コンフリクト解決のためのグラフモデル
—GMCR: The Graph Model for Conflict Resolution—

猪原　健弘

コンフリクト解決のためのグラフモデル (GMCR: The Graph Model for Conflict Resolution) の枠組を扱う．GMCR の枠組の特徴である「状態変化の不可逆性」や「状態の実現可能性」の明示的な取り扱いについて，ゲーム理論の代表的モデルである標準形ゲームと比較しながら述べる．また，GMCR の「標準的な分析方法」と「提携分析の方法」で用いられる安定性概念を，それぞれ 4 つ紹介する．さらに，安定性概念の適用例や安定性概念間の相互関係についての基礎的な知見を紹介する．

キーワード：コンフリクト解決のためのグラフモデル（GMCR），安定性概念，状態変化の不可逆性，状態の実現可能性，主体の逐次的応答，提携分析

1. はじめに

現実の複雑な非協力的意思決定状況を柔軟に表現でき，種々の安定性概念によるさまざまな安定性分析が可能な数理的な枠組として，コンフリクト解決のためのグラフモデル (GMCR: The Graph Model for Conflict Resolution) がある [1, 2, 3]．GMCR の枠組を用いれば，意思決定状況の安定性分析において，状態変化の不可逆性や状態の実現可能性，さらには，意思決定主体（以下，主体）の逐次的応答 [4, 5, 6] や主体のグループの提携行動 [7, 8, 9] を十分に考慮に入れることが可能である．

本稿では，GMCR の枠組の特徴を，ゲーム理論の代表的モデルである標準形ゲームと比較しながら，また，意思決定状況の例としてチキンゲームの状況を用いながら述べる．また，GMCR の「標準的な分析方法」[1, 2, 3] と「提携分析の方法」[7, 8, 9] で用いられる安定性概念を，それぞれ 4 つ紹介する．具体的には，Nash Stability（Nash：ナッシュ安定性）[10, 11]，General metarationality（GMR：一般メタ合理性）[4]，Symmetric Metarationality（SMR: 対称メタ合理性）[4]，Sequential Stability（SEQ: 連続安定性）[5, 6] と，Coalition Nash Stability（CNash: 提携ナッシュ安定性）[7, 8, 9]，Coalition General Metarationality（CGMR：提携一般メタ合理性）[8, 9]，Coalition Symmetric Metarationality（CSMR：提携対称メタ合理性）[8, 9]，Coalition Sequential Stability（CSEQ：連続安定性）[8, 9] である．さらに，安定性概念の適用例としてチキンゲームの状況に対する安定性分析の結果を紹介し，安定性概念の「強さ」の違いを見る．また，一般的に成立する安定性概念間の相互関係について，例えば，「Nash であれば SEQ である」，「SEQ であれば GMR である」，あるいは，「主体が 3 人以上の場合には CSEQ であっても SEQ であるとは限らない」など，基礎的な知見を紹介する．

まず次節で，GMCR の枠組とその特徴を述べる．3 節は，GMCR における安定性概念の紹介である．4 節で安定性概念の適用例と安定性概念間の相互関係を示し，5 節で本稿のまとめを行う．

2. GMCR の枠組とその特徴－標準形ゲームとの比較

GMCR は，コンフリクトを記述し分析するための柔軟性に富んだ数理的枠組である．Walker ら (2012) [12] にあるとおり，GMCR はゲーム理論，特に，非協力ゲーム理論の代表的モデルである標準形ゲームから派生した枠組である．しかし，ゲーム理論が主体の選好の「量的（quantitative）」な扱いを採用するのに対し，GMCR は「（順序）関係的（relative）」に選好を扱う点に大きな違いがある．

GMCR は，特に標準形ゲームの枠組と比較して，次のような特徴を持つ．(i) 状態変化の不可逆性の取り扱いが可能．(ii) 状態の実現可能性の明示的な扱いが可能．(iii) 主体の行動とそれに対するほかの主体の応答行動など，主体の逐次的応答の取り扱いが可能．これ

いのはら　たけひろ
東京工業大学・大学院社会理工学研究科価値システム専攻
〒 152–8552 東京都目黒区大岡山 2–12–1 (W9–38)

らの特徴は，GMCR によるコンフリクトの記述と分析の柔軟性を高めており，そのため，これまでに多くの現実のコンフリクトの記述と分析に適用されてきた．実際，Fang ら [3] によるガソリン分水事業コンフリクトや米国とカナダの間の木材貿易のコンフリクトなどの記述と分析が例として挙げられる．

