遠方の消費者にとって十分な在庫存在確率が保証されることを意味している．したがって，すべての消費者にとって，営業時間中に到着できるかどうかのみが関心事となる．

図 3 は，仕入れ量 Q を変化させたときの任意の時刻 $t\in[t_o,t_c]$ における在庫存在確率を表している．仕入れ量が $Q=Q^{**}$ であるとき，$t=t_c$ において小売店舗が必要とする在庫存在確率

$$\Phi\left(\frac{Q^{**}-\mu^{**}(t_c)}{\sigma^{**}(t_c)}\right)=\frac{p+c-w}{p+c-v}$$

はいずれの消費者が要求するそれよりも大きく，各消費者の最遅到着時刻は $t_A^L(x)=t_c$ を満足していることがわかる．

これに対して命題 8(ii) は，最も遠方の消費者のほうが小売店舗よりも，時刻 t_c における在庫存在確率に対

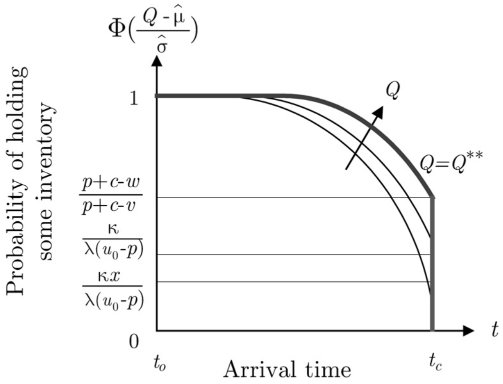

図 3　Optimal stocking quantity for retailer

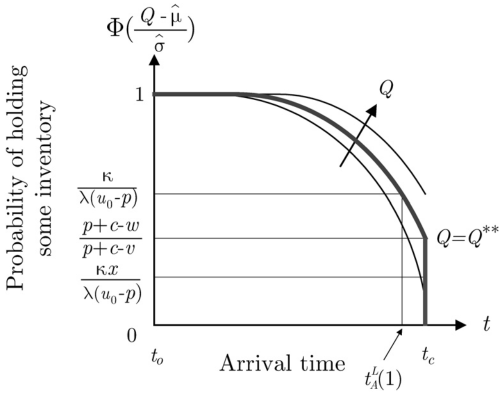

図 4　Optimal stocking quantity for retailer

して大きな値を要求している場合に対応している．この場合，小売の仕入れ量は充分には大きくならないため，最も遠方の消費者は閉店間際ではなく，もっと早い時刻に訪問する必要があることを表している．

図 4 は，図 3 と同様，仕入れ量 Q を変化させたときの任意の時刻 $t \in [t_o, t_c]$ における在庫存在確率を表している．しかし図 4 においては，$t = t_c$ において最も遠方の消費者が要求する在庫存在確率の方が，小売店舗が必要とするそれよりも大きいため，一部の消費者の最遅到着時刻が $t_A^L(x) < t_c$ を満たしていることが見て取れる．

6.　むすび

一般に，消費者は，小売店舗を訪問する際に到着時刻での商品在庫が存在する確率を考えて，店舗を訪問するかどうかの行動を決定する．一方，消費者の行動が商品の需要量を決定し，小売は需要分布に応じて仕入れ量を決定する．本稿では消費者と小売のこのような関係を表現した新聞売り子問題に関するゲームを提案し，その均衡解の存在を明らかにした．また，小売と消費者の双方が，閉店間際の在庫存在確率に対してそれぞれの値を要求するという構造が存在することを示した．さらに，小売と最も遠方の消費者が要求する閉店間際の在庫存在確率の大小が均衡解の構造を決定することをも明らかにすることができた．

謝辞　本研究の一部は，JSPS 科研費基盤研究 (C)（課題番号 22510147）および基盤研究 (B)（課題番号 25285131）の助成を受けたものである．ここに記して感謝の意を表す．

参考文献

[1] 中村正治，三道弘明，中川覃夫，“無人 ATM における最適予備キャッシュボックス数，”オペレーションズ・リサーチ，**42**, pp. 663–666, 1997.

[2] F. Edgeworth, “The mathematical theory of banking,” *Journal of Royal Statistical Society*, **51**, pp. 113–127, 1888.

[3] K. Arrow, T. Harris and J. Marshack, “Optimal inventory policy,” *Econometrica*, **19**, pp. 250–272, 1951.

[4] T. M. Whitin, “Inventory control and price theory,” *Management Science*, **2**, pp. 61–68, 1955.

[5] M. Khouja, “The single-period (news-vendor) problem: Literature review and suggestions for future research,” *Omega: International Journal of Management Science*, **27**, pp. 537–553, 1999.

