マルコフ連鎖を用いた野球における状況別勝率計算とその応用

大井 一輝

京都大学工学部情報学科
（現所属：京都大学大学院情報学研究科数理工学専攻）
指導教員：山下信雄 准教授

1. はじめに

近年，野球における戦略の決定，選手の評価などに対して，数理的な研究が盛んに行われている [2, 3]．そのような研究の多くでは，バント，敬遠，盗塁といった作戦が否定される傾向がある [3]．

そのような結論の根拠の一つは，各作戦の実行が，統計データから計算されるその試合の期待勝率を下げてしまうことにある．

しかし直感的には，打撃能力が高い打者の前の打者はバントをしたほうがよいはずである．この直感と既存の研究での結論とのずれの原因は，選手個々の能力や打順が考慮されていないことにあると考えられる．つまり，「○回，×点差の場面で，『今の打者と次の打者の打撃能力の差が△以上の場合は』バントをしたほうがよい」というような分析ができれば，これまで感覚的，経験的なものでしかなかった各作戦の実行に対し，具体的な条件を与えられると期待できる．そこで本研究では，選手個々の能力の違いや打順を考慮した，作戦の分析を行うことを考える．

2. 状況別期待勝率の算出方法

本研究でも [3] にならい，状況別の期待勝率の増減によって作戦を評価する．そのために本節では，選手個々の能力の違いや打順を考慮した状況（回，点差，塁状況，打者）別の期待勝率の算出方法を提案する．

まず野球の 1 イニングの状態遷移をマルコフ連鎖として捉える [2]．すなわち，表 1 のような 25 状態間を確率的に遷移すると考える．そして，k 番打者が状態 i を j へ遷移させる確率を (i,j) 要素に持つ 25×25 行列 P_k（k 番打者の「遷移確率行列」）を考える．ここで P_k の各要素（k 番打者が状態 i を j へ遷移させる確率）は選手ごとの過去の成績から決めることができる．行列 P_k は l 点 $(l=0,1,2,3,4)$ を獲得する状態遷移についての遷移確率行列 $P_k^{(l)} (l=0,1,2,3,4)$ に分解できる．

表 1 野球における 25 状態

	無走者	一塁	二塁	三塁	一二塁	一三塁	二三塁	満塁
無死	1	2	3	4	5	6	7	8
一死	9	10	11	12	13	14	15	16
二死	17	18	19	20	21	22	23	24
三死	25							

ここで，イニングの n 人目の打者が終わったとき，そのイニングで r 点 $(r=0,1,2,\dots)$ 入っていて，状態 s に至っている確率を (r,s) 要素に持つ行列を U_n とする．行列 U_n は，$P_k^{(l)}$ を用いて次式のように帰納的に求めることができる．

$$U_n|_r = \sum_{l=0}^{4} U_{n-1}|_{r-l} \cdot P_{k(n)}^{(l)}$$

ただし $U_n|_r$ は U_n の第 r 行[1]，$k(n)$ はイニング n 人目となった打者の打順を表している．

行列 U_n の第 25 列は n 人目までの打者で 3 アウトとなる，つまりそのイニングの攻撃が終了する確率を表している．そのため U_n の $(r,25)$ 要素は，イニング n 人目までの打者でそのイニングの攻撃が終了し，r 点入っている確率である．現実的には 1 イニングが永遠に続くことは考えられない．そのため，$n\to\infty$ としたとき，U_∞ の第 1〜24 列の要素はすべて 0 となり，第 25 列はそのイニングの得点の確率分布となって，その要素和は 1 になる．

延長戦を行わない場合，m_0 回，d_0 点リード，状態 s_0，i_0 番打者の状況での期待勝率は，その状況から 9 回終了までの両チームそれぞれの得点の確率分布にもともとの点差 d_0 を考慮することで算出できる．その確率分布を求めるためには，次を求めればよい．

A. ある回が i 番打者から始まるとき，次の回が j 番打者から始まる確率とそのときの得点の確率分布

B. ある回で i_0 番打者，状態 s_0 のとき，次の回が j 番打者から始まる確率 $q_{s_0(i_0 j)}$ とそのときの得点の確率分布 $\mathbf{R}_{q_{s_0(i_0 j)}}$

[1] U_n においては，通常の行列における第 1 行を第 0 行，第 2 行を第 1 行…と呼ぶことにする．

C. m_0 回，d_0 点リード，状態 s_0，i_0 番打者の状況での，m 回の攻撃が n 番から始まる確率とそのときの得点の確率分布

まず A の確率と確率分布は，既存の方法 [2] に従って，本節の冒頭から述べた，マルコフ連鎖を用いて 1 イニングの得点の確率分布を算出する過程の中で求めることができる[2]．そして B の確率 $q_{s_0(i_0 j)}$ と確率分布 $\mathbf{R}_{q_{s_0(i_0 j)}}$ であるが，[2] の方法を一般化した形の以下のアルゴリズムで定める．ただし，R_{max} は考える得点の上限，$\mathbf{u}_{25}^n$ は U_n の第 25 列，$\|\mathbf{u}_{25}^n\|_1$ は $\mathbf{u}_{25}^n$ の要素和を表す．また，Step 6. における ε は十分小さい正の定数であり，不等式は $\|\mathbf{u}_{25}^{\infty}\|_1 = 1$ を近似したものである．