GMCR ではさらに，(i) 提携形成 [7, 8, 9]，(ii) 主体の選好の強度 [14]，(iii) policy 分析 [15, 16]，(iv) 不完備情報 [17, 18]，(v) 態度分析 [19, 20]，(vi) 選好の変化 [21, 22]，(vii) 集団意思決定状況における過半数ルールや合意形成 [23–26] など，意思決定状況のさまざまな側面を取り扱うための分析方法が多様に用意されており，分析の柔軟性を高めている．

2.1 コンフリクトのグラフモデル

GMCR では，意思決定状況を「コンフリクトのグラフモデル」で表現する．

コンフリクトのグラフモデルとは，4 つ組

$$(N, S, (A_i)_{i\in N}, (\succeq_i)_{i\in N})$$

である．ここで，N は主体全体の有限集合で $|N| \geq 2$ を満たすもの，S はコンフリクトの中で起こりうる状態全体の有限集合で $|S| \geq 2$ を満たすものである．(S, A_i) は主体 i のグラフであり G_i と表される．ただし，S がグラフの頂点全体の集合，$A_i \subseteq S \times S$ がグラフの弧 (arc) 全体の集合で，どの $s \in S$ に対しても $(s, s) \notin A_i$ であるとする．$s, s' \in S$ に対して，$(s, s') \in A_i$ は，「主体 i がコンフリクトの状態を s から s' に変化させることができる」ということを表している．つまり A_i は，コンフリクトの中で起こりうる状態遷移のうち，主体 i がコントロールすることができるものすべてを列挙したものである．$\gtrsim_i$ は起こりうる状態に対する主体 i の選好であり，反射性（任意の $s \in S$ に対して，$s \gtrsim_i s$ である），完備性（任意の $s, s' \in S$ に対して，$s \gtrsim_i s'$ または $s' \gtrsim_i s$ である），推移性（任意の $s, s', s'' \in S$ に対して，$s \gtrsim_i s'$ かつ $s' \gtrsim_i s''$ であるならば $s \gtrsim_i s''$ である）を満たす S 上の関係である．$s \gtrsim_i s'$ は，「主体 i が状態 s を状態 s' 以上に好んでいる」ことを，$s \sim_i s'$ は，$s \gtrsim_i s'$ かつ $s' \gtrsim_i s$ であることとして定義され，「主体 i が状態 s を状態 s' と同等に好んでいる」ことを，$s >_i s'$ は，$s \gtrsim_i s'$ かつ「$s' \gtrsim_i s$ ではない」こととして定義され，「主体 i が状態 s を状態 s' より好んでいる」ことを表す．

2.2 GMCR と標準形ゲームとの比較

GMCR の枠組の特徴を，ゲーム理論の代表的モデルである標準形ゲームと比較しながら，また，意思決定状況の例としてチキンゲームの状況を用いながら，見ていこう．

表 1 チキンゲームの状況を表現する標準形ゲーム

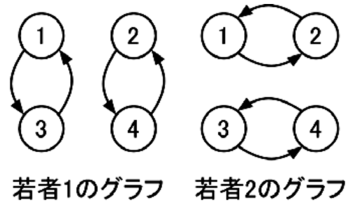
主体		若者 2	
	戦略	避ける	避けない
若者 1	避ける	3, 3	2, 4
	避けない	4, 2	1, 1

チキンゲームの状況は，次の 2 人の若者の話で理解しやすくなる．

> 2 人の若者が自分の持っている「勇気」を競っている．2 人は車に乗り，離れたところから互いに向かって全速力で車を走らせる．途中で怖くなって避けたほうは「弱虫」として馬鹿にされ，避けなかったほうは「勇者」として称賛される．両者が同時に避けた場合は引き分けだが，両者ともが避けなかった場合には，車が正面衝突し，車は壊れ，2 人ともひどいけがを負う．

チキンゲームの状況を標準形ゲームで表現すると表 1 のようになる．表中，各マス目の左側の数字は「若者 1」にとっての，右側の数字は「若者 2」にとっての「結果」の好ましさを表している．数字が大きいほどその結果が望ましいことを示す．

同じチキンゲームの状況をコンフリクトのグラフモデルで表現すると図 1 のようになる．$N = \{$ 若者 1, 若者 2 $\}$，$S = \{$ ①, ②, ③, ④$\}$ であって，$(A_i)_{i\in N}$ の情報，ないしは，各主体 i のグラフ $G_i = (S, A_i)$ が図 1 の上段に示されている．左が若者 1，右が若者