[6] N. C. Petruzzi and M. Dada, “Pricing and the newsboy problem: A review with extensions,” *Operations Research*, **47**, pp. 183–194, 1999.

[7] G. P. Cachon, “The allocation of inventory risk in a supply chain: Push, pull, and advance-purchase discount contracts,” *Management Science*, **50**, pp. 222–238, 2004.

[8] L. M. A. Chan, Z. J. M. Shen, D. Simchi-Levi and J. L. Swan, “Coordination of pricing and inventory decisions: A survey and classification,” *Handbook of Quantitative Supply Chain Analysis: Modeling in the E-Business Era*, D. Simchi-Levi, S. D. Wu and Z. J. M. Shen (eds.), Kluwer Academic Publishers, pp. 335–392, 2004.

[9] J. Chen, “Returns with wholesale-price-discount contract in a newsvendor problem,” *International Journal of Production Economics*, **130**, pp. 104–111, 2011.

[10] J. Chen and P. Bell, “The impact of customer returns on decisions in a newsvendor problem with and without buyback policies,” *International Transactions in Operational Research*, **18**, pp. 473–491, 2011.

[11] T. M. Choi, *Handbook of Newsvendor Problems: Models, Extensions and Applications*, Springer, 2012.

[12] K. H. Shang and J.-S. Song, “Newsvendor bounds and heuristic for optimal policies in serial supply chains,” *Management Science*, **49**, pp. 618–638, 2003.

[13] Z. K. Weng, “Coordinating order quantities between the manufacturer and the buyer: A generalized newsvendor model,” *European Journal of Operational Research*, **156**, pp. 148–161, 2004.

[14] Y. Qin, R. Wang, A. J. Vakharia, Y. Chen and M. M. H. Seref, "The newsvendor problem: Review and directions for future research," *European Journal of Operational Research*, **213**, pp. 361–374, 2011.
[15] V. Agrawal and S. Seshadri, "Impact of uncertainty and risk aversion on price and order quantity in the newsvendor problem," *Manufacturing & Service Operations Management*, **2**, pp. 410–423, 2000.
[16] S. Ahmed, U. Çakmak, and A. Shapiro, "Coherent risk measures in inventory problems," *European Journal of Operational Research*, **182**, pp. 226–238, 2007.
[17] F. J. Arcelus, S. Kumar, and G. Srinivasan, "Risk tolerance and a retailer's pricing and ordering policies within a newsvendor framework," *Omega: International Journal of Management Science*, **40**, pp. 188–198, 2012.
[18] L. Cheng, Z. Wan and G. Wang, "Bilevel, newsvendor models considering retailer with CVaR objective," *Computers & Industrial Engineering*, **57**, pp. 310–318, 2009.
[19] S. Choi and A. Ruszczyński, "A multi-product risk-averse newsvendor with exponential utility function," *European Journal of Operational Research*, **214**, pp. 78–84, 2011.
[20] W. Jammernegg and P. Kischka, "Risk preferences and robust inventory decisions," *International Journal of Production Economics*, **118**, pp. 269–274, 2009.
[21] K. Liu, J. A. Li and K. K. Lai, "Single period, single product newsvendor model with random supply shock," *European Journal of Operational Research*, **158**, pp. 609–625, 2004.
[22] A. Özler, B. Tan and F. Karaesmen, "Multi-product newsvendor problem with value-at-risk considerations," *International Journal of Production Economics*, **117**, pp. 244–255, 2009.
[23] C. X. Wang, S. Webster and N. C. Suresh, "Would a risk-averse newsvendor order less at a higher selling price?," *European Journal of Operational Research*, **196**, pp. 93–105, 2009.
[24] 齋藤毅, "新聞少年問題における品切損失費用の妥当性の検討," 愛知経営論集, **143**, pp. 63–75, 2001.
[25] R. Anupindi and Y. Bassoki, "Centralization of stocks: Retailers vs. manufacturer," *Management Science*, **45**, pp. 178–191, 1999.
[26] 三道弘明, 木庭淳, 小出武, "小売業における新聞売り子問題に関するマルチエージェント・シミュレーション," 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, pp. 56–57, 2012.
[27] A. Hosseinipour and H. Sandoh, "Optimal business hours of the newsvendor problem for retailers," *International Transactions in Operational Research*, **20**, pp. 823–836, 2013.
[28] H. Sandoh, T. Koide and J. Kiniwa, "Space-time Hotelling model and its application to retail competition in a duopoly," *Electronic Proceedings of International MultiConference of Engineers and Computer Scientist 2015*, Vol. II, Hong Kong, China, 5 pages, 2015.