$q_{s_0(i_0 j)}$ と $\mathbf{R}_{q_{s_0(i_0 j)}}$ を定めるアルゴリズム

Step 1. $n = 0,\ j = i_0$

Step 2. $n = n + 1$

Step 3. $r = 0, 1, 2, \ldots, R_{max}$ において

$U_n|_r = \sum_{l=0}^{4} U_{n-1}|_{r-l} \cdot P_j^{(l)}$

$$\text{ただし，} U_0 = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 1 & \cdots & s_0 & \cdots & 25 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Step 4. $j = (j \bmod 9) + 1$

Step 5. $q_{s_0(i_0 j)} = q_{s_0(i_0 j)} + (\|\mathbf{u}_{25}^n\|_1 - \|\mathbf{u}_{25}^{n-1}\|_1)$,

$\mathbf{R}_{q_{s_0(i_0 j)}} = \mathbf{R}_{q_{s_0(i_0 j)}} + (\mathbf{u}_{25}^n - \mathbf{u}_{25}^{n-1})$

Step 6. $\|\mathbf{u}_{25}^n\|_1 \leq 1 - \varepsilon$ ならば Step2. へ．

Step 7. $j = 1, 2, \ldots, 9$ それぞれについて

$\mathbf{R}_{q_{s_0(i_0 j)}}$ を正規化し終了．

ここの，状況 s_0, i_0 ごとの $q_{s_0(i_0 j)}$ と $\mathbf{R}_{q_{s_0(i_0 j)}}$ を新しく導入し，その算出方法を与えたことが，提案する状況別勝率計算の中核である．

項目 C の確率と確率分布は A と B が求まれば算出できる．そして，C からその状況から 9 回終了までの得点の確率分布が求まり，延長戦を行わない場合の m_0 回，d_0 点リード，状態 s_0，i_0 番打者の状況での期待勝率は算出できる．

延長戦を行う場合も同様に，得点の確率分布を用いる方法で算出できる [1]．

[2] [2] では，マルコフ連鎖を用いた，「試合開始前の時点での」期待勝率の算出方法が提案されている．

3. 個々の能力を考慮した，作戦の分析

本節では，前節で提案した方法で算出した期待勝率を用いて，バント，敬遠，盗塁といった作戦についての，打者の並び，イニング，点差を考慮した実行条件を実際に分析した方法および結果について述べる．

いずれの作戦の分析でも，打者のモデルとして，アウト率により最強，強，平均，弱，最弱の 5 タイプの打者を考えた[3]．

バントの分析では，打者の並びは今の打者と次の打者が 5 タイプの打者のそれぞれの 25 通りの場合を考えた（相手チームの 9 人も合わせた他の 16 人は平均打者とした）．点差は 2 点ビハインドから 2 点リードまでの 5 通りを想定した．そして 1〜12 各回の各場合について，期待勝率の増加量の期待値[4]が 0 となるバント成功率 p を求め，その状況では成功率 p 以上の打者はバントを行うべきと判断した．

敬遠，盗塁などについても同様に，提案手法で算出した期待勝率の特性を生かした分析を行った．

分析の結果，これまで感覚的，経験的なものでしかなかった各作戦の実行に対し，具体的な条件を与えることができた．それらの結果はおおむね“感覚どおり”であり，多くの文献で否定されているいくつかの野球のセオリーを肯定するものとなった．具体的には，「無死一塁では，同点もしくは勝っていて，次の打者に劣る弱打者や最弱打者が打席に立っているならばバントすべき」などの結果が得られた．また，現状よりももっと積極的に作戦を実行すべきだという結果が出た場面もあった．これらの詳細は [1] を参照してほしい．

参考文献

[1] 大井一輝，マルコフ連鎖を用いた野球における状況別勝率計算とその応用，京都大学工学部情報学科卒業論文，2013. http://www-optima.amp.i.kyoto-u.ac.jp/result/bachelordoc/24ohi.pdf

[2] 大澤清，合田憲人，野球における走者の進塁状況を考慮した勝率計算方法，日本応用数理学会論文誌，**18**(3), 321–346, 2008.

[3] 鳥越規央，9 回裏無死一塁でバントはするな，祥伝社，2011.

[3] 各タイプの打者のアウト率は，最強 0.51，強 0.60，平均 0.69，弱 0.78，最弱 0.87 とした．ちなみに平均打者のアウト率 0.69 は 2012 年プロ野球全体の平均のアウト率にほぼ等しい．一方，最弱打者のアウト率 0.87 は 2012 年プロ野球全体の投手の平均のアウト率にほぼ等しい．

[4] バント前，バント成功後，バント失敗後の期待勝率とバント成功率から計算できる．