主体	状態に対する選好順序			
	より好ましい	⟷		より好ましくない
若者 1	③	①	②	④
若者 2	②	①	③	④

図 1 チキンゲームの状況を表現するコンフリクトのグラフモデル

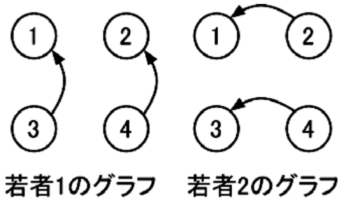
2 のグラフである．図 1 の下段は主体の選好 $(\succsim_i)_{i\in N}$ の情報である．各主体にとっての「状態」の好ましさが「状態の列」で表されており，状態の位置が列の中で左であるほどその状態が望ましいことを示す．

コンフリクトの状態①，状態②，状態③，状態④がそれぞれ，標準形ゲームの結果（避ける，避ける），（避ける，避けない），（避けない，避ける），（避けない，避けない）に対応している．しかし，次の点に注意すべきである．すなわち，標準形ゲームでは，各主体が与えられた複数の「戦略の中から 1 つを選ぶ場面」を想定していて，主体が選んだ戦略の組合せによって意思決定状況の「結果」が「定まる」と考えているのに対し，GMCR では，主体の行動によってコンフリクトの「状態が変化していく場面」を想定していて，主体が選ぶ行動の組合せや順序によって意思決定状況の「状態」が「変化していく」と考えている点である．この違いは，GMCR を用いた研究がしばしば「現状（status quo)」や「現状からの状態遷移」に言及するのに対し，標準形ゲームを用いた研究では意思決定状況の「現状」を明示的に扱うことがほとんどないということに端的に表れている．

GMCR では，標準形ゲームと異なり，「状態変化の不可逆性」を明示的に扱うことができる．例えば，チキンゲームの状況において若者 1 が「避ける」という戦略を選択したとすると，その時点で「チキンゲーム」の勝負が決まるので，その後に「避けない」という戦略を選び直すことはできない．このような「状態変化の不可逆性」は標準形ゲームの枠組みでは扱いづらい．しかし GMCR であれば図 2 のように表現することが可能である．状態①から状態③，あるいは，状態②から状態④への矢印が「ない」ことによって，「避ける」を選択したら「避けない」を選び直すことができないという「状態変化の不可逆性」が表現されている．

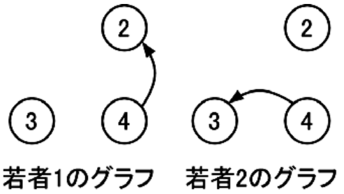
さらに GMCR では，「状態の実現可能性」を明示的に扱うことができる．チキンゲームの状況では，「両者が同時に避けた場合は引き分け」とする場合が多い．しかし，まったく同時に避けることは現実的でないとして，結果（避ける，避ける），あるいは，状態①を分析対象から外したい場合もあるだろう．

標準形ゲームの枠組では，両主体が戦略「避ける」を持っている限り，結果（避ける，避ける）を扱わざるを得ない．意思決定状況の結果が，各主体が選ぶ戦略の組合せで定まるからである．一方，GMCR の枠組では，実現不可能な状態を状態全体の集合 S から取り除くだけで，そのような状態を分析対象から外すことができる．上記のように，チキンゲームの状況における状態①を分析対象から外したい場合には，図 3 のようなコンフリクトのグラフモデルを使えばよい．まったく同時に避けることは現実的でないとする場合，それに対応する状態①が実現不可能となるので，コンフリクトの中で起こりうる状態の中から状態①を取り除くのである．



	状態に対する選好順序			
主体	より好ましい	⟷	より好ましくない	
若者 1	③	①	②	④
若者 2	②	①	③	④

図 2　状態変化の不可逆性を考慮したチキンゲームの状況を表現するコンフリクトのグラフモデル



	状態に対する選好順序		
主体	より好ましい	⟷	より好ましくない
若者 1	③	②	④
若者 2	②	③	④

図 3　状態の実現可能性を考慮したチキンゲームの状況を表現するコンフリクトのグラフモデル

このように，GMCR の枠組は，「状態変化の不可逆性」と「状態の実現可能性」を明示的に扱うことができるという特徴を持つ．この特徴は GMCR によるコンフリクトの記述と分析の柔軟性を高めている．

