

旅客が被る不便の増分を最小化する 運転整理の定式化

佐藤 圭介

正常な列車運行が何らかの原因で妨げられ、ある程度以上の遅れが生じる状況では、運転整理と呼ばれる、列車運行を正常に戻すための、列車の運行計画に対する一連の変更が行われる。本稿では、列車の運行順序の変更、列車が駅で使用する番線の変更、列車の運転間隔の調整といった運転整理手段を表現する、混合整数計画問題としての運転整理の定式化を紹介する。本稿の定式化では、旅客が列車で移動することで感じる不便というものを定量的に定義し、列車の遅れにより旅客が被る不便の増分を最小化する。運転整理と共に行われることがある、車両や乗務員の運用計画の変更にも触れる。

キーワード：鉄道のダイヤ乱れ、運転整理、順序変更、間隔調整、混合整数計画問題、運用整理

1. はじめに

鉄道では、悪天候、設備や車両の故障、人身事故などにより、正常な列車運行が妨げられ、列車が遅れる場合がある。この状況は、**ダイヤ乱れ**が発生している状況と呼ばれる。ダイヤ乱れが発生すると、鉄道事業者の指令室と呼ばれる部署を中心にして、列車運行を正常に戻すため、列車の運行計画に対して一連の変更が行われる。この行為は**運転整理**と呼ばれる [1]。運転整理という用語には、列車の運休や時刻の変更に代表される列車ダイヤの変更に加えて、列車に割り当てられる**車両**や、列車を担当する**乗務員**（運転士、車掌）の**運用計画**（使用スケジュール）の変更などを含んだ、列車の運行に関わる計画全般の変更を指す広義の意味と、主に列車ダイヤの変更を指す狭義の意味とがある。本稿では、運転整理を狭義の意味で用いる。

現状として、運転整理で列車ダイヤをどう変更するかの発案と決定は、指令室に在籍する指令員と呼ばれる担当者に委ねられていることが多い。ダイヤ乱れにより列車が止まっている、あるいは遅れながら動いている状況で、リアルタイムに運転整理を実施することは、難易度の高い業務であり、それをやり遂げている指令員には、大きな負担がかかっている。そこで、コンピューターにより運転整理の案を自動提案しようという研究開発が行われており、より高度な内容の提案を目指して、研究が進展してきている。

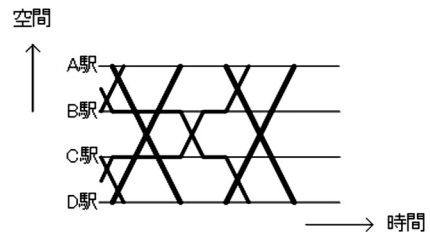


図 1 所定の列車ダイヤ図

本稿では、運転整理を混合整数計画問題 [2] として定式化した研究 [3] を紹介する。本稿の定式化では、旅客が列車で移動することで感じる**不便**というものを定量的に定義し、ダイヤ乱れにより旅客が被る不便の増分を最小化する。それにあたり、列車の順序や時刻などを表す**列車運行**と、旅客が列車に乗車し、場合によっては途中で乗換をするという流れを表す**旅客流動**を、一つのモデルで扱う。定式化に続いて、実験例や残された課題と、運転整理と共に行われることがある、車両や乗務員の運用計画の変更の話題に触れる。

2. 問題設定

2.1 対象とする運転整理手段

本稿の対象とする運転整理を、横軸に時間、縦軸に空間（路線にある駅の並び）をとり、各列車について各駅での到着・出発時刻を直線で結んだ列車ダイヤ図を用いて説明する。図 1 は、事前に計画された所定の列車ダイヤ図である。この列車ダイヤに沿った列車運行に支障が生じた状態として、図 2 のような状況を考える。図 2 の上は、B 駅～C 駅間で支障が長く続いて列車ダイヤが大きく乱れ、先行して一部の対策が実

さとう けいすけ
公益財団法人鉄道総合技術研究所信号・情報技術研究部
〒185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38
sato.keisuke.49@rtri.or.jp

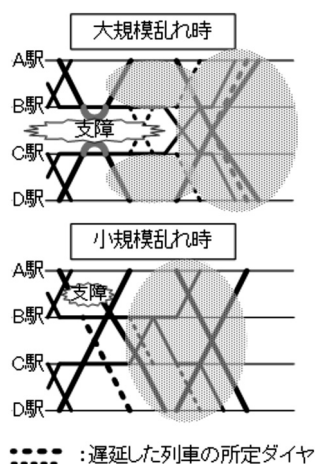


図2 本稿の運転整理手段が適用される範囲

施された状況、下は、一つの列車がA駅～B駅間を走行中にそれほど長時間ではない支障が発生して、小規模なダイヤ乱れとなった状況を表している。

どのような規模のダイヤ乱れにも適用できることを目標にした研究[4]もあるが、大規模乱れ時は、海外ではemergency timetable[5]、日本でも運転整理パターン[6-8]と呼ばれるような、あらかじめ定めておいた列車の運休、迂回（うかい）、車両が折り返す駅の変更などの案を適用することで、おおまかな輸送力の調整を迅速に実施することが多い。図2の上では、列車のB駅～C駅間を部分運休し、B駅、C駅でそれぞれ臨時に折り返すというパターンが適用された列車がある。

それに対して、本稿では、列車の走行順序の変更、列車が駅で使用する（1番線、2番線などの）番線の変更、列車の駅での到着・出発時刻の調整（まとめて列車順序・間隔整理と呼ぶ）という、詳細なレベルでの運転整理手段を扱う。列車順序・間隔整理が適用された後の状況や小規模乱れ時、つまり、図2の網掛けで示した時間帯と駅間になる。

