

特集にあたって

室田 一雄 (東京大学)

離散凸解析の枠組みが提唱されてから 15 年ほどになる。当初は、離散最適化の一つのアプローチとして、マトロイドや劣モジュラ関数の延長線上に理論研究が展開されていた。しかし、離散凸解析が提供する「物の見方」はもっと一般的であり、いろいろな分野と密接な関係を持つことが明らかになっている。現在、離散凸解析は——少なくとも離散凸解析 (Discrete Convex Analysis) という言葉だけは——海外でも認知されつつある。そのような状況のなかで、本誌においても離散凸解析の特集が組まれることになった。旗振り役としては、たいへんありがたいことと感謝している。

「離散」と「凸」という両眼を持つことで物が見えるようになる、というのが離散凸解析の立場である。例えば、物流の問題では、輸送経路に選択肢がいくつかあるとして輸送コストを最小にする。選択可能な経路の組合せ構造を考えるのが「離散」の目であり、輸送コストのことを考えるのが「凸」の目である。念のために書き添えると、輸送コストは凸関数であると主張しているのではない。凸関数としてモデル化できるか、凸関数だと何がうれしいか、凸関数で近似できるか、のように、「凸」を軸に考察するという意味である。

離散凸解析の原点はネットワーク最適化にある。最短路問題、最大流問題、最小費用流問題などのネットワーク最適化問題がうまく解ける仕組みを突き詰めてきた枠組みが離散凸解析である。しかし、いったん一般論ができると、その由来に縛られることなく適用できるのが一般論の強みである。例えば、待ち行列や在庫管理、ゲーム理論や数理経済学に離散凸解析が有用である。さらには、多項式行列や安定行列の理論、有限距離空間の理論、トロピカル幾何学などの数学でも離散凸解析の概念が注目されている。

本特集は、離散最適化の専門家でない方々を対象にして、離散凸解析の理論、応用、アルゴリズム、ソフトウェアを解説することを目的としている。

多くの人にとって理論は厄介で面倒なものである。しかし、最適化理論の構成要素を押さえておけば、線形

計画法も離散凸解析も同じようにして理解することができる。拙稿「離散凸解析のすすめ」では、最初に「理論」を理解するコツを示してから、離散凸解析の理論の骨格を解説した。

続いて、森口聡子氏による「在庫管理とシフトスケジューリングにおける離散凸解析」である。在庫管理や待ち行列の分野ではかなり早い時期に離散凸性が議論されたが、近年、離散凸解析の成果を利用した研究が海外で次第に活発になっている。その一端を、在庫管理の問題とコールセンターのシフトスケジューリング問題について解説していただいた。

ゲーム理論と離散凸解析の間には密接な関係があり、選好や効用関数の持つ代替性や補完性が、ある種の凸性に対応する。離散凸解析のゲーム理論への応用を牽引してきた田村明久氏からは、「安定結婚からサプライチェーンネットワークの安定性へ」と題する解説をいただいた。最新の研究結果の要点と、両分野の交流の歴史がわかりやすく説明されている。

アルゴリズムの設計は、離散凸解析の大きなテーマである。アルゴリズム部門に多大な貢献を続ける塩浦昭義氏には「組合せ最適化のアルゴリズムと離散凸解析」と題する解説をいただいた。離散凸解析におけるアルゴリズムの一般形と、最短路問題に対するダイクストラ法や最小木問題に対するクラスカル法などとの関係を丁寧に説明していただいた。

最後は、土村展之氏の「離散凸解析ソルバ ODICON と Web アプリケーション」と題する解説である。離散凸関数最小化アルゴリズムの C 言語による実装と Web 上でちょっと遊んでみるためのアプリの説明である。理屈はさておいて一度使ってみてほしいんです！という情熱が伝わってくる親切な解説となっている。

著者の方々は皆さん「読んでもらえる記事」を目指してご尽力くださったと感謝している。本特集が機会となって、意外な文脈で離散凸解析が使われるようになることを期待している次第である。