3. GMCR における安定性概念

「状態変化の不可逆性」と「状態の実現可能性」の明示的な取り扱い以外にも，GMCR によるコンフリクトの記述と分析の柔軟性を高めているものがある．「主体の逐次的応答」と「主体のグループの提携行動」の

取り扱いがそれである．これらはGMCR の枠組の中で提供されている多様な安定性概念によって実現されている．本節では，GMCR の安定性概念を，「標準的な分析方法」で用いられるものと，「提携分析の方法」で用いられるものに分けて紹介する．

3.1 標準的な分析方法

GMCR における安定性概念を定義するには，次のとおり，いくつかの「リスト」を定義する必要がある．コンフリクトのグラフモデル $(N, S, (A_i)_{i\in N}, (\succsim_i)_{i\in N})$ が与えられているものとする．

主体 i の，状態 s からの到達可能リスト $R_i(s)$ は $R_i(s) = \{s' \in S \,|\, (s, s') \in A_i\}$ で定義される．$s' \in R_i(s)$ である場合，主体 i は自分だけでコンフリクトの状態を s から s' に遷移させることができる．

提携 $H \subseteq N$ の，状態 s からの到達可能リスト $R_H(s)$ は次のように帰納的に定義される．

(i) $i \in H$ かつ $s' \in R_i(s)$ ならば $s' \in R_H(s)$ である．

(ii) $i \in H$ かつ $s' \in R_H(s)$ かつ $s'' \in R_i(s')$ ならば $s'' \in R_H(s)$ である．

$s' \in R_H(s)$ である場合，提携 H に属する主体による状態遷移の繰り返しにより，コンフリクトの状態を s から s' に遷移させることができる．

主体 i の，状態 s からの一方的改善リスト $R_i^+(s)$ は $R_i^+(s) = \{s' \in R_i(s) | s' \succ_i s\}$ で定義される．$s' \in R_i^+(s)$ である場合，主体 i は自分だけでコンフリクトの状態を s から s' に遷移させることができ，また，主体 i にとって s' は s よりも好ましい状態である．

提携 $H \subseteq N$ の，状態 s からの一方的改善リスト $R_H^+(s)$ は次のように帰納的に定義される．

(i) $i \in H$ かつ $s' \in R_i^+(s)$ ならば $s' \in R_H^+(s)$ である．

(ii) $i \in H$ かつ $s' \in R_H^+(s)$ かつ $s'' \in R_i^+(s')$ ならば $s'' \in R_H^+(s)$ である．

$s' \in R_H^+(s)$ である場合，提携 H に属する主体によるより好ましい状態への遷移の繰り返しにより，コンフリクトの状態を s から s' に遷移させることができる．

主体 i の，状態 s 以下の状態リスト$\varphi_i^{\simeq}(s)$ は $\varphi_i^{\simeq}(s) = \{s' \in S \mid s \succsim_i s'\}$ で定義される．これは，主体 i にとって，状態 s 以下の好ましさの状態全体の集合である．

これらのリストを用いて，GMCR における標準的な分析方法における安定性概念を次のとおり定義することができる．

状態 $s \in S$ が主体 i にとってナッシュ安定 (Nash: Nash stable) [10, 11] であるとは，$R_i^+(s) = \emptyset$ であるときをいう．主体 i にとって Nash である状態 s は，主体 i が状態 s からの一方的改善を持たないため，主体 i にとっては安定である．

状態 $s \in S$ が主体 i にとって一般メタ合理的 (GMR: generally metarational) [4] であるとは，任意の $s' \in R_i^+(s)$ に対して，$R_{N-\{i\}}(s') \cap \varphi_i^{\simeq}(s) \neq \emptyset$ であるときをいう．主体 i にとって GMR である状態 s は，主体 i の状態 s からのどの一方的改善に対しても他の主体の応答の中に状態 s 以下の状態を引き起こすものが存在するため，主体 i にとっては安定である．

状態 $s \in S$ が主体 i にとって対称メタ合理的 (SMR: symmetrically metarational) [4] であるとは，任意の $s' \in R_i^+(s)$ に対して，$R_i(s'') \subseteq \varphi_i^{\simeq}(s)$ であるような $s'' \in R_{N-\{i\}}(s') \cap \varphi_i^{\simeq}(s)$ が存在するときをいう．主体 i にとって SMR である状態 s は，主体 i の状態 s からのどの一方的改善からもほかの主体の応答によって状態 s 以下の状態 s'' が引き起こされ，さらに，それに対して主体 i がどのように再応答したとしても状態 s 以下の状態しか達成できないため，主体 i にとっては安定である．