2.2 既存研究との関係

列車順序・間隔整理あるいはそれに近い手段を用いた運転整理の研究は、運転整理案の評価指標として、（支障を原因として波及していく）列車の遅延量を少なくしようという試み[9-14]と、列車が遅れることにより旅客が被る何らかの被害を抑えようという試み[4, 15-26]に大別できる（サーベイ論文[27, 28]も参照されたい¹）。本稿は其中でも、（混合）整数計画問題により旅客の目的地到着時刻の遅れを最小化すると

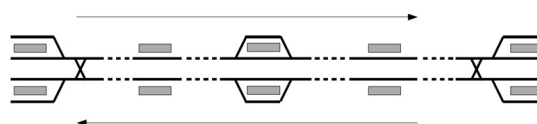


図3 配線

いう研究[15-17, 20, 21, 23, 25]の一つとして位置づけることができるが、これらの研究では、列車順序・間隔整理と、列車ダイヤが変更されることによる旅客の乗車列車の変化のうち、一部のみを対象にしていた。

2.3 本稿での仮定

本稿では、日本に実在する多くの路線の特徴に基づき、以下のことを仮定する。

- 列車ダイヤ：快速と普通の2種類がある。
- 路線：図3に示すような配線を対象とする。2本の線路があり、各線路はどちらか一方の進行方向の列車が走行する（複線）。駅には各方向につき番線が一つか二つあり、二つある駅では順序変更と番線変更ができる。列車は終端駅で折り返す。
- 旅客行動：旅客はそれぞれが被る不便が最小となる利用経路（（出発駅，乗車列車，乗換駅，乗車列車，…，目的駅）という列）を選択する。本稿では、旅客が、ある利用経路で移動する場合に感じる不便を、次式で定義する²。

$$(\text{乗車時間 (分)}) + \alpha \times (\text{駅での待ち時間 (分)}) + \beta \times (\text{乗換回数}).$$

これは、文献[29]で定められ広く利用されている式から、事前に予期できない列車混雑率の項を除いたものである。ここで $\alpha = 1$ 、 $\beta = 0$ と置くと旅行時間を意味することになる。

3. 定式化

3.1 記法

本稿の定式化で使用する記法を表1に示す。このなかで、旅客の出発駅 (Origin) と到着駅 (Destination) の組をODペアと呼ぶ。

3.2 列車運行の制約

列車運行の制約のうち、まず列車単体に対するものを記述する。最も基本的な制約は、ある列車がある駅

¹ なお、文献[28]では、別のSato氏の論文だが誤って筆者の論文として紹介されているものもあるので、注意されたい。

² 仮に、ドラえものの「どこでもドア」で出発駅から目的地まで移動する場合は、不便は0とみなすことができる。

表 1 記法

集合と	B	列車進行方向集合 ($:= \{ \text{‘上り’}, \text{‘下り’} \}$)
要素	$\text{Opp}(b)$	$b \in B$ の逆方向 ($\text{Opp}(\text{‘上り’}) := \text{‘下り’}$, $\text{Opp}(\text{‘下り’}) := \text{‘上り’}$)
	R	列車集合
	R_b	$b \in B$ の方向に走行する列車の集合
	$R_{b \neq}^2$	$b \in B$ の方向に走行する 2 本の異なる列車の組の集合 ($:= \{(r_1, r_2) \in R_b^2 \mid r_1 \neq r_2\}$)
	$\text{Suc}(r)$	$r \in R$ の終着後の折返しとなる列車
	S	駅集合
	$\text{Start}(b)$	$b \in B$ の方向の始発駅
	$\text{Term}(b)$	$b \in B$ の方向の終着駅
	$\text{Next}(b, s)$	$b \in B$ の方向にある $s \in S$ の次駅
	$S_{b < >}^2$	$b \in B$ の方向に移動する旅客の OD ペアの集合
	$S_{\text{Tra}(b, d)}$	$b \in B$ の方向に移動し $d \in S \setminus \{\text{Start}(b)\}$ へ向かう旅客が乗換可能な駅集合
	$\text{TraNext}(b, s)$	$b \in B$ の方向に移動する旅客が $s \in S$ を出発した次に乗換可能な駅
	K_b^s	$b \in B$ の方向に進行する列車が $s \in S$ で使用可能な番線集合
	E	列車種別集合 ($:= \{ \text{‘快速’}, \text{‘普通’} \}$)
	$\text{Type}(r)$	$r \in R$ の列車種別
	E^s	$s \in S$ に停車する列車種別の集合
	$E^{s, d}$	旅客が $d \rightarrow$ 向かうのに s で乗車可能な列車種別の集合 ($((s, d) \in S_{b < >}^2)$)
	$\succsim^E$	二つの列車種別間の優等関係 ($\text{‘快速’} \succsim^E \text{‘快速’}$, $\text{‘快速’} \succsim^E \text{‘普通’}$, $\text{‘普通’} \succsim^E \text{‘普通’}$)
	T	旅客の出現離散時刻集合
定数	A_r^s, D_r^s	所定ダイヤにおける $r \in R$ の $s \in S$ での到着・出発時刻
	$A_t^{o, d}$	所定ダイヤにおける $t \in T$ で出現する OD ペア $(o, d) \in S_{b < >}^2$ の旅客の不便
	$\hat{A}_r^s, \hat{D}_r^s$	何らかの実行可能な運転整理ダイヤにおける $r \in R$ の $s \in S$ での到着・出発時刻
	I_r^s	事象間で確保すべき最小あるいは最大間隔
	M	十分に大きな正の数
	$P_t^{o, d}$	$t \in T$ で出現する OD ペア $(o, d) \in S_{b < >}^2$ の旅客数
変数	a_r^s, d_r^s	$r \in R$ の $s \in S$ での到着・出発時刻
	u_r^k	$r \in R_b$ が $k \in K_b^s$ を使用するか否かの 0-1 変数
	x_{r_1, r_2}^s	$r_1 \in R_b$ が $r_2 \in R_b$ よりも先に $s \in S \setminus \{\text{Term}(b)\}$ を出発するか否かの 0-1 変数
	$x_{r_1, r_2}^{\text{Term}(b)}$	$r_1 \in R_b$ が $r_2 \in R_{\text{Opp}(b)}$ の出発よりも先に $\text{Term}(b)$ に到着するか否かの 0-1 変数
	$x_{r_2, r_1}^{\text{Term}(b)}$	$r_2 \in R_{\text{Opp}(b)}$ が $r_1 \in R_b$ の到着よりも先に $\text{Term}(b)$ を出発するか否かの 0-1 変数
	$z_{t, r}^{o, d}$	$t \in T$ で出現する OD ペア $(o, d) \in S_{b < >}^2$ の旅客が o で $r \in R_b$ に乗車するか否かの 0-1 変数
	$z_{r_1, r_2}^{s, d}$	$d \rightarrow$ 向かう旅客が $s \in S_{\text{Tra}(b, d)}$ で $r_1 \in R_b$ から $r_2 \in R_b$ に乗換するか否か ($r_1 = r_2$ の場合は乗車し続けるか否か) の 0-1 変数 ($((s, d) \in S_{b < >}^2)$)
	$\tau_r^{s, d}$	旅客が s で $r \in R_b$ に乗車する時点から d までの部分経路で感じる不便 ($((s, d) \in S_{b < >}^2)$)
	$y_{t, r}^{o, d}$	$t \in T$ で出現する OD ペア $(o, d) \in S_{b < >}^2$ の旅客が o で $r \in R_b$ に乗車する場合の不便の増分