状態 $s \in S$ が主体 i にとって連続的安定 (SEQ: sequentially stable) [5, 6] であるとは，任意の $s' \in R_i^+(s)$ に対して，$R_{N-\{i\}}^+(s') \cap \varphi_i^{\simeq}(s) \neq \emptyset$ であるときをいう．主体 i にとって SEQ である状態 s は，主体 i の状態 s からのどの一方的改善に対してもほかの主体の合理的な応答の中に状態 s 以下の状態を引き起こすものが存在するため，主体 i にとっては安定である．

これら 4 つの安定性概念のうち，GMR, SMR, SEQ は，「主体の逐次的応答」を扱っている．GMR と SEQ では「主体の一方的改善」に対する「他の主体の応答」という 2 段階を，SMR においては，「主体の一方的改善」に対する「ほかの主体の応答」と，さらに，それに対する「最初の主体の再応答」という 3 段階を考慮に入れている．

各安定性概念 (Nash, GMR, SMR, SEQ) について，状態 $s \in S$ がすべての主体にとって，その安定性概念に関して安定であれば，状態 s はその安定性概念に関する均衡であるという．例えば，状態 s がすべての主体にとって Nash であれば，状態 s は Nash に関する均衡であるという．GMR，SMR，SEQ についても同様に「均衡」が定義される．

3.2 提携分析の方法

GMCR の標準的な分析方法における安定性概念で

は，主体のグループによる提携行動が十分には扱われていない．実際，Nash，GMR，SMR，SEQ のいずれにおいても，最初に一方的改善を行うのは単一の主体である．また，一方的改善に対する応答は，最初に一方的改善を行った主体以外のすべての主体からなる提携によってなされる．しかし，実際には，主体のグループが提携を形成し，その提携に属するすべての主体にとって好ましい結果となるような状態遷移をそのグループ全体で引き起こすことが考えられる．また，一方的改善に対する応答も主体のグループによって行われうる．

GMCR の提携分析は，コンフリクトの分析において，主体のグループによる提携行動を十分に考慮することを可能にする．

GMCR の提携分析における安定性概念を定義するには，次のとおり，いくつかの概念の定義を追加する必要がある．再び，コンフリクトのグラフモデル $(N, S, (A_i)_{i\in N}, (\succsim_i)_{i\in N})$ が与えられているものとする．

提携 $H \subseteq N$ の，状態 s からの提携改善リスト $R_H^{++}(s)$ は $R_H^{++}(s) = \{s' \in R_H(s) \mid \forall i \in H, s' \succ_i s\}$ で定義される．$s' \in R_H^{++}(s)$ である場合，提携 H に属する主体による状態遷移の繰り返しにより，コンフリクトの状態を s から s' に遷移させることができ，また，提携 H に属する主体すべてにとって s' は s よりも好ましい状態である．

提携の族 $\mathbb{C} \subseteq \mathbb{P}(N)$（ただし，$\mathbb{P}(A)$ は集合 A のべき集合）の，状態 s からの到達可能リスト $R_{\mathbb{C}}(s)$ は，次のように再帰的に定義される．

(i) $H \in \mathbb{C}$ かつ $s' \in R_H(s)$ ならば $s' \in R_{\mathbb{C}}(s)$ である．

(ii) $H \in \mathbb{C}$ かつ $s' \in R_{\mathbb{C}}(s)$ かつ $s'' \in R_H(s')$ ならば $s'' \in R_{\mathbb{C}}(s)$ である．

$s' \in R_{\mathbb{C}}(s)$ である場合，提携の族 $\mathbb{C}$ に属する提携による状態遷移の繰り返しにより，コンフリクトの状態を s から s' に遷移させることができる．

また，提携の族 $\mathbb{C} \subseteq \mathbb{P}(N)$ の，状態 s からの提携改善リスト $R_{\mathbb{C}}^{++}(s)$ は，次のように再帰的に定義される．

(i) $H \in \mathbb{C}$ かつ $s' \in R_H^{++}(s)$ ならば $s' \in R_{\mathbb{C}}^{++}(s)$ である．

(ii) $H \in \mathbb{C}$ かつ $s' \in R_{\mathbb{C}}^{++}(s)$ かつ $s'' \in R_H^{++}(s)'$ ならば $s'' \in R_{\mathbb{C}}^{++}(s)$ である．

$s' \in R_{\mathbb{C}}^{++}(s)$ である場合，提携の族 $\mathbb{C}$ に属する提携によるより好ましい状態への遷移の繰り返しにより，コンフリクトの状態を s から s' に遷移させることができる．

さらに，提携 H の，状態 s 以下の状態リスト $\varphi_H^{\simeq}(s)$ は $\varphi_H^{\simeq}(s) = \{s' \in S \mid \exists i \in H, s \succsim_i s'\}$ で定義される．これは，提携 H に属する少なくとも一人の主体にとって状態 s 以下の好ましさの状態全体の集合である．

これら追加の概念を用いて，GMCR の提携分析における安定性概念を定義することができる．

状態 $s \in S$ が提携 $H \subseteq N$ にとって提携ナッシュ安定 (CNash: coalition Nash stable) であるとは，$R_H^{++}(s) = \emptyset$ であるときをいう．また，状態 $s \in S$ が主体 $i \in N$ にとって CNash であるとは，状態 $s \in S$ が，$i \in H$ であるようなすべての提携 $H \subseteq N$ に対して CNash であるときをいう．

状態 $s \in S$ が提携 $H \subseteq N$ にとって提携一般メタ合理的 (CGMR: coalition generally metarational) であるとは，任意の $s' \in R_H^{++}(s)$ に対して，$R_{\mathbb{P}(N-H)}(S') \cap \varphi_H^{\simeq}(s) \neq \emptyset$ であるときをいう．また，状態 $s \in S$ が主体 $i \in N$ にとって CGMR であるとは，状態 $s \in S$ が，$i \in H$ であるようなすべての提携 $H \subseteq N$ に対して CGMR であるときをいう．

状態 $s \in S$ が提携 $H \subseteq N$ にとって提携対称メタ合理的 (CSMR: coalition symmetrically metarational) であるとは，任意の $s' \in R_H^{++}(s)$ に対して，$R_H(s'') \subseteq \varphi_H^{\simeq}(s)$ であるような $s'' \in R_{\mathbb{P}(N-H)}(s') \cap \varphi_H^{\simeq}(s)$ が存在するときをいう．また，状態 $s \in S$ が主体 $i \in N$ にとって CSMR であるとは，状態 $s \in S$ が，$i \in H$ であるようなすべての提携 $H \subseteq N$ に対して CSMR であるときをいう．

状態 $s \in S$ が提携 $H \subseteq N$ にとって提携連続的安定 (CSEQ: coalition sequentially stable) であるとは，任意の $s' \in R_H^{++}(s)$ に対して，$R_{\mathbb{P}(N-H)}^{++}(s') \cap \varphi_H^{\simeq}(s) \neq \emptyset$ であるときをいう．また，状態 $s \in S$ が主体 $i \in N$ にとって CSEQ であるとは，状態 $s \in S$ が，$i \in H$ であるようなすべての提携 $H \subseteq N$ に対して CSEQ であるときをいう．

さらに，提携分析における各安定性概念（CNash，CGMR，CSMR，CSEQ）について，状態 $s \in S$ がすべての主体にとって，その安定性概念に関して安定であれば，状態 s はその安定性概念に関する均衡であるという．例えば，状態 s がすべての主体にとって CNash であれば，状態 s は CNash に関する均衡であるという．CGMR, CSMR, CSEQ についても同様に「均衡」が定義される．

これら 4 つの安定性概念は「主体のグループの提携

表 2　図 1 のコンフリクトのグラフモデルに対する安定性分析の結果

標準的な分析方法	Nash	GMR	SMR	SEQ
状態①		E	E	
状態②	E	E	E	E
状態③	E	E	E	E
状態④				
提携分析の方法	**CNash**	**CGMR**	**CSMR**	**CSEQ**
状態①		E	E	
状態②	E	E	E	E
状態③	E	E	E	E
状態④				

行動」を扱っている．さらに，CGMR, CSMR, CSEQ は，「主体の逐次的応答」を扱っている．GMCR における提携分析の方法を用いれば，「主体の逐次的応答」と「主体のグループの提携行動」を同時に取り扱うことができるのである．

4. 安定性概念の適用例と安定性概念間の相互関係

本節では，3 節で与えた安定性概念の適用例として，2 節の図 1，2，3 で表されるコンフリクトのグラフモデルの分析結果を紹介しよう．

図 1 は通常のチキンゲームの状況を表すコンフリクトのグラフモデルであった．これに対する安定性分析の結果は表 2 のとおりりである．表の中の「E」は，同じ行の 1 列目の状態が，同じ列の対応する安定性概念に関して均衡であることを表している．「主体の逐次的応答」を考慮する GMR, SMR, CGMR, CSMR で状態①が均衡になっていることがわかる．