で使用する番線は一つということである。

$$\sum_{k \in K_b^s} u_r^k = 1 \quad \forall b \in B \quad \forall r \in R_b \quad \forall s \in S. \quad (1)$$

列車 r とその折返し列車は、終着駅で同じ番線を使用する。

$$u_r^k = u_{\text{Suc}(r)}^k \quad \forall b \in B \quad \forall r \in R_b \quad \forall k \in K_b^{\text{Term}(b)}. \quad (2)$$

到着時刻 a_r^s 、出発時刻 d_r^s で表される運転整理ダイヤでは、列車は所定ダイヤの時刻 A_r^s 、 D_r^s よりも早く運行することはない。列車をどの時刻まで遅らせてもよいかは、問題の解空間を小さくさせるために制限を設けたいが、その制限がダイヤ乱れで最低限遅れてしまう時間よりも厳しいと、問題が実行不可能になる。そこで、何らかの別の方法で求めた実行可能な運転整理

ダイヤの時刻 $\hat{A}_r^s$ 、 $\hat{D}_r^s$ があるものとして（それを求める方法は 3.5 節で紹介する）、そこに最大許容時間 I_{Max} を加えた時刻までは列車を遅らせてよいものとする。

$$a_r^s \leq a_r^s \leq \hat{A}_r^s + I_{\text{Max}} \quad \forall b \in B \quad \forall r \in R_b \quad \forall s \in S \setminus \{\text{Start}(b)\}, \quad (3)$$

$$d_r^s \leq d_r^s \leq \hat{D}_r^s + I_{\text{Max}} \quad \forall b \in B \quad \forall r \in R_b \quad \forall s \in S \setminus \{\text{Term}(b)\}. \quad (4)$$

駅 s を出発して b の方向に進む列車 r の列車種別が $\text{Type}(r)$ のとき、駅間の最短の所要時間を $I_{b, \text{Type}(r)}^s$ と置き、それ以上の時間をかけて駅間を走行する。

$$a_r^{\text{Next}(b, s)} - d_r^s \geq I_{b, \text{Type}(r)}^s \quad \forall b \in B \quad \forall r \in R_b \quad \forall s \in S \setminus \{\text{Term}(b)\}. \quad (5)$$

列車種別により、駅に停車もしくは駅を通過する。駅

s に停車する種別ならば、最小停車時間 I^s を確保し、通過する種別ならば、駅の到着と出発を同時刻にする。

$$d_r^s \geq a_r^s + I^s \quad \forall r \in R \quad \forall s \in S$$

such that $\text{Type}(r) \in E^s$, (6)

$$d_r^s = a_r^s \quad \forall r \in R \quad \forall s \in S$$

such that $\text{Type}(r) \in E \setminus E^s$. (7)

列車が終端駅で折返しをする際の、最小折返し時間 $I_{\text{Suc}}^{\text{Term}(b)}$ を確保する。

$$d_{\text{Suc}(r)}^{\text{Term}(b)} - a_r^{\text{Term}(b)} \geq I_{\text{Suc}}^{\text{Term}(b)} \quad \forall b \in B \quad \forall r \in R_b. \quad (8)$$

列車の折返し元と折返し先の列車について、到着と出発の時刻をそれぞれ同じにする。これは不必要な制約だが、式 (17), (18) を簡易に記述するために導入する。

$$a_{\text{Suc}(r)}^{\text{Term}(b)} = a_r^{\text{Term}(b)} \quad \forall b \in B \quad \forall r \in R_b, \quad (9)$$

$$d_{\text{Suc}(r)}^{\text{Term}(b)} = d_r^{\text{Term}(b)} \quad \forall b \in B \quad \forall r \in R_b. \quad (10)$$

次に、2本の列車間で生じる制約を記述する。終端駅以外では、一方が先に駅を出発する。終端駅では、列車の到着と反対方向の列車の出発とで順序を考える。

$$x_{r_1, r_2}^s + x_{r_2, r_1}^s = 1 \quad \forall b \in B \quad \forall (r_1, r_2) \in R_{b \neq}^2$$

$\forall s \in S \setminus \{\text{Term}(b)\}, \quad (11)$

$$x_{r_1, r_2}^{\text{Term}(b)} + x_{r_2, r_1}^{\text{Term}(b)} = 1 \quad \forall b \in B \quad \forall r_1 \in R_b$$

$\forall r_2 \in R_{\text{Opp}(b)}. \quad (12)$

列車 r_1 の種別 $\text{Type}(r_1)$ が列車 r_2 の種別 $\text{Type}(r_2)$ と比べて、優等関係が同じか高い場合を考える。ある駅において、 r_1 が r_2 よりも先に出発する (右辺が 1) ならば、次の駅でも同様の順序関係 (左辺が 1) となる。

$$x_{r_1, r_2}^{\text{Next}(b, s)} \geq x_{r_1, r_2}^s$$

$\forall b \in B \quad \forall (r_1, r_2) \in R_{b \neq}^2 \quad \forall s \in S \setminus \{\text{Term}(b)\}$

such that $\text{Next}(b, s) \neq \text{Term}(b)$

and $\text{Type}(r_1) \succeq^E \text{Type}(r_2)$. (13)

同方向の列車 r_1 が列車 r_2 に先行している場合に、これらの 2本の列車が同じ駅に到着する際に必要な最小の到着間隔 ($I_{\text{AA}}^{\text{Next}(b, s)}$) を確保する。この制約を論理式で表現すると、 $x_{r_1, r_2}^s = 1 \Rightarrow a_{r_2}^{\text{Next}(b, s)} - a_{r_1}^{\text{Next}(b, s)} \geq I_{\text{AA}}^{\text{Next}(b, s)}$ ($x_{r_1, r_2}^s = 0$ の場合は不要) となる。これを文献 [30] を参考にして、十分に大きな正の定数 M を用いて線形不等式化する。駅の出発間隔 (I_{DD}^s) についても同様に確保する。

$$a_{r_2}^{\text{Next}(b, s)} - a_{r_1}^{\text{Next}(b, s)} \geq I_{\text{AA}}^{\text{Next}(b, s)} - M(1 - x_{r_1, r_2}^s)$$

$\forall b \in B \quad \forall (r_1, r_2) \in R_{b \neq}^2 \quad \forall s \in S \setminus \{\text{Term}(b)\}, \quad (14)$

$$d_{r_2}^s - d_{r_1}^s \geq I_{\text{DD}}^s - M(1 - x_{r_1, r_2}^s)$$

$\forall b \in B \quad \forall (r_1, r_2) \in R_{b \neq}^2 \quad \forall s \in S \setminus \{\text{Term}(b)\}. \quad (15)$

2本の列車が駅 s で同じ番線を使用するために、前方列車が出発してから後方列車が到着するまで最小間隔 I_{AD}^s を空ける。同方向の列車については始発駅の場合 (式 (16)) とそれ以降の駅の場合 (式 (17)) を考え、終端駅ではさらに到着列車と反対方向の出発列車との間隔を考える (式 (18))。

$$a_{r_2}^{\text{Start}(b)} - d_{r_1}^{\text{Start}(b)} \geq I_{\text{AD}}^{\text{Start}(b)} - M(3 - x_{r_1, r_2}^{\text{Start}(b)} - u_{r_1}^k - u_{r_2}^k)$$

$\forall b \in B \quad \forall (r_1, r_2) \in R_{b \neq}^2 \quad \forall k \in K_b^{\text{Start}(b)}, \quad (16)$

$$a_{r_2}^{\text{Next}(b, s)} - d_{r_1}^{\text{Next}(b, s)} \geq I_{\text{AD}}^{\text{Next}(b, s)} - M(3 - x_{r_1, r_2}^s - u_{r_1}^k - u_{r_2}^k)$$

$\forall b \in B \quad \forall (r_1, r_2) \in R_{b \neq}^2$

$\forall s \in S \setminus \{\text{Term}(b)\} \quad \forall k \in K_b^{\text{Next}(b, s)}, \quad (17)$

$$a_{r_1}^{\text{Term}(b)} - d_{r_2}^{\text{Term}(b)} \geq I_{\text{AD}}^{\text{Term}(b)} - M(1 - x_{r_2, r_1}^{\text{Term}(b)})$$

$\forall b \in B \quad \forall r_1 \in R_b \quad \forall r_2 \in R_{\text{Opp}(b)}. \quad (18)$

列車が終端駅に到着してから反対方向の列車が出発するまで、最小間隔 $I_{\text{DA}}^{\text{Term}(b)}$ を確保する。

$$d_{r_2}^{\text{Term}(b)} - a_{r_1}^{\text{Term}(b)} \geq I_{\text{DA}}^{\text{Term}(b)} - M(1 - x_{r_1, r_2}^{\text{Term}(b)})$$

$\forall b \in B \quad \forall r_1 \in R_b \quad \forall r_2 \in R_{\text{Opp}(b)}. \quad (19)$

3.3 旅客流動の制約

表 1 の変数 $z_{t, r}^{o, d}, z_{r_1, r_2}^{s, d}$ を用いて、旅客行動に関する制約式を記述し、それに伴い発生する旅客の不便に関する変数 $\tau_r^{s, d}, y_{t, r}^{o, d}$ の値を定める。

旅客行動の基本的な制約として、旅客は出発駅にて 1本の列車に乗車する。

$$\sum_{r \in R_b} z_{t, r}^{o, d} = 1 \quad \forall b \in B \quad \forall (o, d) \in S_{b <}^2 \quad \forall t \in T. \quad (20)$$

旅客は自分の出現時刻以前に発車する列車には乗車しない ($d_r^o < t \Rightarrow z_{t, r}^{o, d} = 0$)。

$$z_{t, r}^{o, d} \leq d_r^o / t$$

$\forall b \in B \quad \forall (o, d) \in S_{b <}^2 \quad \forall t \in T \quad \forall r \in R_b. \quad (21)$

列車種別が旅客の出発駅を通過するものである、また

は乗車すると目的駅を通過してしまうものならば、その列車には乗車しない。

$$z_{t,r}^{o,d} = 0 \quad \forall b \in B \quad \forall (o,d) \in S_{b<>}^2 \quad \forall t \in T \\ \forall r \in R_b \text{ such that } \text{Type}(r) \in E \setminus E^{o,d}. \quad (22)$$