図 2 は，「状態変化の不可逆性」を考慮したチキンゲームの状況を表現するコンフリクトのグラフモデルであった．これに対する安定性分析の結果は表 3 のとおりである．Nash, SEQ, CNash, CSEQ においても状態①が均衡になっていることがわかる．これは，状態変化の不可逆性を考慮したことによって，状態①からの状態変化の可能性がなくなった（図 2 において状態①から出ていく矢印がない）ためである．状態①は，いわば，「グラフの構造上，安定」である．

図 3 は，さらに，「状態の実現可能性」を考慮したチキンゲームの状況を表現するコンフリクトのグラフモデルであった．表 4 が安定性分析の結果である．状態①が実現不可能であることを考慮したため，状態②

表 3　図 2 のコンフリクトのグラフモデルに対する安定性分析の結果

標準的な分析方法	Nash	GMR	SMR	SEQ
状態①	E	E	E	E
状態②	E	E	E	E
状態③	E	E	E	E
状態④				
提携分析の方法	**CNash**	**CGMR**	**CSMR**	**CSEQ**
状態①	E	E	E	E
状態②	E	E	E	E
状態③	E	E	E	E
状態④				

表 4　図 3 のコンフリクトのグラフモデルに対する安定性分析の結果

標準的な分析方法	Nash	GMR	SMR	SEQ
状態②	E	E	E	E
状態③	E	E	E	E
状態④				
提携分析の方法	**CNash**	**CGMR**	**CSMR**	**CSEQ**
状態②	E	E	E	E
状態③	E	E	E	E
状態④				

と状態③からの状態変化の可能性がなくなった．これらは，表 2 と表 3 ですでに均衡であったが，表 4 において状態②と状態③が均衡になっているのは，これらの状態が「グラフの構造上，安定」なためである．

安定性概念の間に一般に成り立つ相互関係として，次のことが知られている．この点について詳細は，Fang ら (1989) [2] や Inohara and Hipel (2008) [8] を参照されたい．

- Nash であれば SMR であり，SMR であれば GMR である．Nash であれば SEQ であり，SEQ であれば GMR である [2].
- CNash であれば CSMR であり，CSMR であれば CGMR である．CNash であれば CSEQ であり，CSEQ であれば CGMR である [8].
- CNash であれば Nash である．主体のグラフが推移的であれば，CSMR であれば SMR であり，CGMR であれば GMR である [8].
- 主体が 3 人以上の場合，CSEQ と SEQ の間の包含関係は一般的には成立しない [8].

5. まとめ

本稿では，GMCR—コンフリクト解決のためのグラフモデル—の枠組の特徴を，特に，「状態変化の不可逆性」，「状態の実現可能性」，「主体の逐次的応答」，「主体のグループの提携行動」という 4 点に注目しながら紹介してきた．

これらの特徴が GMCR によるコンフリクトの記述と分析の柔軟性を高めていることは確かである．しかし，もちろん GMCR の枠組は万能ではない．例えば，ある状態から別の状態に到達する際の経路依存性の考慮は GMCR では難しい．その一つの理由は，主体の選好がグラフの中のパス (path) に対するものではなく，状態に対するものであるためである．コンフリクトの記述や分析に用いる枠組の選択の際には，このような，枠組の特徴や限界を踏まえることが必要である．

ゲーム理論から派生した枠組であるにもかかわらず，GMCR とゲーム理論は，ほぼ独立に研究が進んでいる．筆者は今後，両者の橋渡しとなる研究を進めていく．また，態度分析 [19, 20]，選好の変化 [21, 22]，集団意思決定状況における過半数ルールや合意形成 [23–26]，マッチング理論 [27] などを GMCR の枠組に融合させることで，GMCR の枠組をさらに発展させたい．このような研究にご興味をお持ちのみなさんは，是非，筆者宛にご一報いただきたい．