途中の乗換可能駅でも、式 (20)~(22) と同様の制約がある。ここで I_{Tra} は乗換にかかる時間である。

$$\sum_{r_2 \in R_b} z_{r_1,r_2}^{s,d} = 1 \\ \forall b \in B \quad \forall d \in S \quad \forall s \in S_{\text{Tra}(b,d)} \\ \forall r_1 \in R_b, \quad (23)$$

$$d_{r_2}^s - a_{r_1}^s \geq I_{\text{Tra}} - M(1 - z_{r_1,r_2}^{s,d}) \\ \forall b \in B \quad \forall d \in S \quad \forall s \in S_{\text{Tra}(b,d)} \\ \forall (r_1, r_2) \in R_{b \neq}^2, \quad (24)$$

$$z_{r_1,r_2}^{s,d} = 0 \\ \forall b \in B \quad \forall d \in S \quad \forall s \in S_{\text{Tra}(b,d)} \\ \forall (r_1, r_2) \in R_b^2 \\ \text{such that } \text{Type}(r_2) \in E \setminus E^{s,d}. \quad (25)$$

旅客の利用経路のうち、出発駅ないし途中駅 s で列車 r に乗車する時点から、目的駅 d までの部分経路で感じる不便 $\tau_r^{s,d}$ を考える。その値は、 s から d の間に乗換可能駅がない場合、乗車時間のみで構成される。

$$\tau_r^{s,d} = a_r^d - a_r^s \\ \forall b \in B \quad \forall (s,d) \in S_{b<>}^2 \\ \text{such that } \text{TraNext}(b,s) \notin S_{\text{Tra}(b,d)} \quad \forall r \in R_b. \quad (26)$$

これらの駅の間に乗換可能駅 $\text{TraNext}(b,s)$ がある場合、乗換の有無で不便は変わる。旅客が同じ列車に乗車し続けるならば、 $\tau_r^{s,d}$ の値は、列車 r の駅 s から $\text{TraNext}(b,s)$ までの乗車時間、 $\text{TraNext}(b,s)$ での（乗車した状態での）停車時間、 $\text{TraNext}(b,s)$ 以降の不便を表す $\tau_r^{\text{TraNext}(b,s),d}$ から構成される。

$$\tau_r^{s,d} \geq a_r^{\text{TraNext}(b,s)} - d_r^s \\ + (d_r^{\text{TraNext}(b,s)} - a_r^{\text{TraNext}(b,s)}) \\ + \tau_r^{\text{TraNext}(b,s),d} - M(1 - z_{r,r}^{\text{TraNext}(b,s),d}) \\ \forall b \in B \quad \forall (s,d) \in S_{b<>}^2 \\ \text{such that } \text{TraNext}(b,s) \in S_{\text{Tra}(b,d)} \quad \forall r \in R_b. \quad (27)$$

旅客が $\text{TraNext}(b,s)$ で列車 r_1 から列車 r_2 へ乗換するならば、 $\text{TraNext}(b,s)$ での停車時間の代わりに、待ち時間の α 倍と乗換ペナルティ β が加算される。

$$\tau_{r_1}^{s,d} \geq a_{r_1}^{\text{TraNext}(b,s)} - d_{r_1}^s \\ + \alpha \times (d_{r_2}^{\text{TraNext}(b,s)} - a_{r_1}^{\text{TraNext}(b,s)}) + \beta \\ + \tau_{r_2}^{\text{TraNext}(b,s),d} - M(1 - z_{r_1,r_2}^{\text{TraNext}(b,s),d}) \\ \forall b \in B \quad \forall (s,d) \in S_{b<>}^2 \\ \text{such that } \text{TraNext}(b,s) \in S_{\text{Tra}(b,d)} \\ \forall (r_1, r_2) \in R_{b \neq}^2. \quad (28)$$

時刻 t で出発駅 o に現れ、列車 r に乗車して目的駅 d へ向かう旅客の不便の増分は、 $y_{t,r}^{o,d} := \max\{\alpha \times (d_r^o - t) + \tau_r^{o,d} - A_t^{o,d}, 0\} \times z_{t,r}^{o,d}$ で与えられる。これは、運転整理後の列車ダイヤにおける o での待ち時間の α 倍と、 o で r に乗車する時点から d までの不便の和から、所定ダイヤでの不便 $A_t^{o,d}$ を引き、それが負になる場合は不便の増分を 0 とみなすものである。そして、旅客が o で r に乗車するならば、当該経路の旅客の不便の増分の値を $y_{t,r}^{o,d}$ に代入する。この式を線形化すると次のようになる。

$$y_{t,r}^{o,d} \geq \alpha \times (d_r^o - t) + \tau_r^{o,d} - A_t^{o,d} - M(1 - z_{t,r}^{o,d}) \\ \forall b \in B \quad \forall (o,d) \in S_{b<>}^2 \quad \forall t \in T \quad \forall r \in R_b, \quad (29)$$

$$y_{t,r}^{o,d} \geq 0 \\ \forall b \in B \quad \forall (o,d) \in S_{b<>}^2 \quad \forall t \in T \quad \forall r \in R_b. \quad (30)$$

3.4 追加の変数と制約

このほかにも、文献 [3] では、列車の種別を変更できる変数や、終端駅でどの列車として折り返すかを選択できる変数と、関連する制約式を導入し、運転整理の自由度をあげている。そのため、本稿の制約式の一部も変形している。また、同時に同じ駅間にいることのできる列車本数の上限制約にも対応している。さらに、冗長ではあるが、計算時間の短縮に寄与する可能性のある不等式を追加している。たとえば、“旅客は同じ種別の列車に乗り換えない” などというものである。

3.5 最適化問題

制約式がひとつおそろったところで、混合整数計画問題の目的関数として、列車運行に関する変数と制約式のみを用いて、単純な（到着）遅延総和最小化問題を次のように定義する。

$$\min \sum_{b \in B} \sum_{r \in R_b} \sum_{s \in S \setminus \{\text{Start}(b)\}} (a_r^s - A_r^s) \\ \text{s.t.} \quad (1)-(19), 3.4 \text{ 節の追加変数・制約式} \\ u_r^{s,k}, x_{r_1,r_2}^s \in \{0, 1\}.$$

これに旅客行動に関する変数と制約式を加えた、旅客不便増分総和最小化問題を次に示す。

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{b \in B} \sum_{(o,d) \in S_{b<>}^2} \sum_{t \in T} P_t^{o,d} \left(\sum_{r \in R_b} y_{t,r}^{o,d} \right) \\ \text{s.t.} \quad & (1)-(30), 3.4 \text{ 節の追加変数・制約式} \\ & u_r^{s,k}, x_{r1,r2}^s, z_{t,r}^{o,d}, z_{r1,r2}^{s,d} \in \{0,1\}. \end{aligned}$$

これらを用いて、本稿では次の手順で運転整理案を求める。

ステップ 1: (所定ダイヤでの旅客不便計算)

各 $r \in R, s \in S$ について, $a_r^s := A_r^s, d_r^s := D_r^s$ とおく。

各 $b \in B, (o,d) \in S_{b<>}^2, t \in T$ について, $A_t^{o,d} := 0$ とおく。

遅延総和最小化問題を解く。

各 $b \in B, (o,d) \in S_{b<>}^2, t \in T$ について, $A_t^{o,d} := \sum_{r \in R_b} y_{t,r}^{o,d}$ とおく。

ステップ 2: (遅延最小化)

ダイヤ乱れ情報を与える。

各 $r \in R, s \in S$ について, $\hat{A}_r^s, \hat{D}_r^s := \infty$ とおく。
遅延総和最小化問題を解く。

ステップ 3: (旅客不便増分最小化)

各 $r \in R, s \in S$ について, 遅延総和最小化問題の解から $\hat{A}_r^s := a_r^s, \hat{D}_r^s := d_r^s$ とおく。

I_{Max} の値を与える。

旅客不便増分総和最小化問題を解く。

ステップ 1 では、所定ダイヤにおける旅客の不便 $A_t^{o,d}$ を、ダイヤ乱れの前にあらかじめ計算する。これには、列車の時刻を所定ダイヤに固定して、不便 0 からの増分を最小化する問題を解くことで、所定ダイヤ上での旅客の利用経路と不便が求まることを利用する。ステップ 2 では、ダイヤ乱れの情報を与えたあと、遅延をどの程度回復できるかを知るために、式 (3), (4) の右辺を無視して遅延総和最小化問題を解く。得られた解は参照用の実行可能な運転整理ダイヤとみなせる。ステップ 3 では、遅延総和最小化問題の解を式 (3), (4) の $\hat{A}_r^s, \hat{D}_r^s$ に代入する。そこに最大許容時間 I_{Max} を加えた時刻まで列車を遅らせることを認めて、旅客不便増分総和最小化問題を解く。

4. 実験例

本稿の定式化を、実在の路線を模擬した仮想的な路線の 1 往復の運行に適用した例を示す。旅客の不便の式のパラメータは $\alpha = 1, \beta = 1$ とし、遅延総和最小化問題の解の時刻から最大許容時間 $I_{\text{Max}} = 5$ (分) まではさらに遅らせることを認めて、旅客の不便の増分が最小となる解を求める。実験には、CPU が Core i7-3930K、メ

モリが 16GB、OS が 64 ビット版 Windows 7 の PC と、混合整数計画ソルバーとして Gurobi Optimizer 5.5.0 を使用した。

図 4 に所定ダイヤとそこに発生した乱れ (15 分)、図 5, 6 に混合整数計画問題をソルバーで解いて求めた遅延総和最小ダイヤ、旅客不便増分総和最小ダイヤをそれぞれ示す。太線は快速、細線は普通を表し、隣接する縦線の間は 10 分を表す。遅延総和最小ダイヤでは、ダイヤ図の一番上の駅で折り返した列車について、201, 103, 105 と記した最初の 3 本が立て続けに出発しており、3 本目 (105) と 4 本目 (203) の列車の間隔が大きくなっている。一方で、旅客不便増分総和最小ダイヤでは、折り返した列車の 1 本目から 4 本目までが、ほとんど等間隔で一番上の駅を出発している。これにより、どの時間帯の旅客も、待ち時間が過度に発生していないと言える。また、旅客不便増分総和最小ダイヤでは、204 と記した快速列車が、普通列車 104 を追い抜いて、遅延総和最小ダイヤよりも早く終着駅に到着している。これは、快速を利用する旅客が多いため、順序が優先されたものと考えられる。

計算時間は、最適解が求まるまでに 247 秒、それが最適だと証明されるまでに 1,722 秒を要した。

5. 課題

本稿の定式化の課題として、この実験例において、パラメーター I_{Max} を導入して列車の到着・出発時刻の変数のとりうる範囲を狭めたにもかかわらず、特に解の最適性を保証するのに計算時間を要しているということがある。これは、予想されたことだが、式 (14)~(19), (24), (27)~(29) で大きな定数 M を用いていることと、式 (21) により、本稿の混合整数計画問題の LP 緩和が弱いためである。文献 [19, 22, 24, 26] のように、列車運行の整理と旅客流動の推定を繰り返す解法が有効だと考えられるが、最適解である必要はないにしても、許容できる解が得られるか、未知などがある。

また、本稿の定式化では、列車の駅での到着・出発の時刻のみを変数としているが、これは macroscopic model と呼ばれるものに分類される。連続的に速度を変えながら走行する列車を扱うには、モデルの粒度が粗く、本稿の定式化の解に従って列車を運行させようとしても、時刻にずれが生じる可能性がある。文献 [24, 26] では、駅間や駅構内の細かい地点ごとに時刻を定める microscopic model を採用している。しかしながら、当然のことではあるが、microscopic model では変数や