参考文献

[1] D. M. Kilgour, K. W. Hipel, and L. Fang, The graph model for conflicts, *Automatica*, **23**(1), 41–55, 1987.
[2] L. Fang, K. W. Hipel, and D. M. Kilgour, Conflict models in graph form: Solution concepts and their interrelationships, *European Journal of Operational Research*, **41**(1), 86–100, 1989.
[3] L. Fang, K. W. Hipel, and D. M. Kilgour, Interactive decision making: The graph model for conflict resolution, Wiley, New York, 1993.
[4] N. Howard, Paradoxes of Rationality: Theory of Metagames and Political Behaviour, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1971.
[5] N. M. Fraser, and K. W. Hipel, Solving complex conflicts, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, **9**(12), 805–816, 1979.
[6] N. M. Fraser, and K. W. Hipel, Conflict Analysis: *Models and Resolutions*, North-Holland, New York, 1984.
[7] D. M. Kilgour, K. W. Hipel, X. Peng, and L. Fang, Coalition analysis in group decision support, *Group Decision and Negotiation*, **10**(2), 159–175, 2001.
[8] T. Inohara, and K. W. Hipel, Interrelationships among noncooperative and coalition stability concepts, *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, **17**(1), 1–29, 2008.
[9] T. Inohara, and K. W. Hipel, Coalition analysis in the graph model for conflict resolution, *Systems Engineering*, **11**(4), 343–359, 2008.
[10] J. F. Nash, Equilibrium points in n-person games, *Proceedings of National Academy of Sciences of the USA*, **36**(1), 48–49, 1950.
[11] J. F. Nash, Non-cooperative games, *Annals of Mathematics*, **54**(2), 286–295, 1951.
[12] S. B. Walker, K. W. Hipel, and T. Inohara, Attitudes and preferences: Approaches to representing decision maker desires, *Applied Mathematics and Computation*, **218**(12), 6637–6647, 2012.
[13] J. von Neumann, and O. Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, Princeton, 1944.
[14] L. Hamouda, D. M. Kilgour, and K. W. Hipel, Strength of preference in the Graph Model for Conflict Resolution, *Group Decision and Negotiation*, **13**(5), 449–462, 2004.
[15] D. Z. Zeng, L. Fang, K. W. Hipel, and D. M. Kilgour, Policy stable states in the graph model for conflict resolution, *Theory and Decision*, **57**, 345–365, 2004.
[16] D. Z. Zeng, L. Fang, K. W. Hipel, and D. M. Kilgour, Generalized metarationalities in the graph model for conflict resolution, *Discrete Applied Mathematics*, **154**(16), 2430–2443, 2006.
[17] K. W. Li, K. W. Hipel, D. M. Kilgour, and L. Fang, Preference uncertainty in the graph model for conflict resolution, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Part A, **34**(4), 507–520, 2004.
[18] H. Sakakibara, N. Okada, and D. Nakase, The application of robustness analysis to the conflict with incomplete information, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Part C, **1**(32), 14–23, 2002.
[19] T. Inohara, K. W. Hipel, and S. Walker, Conflict analysis approaches for investigating attitudes and misperceptions in the War of 1812, *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, **16**(2), 181–201, 2007.
[20] T. Inohara, S. Yousefi, and K. W. Hipel, Propositions on Interrelationships among Attitude-Based Stability Concepts, *2008 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, Singapore, October 12–15, 2502–2507, 2008.
[21] S. Katakura, Incorporating preference change into the Graph Model for Conflict Resolution, Master's Thesis, Department of Value and Decision Science, Tokyo Institute of Technology, 2010.
[22] 大曽豊，Preference gap を考慮に入れたコンフリクト解決のためのグラフモデルにおける安定性分析，東京工業大学大学院社会理工学研究科価値システム専攻，平成 23 年度修士論文，2012.
[23] S. Yasui, and T. Inohara, A graph model of unanimous decision systems, *2007 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, Montreal, Canada, October 7–10, 1752–1757, 2007.
[24] T. Inohara, Consensus building and the Graph Model for Conflict Resolution, *2010 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, Cultural Center of Askeri Muze (Military Museum), Istanbul, Turkey, October 10–13, 2841–2846, 2010.
[25] T. Inohara, Stability of Consensus as a Decision

Technology for Service Management, *The 8th International Conference on Service Systems and Service Management (ICSSSM'11)*, Tianjin, China, June 25–27, 917–921, 2011.
[26] T. Inohara, Majority decision making and the Graph Model for Conflict Resolution, *2011 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (IEEE SMC 2011)*, The Hilton Anchorage Hotel, Anchorage, Alaska, October 9–12, 2702–2707, 2011.
[27] D. Gale, and L. S. Shapley, College admissions and the stability of marriage, *American Mathematical Monthly*, **69**(1), 9–15, 1962.