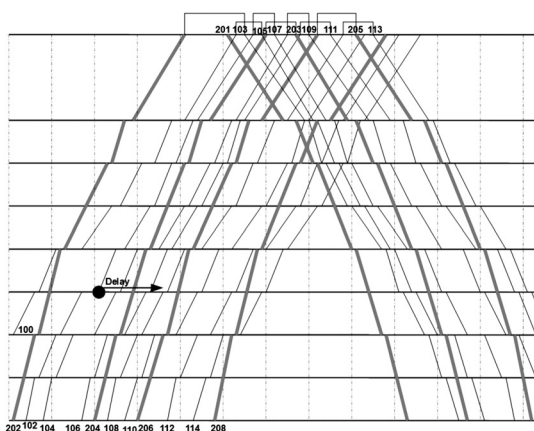


図 4 所定ダイヤと乱れ

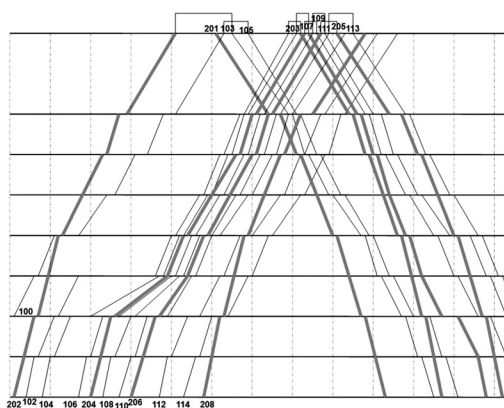


図 5 遅延総和最小ダイヤ

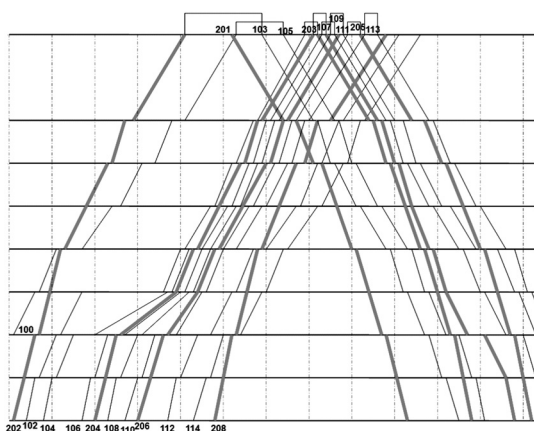


図 6 旅客不便増分総和最小ダイヤ

制約式の数が増えてしまう。

6. 車両・乗務員の運用整理

ここまで運転整理について述べてきたが、図 2 の上に示した、大規模乱れ時に B 駅、C 駅でそれぞれで臨

時に折り返すというパターンを適用した場合や、3.4 節の変数を導入して車両の折返しを変更した場合は、車両の運用計画が変更されることになる。言いかえると、車両運用が乱れた状態になる。乗務員についても同様のことが起こりえる。そのような状況などでは、車両や乗務員の運用計画の変更も必要になる。これは、運用変更あるいは**運用整理**と呼ばれる。運用整理という用語は、運転整理に比べて、鉄道事業者の間で、まだ共通には用いられてはいないが、筆者は、個々の車両ないし乗務員の計画の変更を運用変更、その総体を運用整理と呼ぶことにしている。

車両運用整理については、各車両が数日ないし数十時間おきを実施しなければならない検査の制約を満たすことが非常に重要であり、それに着目した研究として、たとえば文献 [31, 32] がある。乗務員運用整理については、たとえば文献 [33–36] を参照されたい。文献 [11] では、運転整理と乗務員運用整理を同時に解いている。

7. おわりに

本稿では、運転整理のうちの列車順序・間隔整理と、列車順序・間隔整理の内容により変化する旅客行動を同時に扱うことで、旅客の不便の増分という目的関数を最小化する混合整数計画問題を設定できた。ただし、本稿のような旅客視点の運転整理のモデル化や、その解法には、工夫の余地が多くあり、OR や最適化の応用の中でも、大きな研究対象になりうると考える。筆者も継続して取り組んでいきたい。

参考文献

- [1] 電気学会・鉄道における運行計画・運行管理業務高度化に関する調査専門委員会（編）、『鉄道ダイヤ回復の技術』、オーム社、2010.
- [2] 日本オペレーションズ・リサーチ学会、「OR 辞典 Wiki」、<http://www.orsj.or.jp/~wiki/wiki/index.php>（2015 年 8 月 18 日閲覧）
- [3] K. Sato, K. Tamura and N. Tomii, “A MIP-based timetable rescheduling formulation and algorithm minimizing further inconvenience to passengers,” *Journal of Rail Transport Planning & Management*, **3**, pp. 38–53, 2013.
- [4] 富井規雄, 田代善昭, 田部典之, 平井力, 村木国満, “利用者の不満を最小にする列車運転整理アルゴリズム,” 情報処理学会論文誌：数理モデル化と応用, **46**, pp. 26–38, 2005.
- [5] F. Corman and A. D’Ariano, “Assessment of advanced dispatching measures for recovering disrupted railway traffic situations,” *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, **2289**, pp. 1–9, 2012.
- [6] C. Hirai, N. Tomii, Y. Tashiro, S. Kondou and A. Fu-

- jimori, "Train rescheduling algorithm using pattern description language and integrated algorithm framework," In *Proceedings of the 11th IASTED International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing (ASC 2007)*, pp. 250–255, 2007.
- [7] 平井力, "列車ダイヤ乱れ時の再スケジューリングアルゴリズム," *オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学*, **53**, pp. 446–452, 2008.
- [8] T. Nakamura, C. Hirai and Y. Nishioka, "A practical train rescheduling algorithm using three predetermined factors," In *Proceedings of the 4th International Seminar on Railway Operations Modelling and Analysis (RailRome2011)*, 2011.
- [9] N. Tomii and H. Ikeda, "A hybrid train traffic rescheduling simulator," *Quarterly Report of RTRI*, **36**, pp. 192–197, 1995.
- [10] H. Shimizu, H. Fujimoto, J. Takahashi and N. Nozue, "Constraints based effective railway rescheduling system," In *Proceedings of the 5th World Congress on Railway Research (WCRR 2001)*, 2001.
- [11] C. G. Walker, J. N. Snowdon and D. M. Ryan, "Simultaneous disruption recovery of a train timetable and crew roster in real time," *Computers & Operations Research*, **32**, pp. 2077–2094, 2005.
- [12] A. D'Ariano, D. Pacciarelli and M. Pranzo, "A branch and bound algorithm for scheduling trains in a railway network," *European Journal of Operational Research*, **183**, pp. 643–657, 2007.
- [13] J. Rodriguez, "A constraint programming model for real-time train scheduling at junctions," *Transportation Research Part B: Methodological*, **41**, pp. 231–245, 2007.
- [14] J. Törnquist and J. A. Persson, "N-tracked railway traffic re-scheduling during disturbances," *Transportation Research Part B: Methodological*, **41**, pp. 342–362, 2007.
- [15] A. Schöbel, "Model for the delay management problem based on Mixed-Integer-Programming," *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, **50**, pp. 1–10, 2001.
- [16] A. Schöbel, *Optimization in Public Transportation*, Springer, 2006.
- [17] A. Schöbel, "Capacity constraints in delay management," *Public Transport*, **1**, pp. 135–154, 2009.
- [18] L. Suhl, C. Biederbick and N. Kliwer, "Design of customer-oriented dispatching support for railways," *Computer-Aided Scheduling of Public Transport*, S. Voß and J. R. Daduna (eds.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, **505**, pp. 365–386, 2001.
- [19] 富井規雄, "通勤電車のダイヤ乱れへの対応アルゴリズム," *オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学*, **55**, pp. 176–181, 2010.
- [20] G. Heilporn, L. De Giovanni and M. Labbé, "Optimization models for the single delay management problem in public transportation," *European Journal of Operational Research*, **189**, pp. 762–774, 2008.
- [21] M. Schachtebeck and A. Schöbel, "To wait or not to wait—And who goes first? Delay management with priority decisions," *Transportation Science*, **44**, pp. 307–321, 2010.
- [22] S. Kanai, K. Shiina, S. Harada and N. Tomii, "An optimal delay management algorithm from passengers' viewpoints considering the whole railway network," *Journal of Rail Transport Planning & Management*, **1**, pp. 25–37, 2011.
- [23] T. Dollevoet, D. Huisman, M. Schmidt and A. Schöbel, "Delay management with rerouting of passengers," *Transportation Science*, **46**, pp. 74–89, 2012.
- [24] T. Dollevoet, F. Corman, A. D'Ariano and D. Huisman, "An iterative optimization framework for delay management and train scheduling," *Flexible Services and Manufacturing Journal*, **26**, pp. 490–515, 2014.
- [25] T. Dollevoet, D. Huisman, L. Kroon, M. Schmidt and A. Schöbel, "Delay management including capacities of stations," *Transportation Science*, **49**, pp. 185–201, 2015.
- [26] F. Corman, D. Pacciarelli, A. D'Ariano and M. Samà, "Railway traffic rescheduling with minimization of passengers' discomfort," Technical Report RT-DIA-212-2015, *Dipartimento di Ingegneria, Università degli Studi Roma Tre*, 2015.
- [27] J. Törnquist, "Computer-based decision support for railway traffic scheduling and dispatching: A review of models and algorithms," *5th Workshop on Algorithmic Methods and Models for Optimization of Railways (ATMOS 2005)*, L. G. Kroon and R. H. Möhring (eds.), Internationales Begegnungs- und Forschungszentrum für Informatik (IBFI), Schloss Dagstuhl, 2006.
- [28] V. Cacchiani, D. Huisman, M. Kidd, L. Kroon, P. Toth, L. Veelenturf and J. Wagenaar, "An overview of recovery models and algorithms for real-time railway rescheduling," *Transportation Research Part B: Methodological*, **63**, pp. 15–37, 2014.
- [29] 国土交通省鉄道局 (監修), 『鉄道プロジェクトの評価手法マニュアル (2012 年改訂版)』, 運輸政策研究機構, 2012.
- [30] H. P. ウィリアムズ (前田英次郎監訳, 小林英三訳), 『数値計画モデルの作成法』, 産業図書, 1995.
- [31] G. Maróti and L. Kroon, "Maintenance routing for train units: The transition model," *Transportation Science*, **39**, pp. 518–525, 2005.
- [32] K. Sato and N. Fukumura, "Real-time freight locomotive rescheduling and uncovered train detection during disruption," *European Journal of Operational Research*, **221**, pp. 636–648, 2012.
- [33] 辺田文彦, 相馬眞, 若井雅宏, 小島央士, 片岡健司, 高橋理, "列車ダイヤ乱れ時の乗務員運用整理支援," *オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学*, **53**, pp. 453–457, 2008.
- [34] 高橋理, 片岡健司, 小島央士, 浅見雅之, "ダイヤ乱れ時における列車乗務員運用整理案の自動作成," *電気学会論文誌 D*, **128**, pp. 1291–1297, 2008.
- [35] N. J. Rezanova and D. M. Ryan, "The train driver recovery problem—A set partitioning based model and solution method," *Computers & Operations Research*, **37**, pp. 845–856, 2010.
- [36] K. Sato and N. Fukumura, "Real-time freight train driver rescheduling during disruption," *IEICE TRANSACTIONS ON Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, **E94-A**, pp. 1222–1229, 2011.