

# 実務における問題解決と ヒューリスティック解法

田辺 隆人

複数の実行可能解を素早く求めることができるヒューリスティック解法は最適化手法の応用において欠くべからざる地位を確立している。分枝限定法との対比においてその特性について論じ、連続系の最適化の手法との協調が有益であること、特に実務の現場において期待される貢献について述べる。

キーワード：ヒューリスティクス、分枝限定法、ラグランジュ緩和法、列生成法

## 1. はじめに

「で、実行可能解はどのくらいで求まるの？」

下界を導出するのに使えそうな方法とそれにかかる計算時間は経験があればだいたい「読める」。どんな離散計画問題も線形ならば適宜緩和して線形計画問題を解けばよいし、そのままでは手に余る大規模問題もラグランジュ緩和で扱いやすい部分問題に分割して解いて結果を合算すればよい（ラグランジュ乗数をどうするかという問題は残るが）。しかし、実行可能解を求める精度と速度の保証は難しく、どうしても歯切れが悪くなる（「実行可能領域を絞り込んでゆけばおそらく実行可能解は求まると想定しています。類似の問題についての経験で言えば...」）。例えば離散問題の汎用解法である分枝限定法は解の存在する範囲を絞り込むことにおいては汎用的で強力だが、実行可能解を求めるのに同様の切れ味を発揮してくれる保証はない。実行可能解が発見されたならばその情報を活用して探索を絞り込むことはできるが、実行可能解を実用的な時間内に求める確実な方法ではない。

そんなときわれわれの拠り所になってくれるのがヒューリスティック解法である。分枝限定法はいわば解が存在しない部分を塗りつぶして、最適解の存在領域を浮かび上がらせるような働きをするが、ヒューリスティック解法は、対照的に実行可能解そのものを描き出してくれる（図1）。

本稿ではヒューリスティック解法を、最適性の保証はともかく実行可能解を取得することを第一義とする方法と定義づける。また、ヒューリスティック解法の

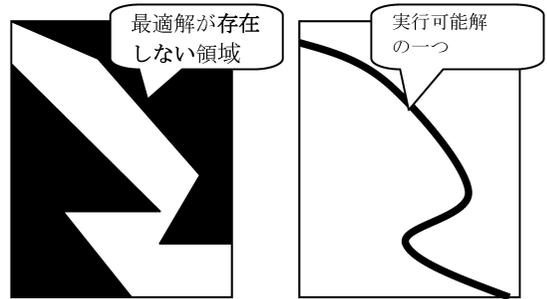


図1 分枝限定法（左）とヒューリスティック解法（右）との動作の違いの概念図

エッセンスを抽出して汎用化しているという意味合いで、タブー探索などメタヒューリスティクスに基づく解法を念頭に置いている。

一般にヒューリスティック解法は、「最適性」のくびきを逃れている分高速で、われわれの素朴な直観（「これだけ絞り込んだのだからいつかは実行可能解が見つかるはずだ！」）を補強し、心の平安（「明日の打ち合わせでは少なくともこれをお見せできる！」）をもたらしてくれる。さまざまな問題で効果が実証されたメタヒューリスティクスや、分枝限定法と協調して動作するヒューリスティック解法なしには現在の最適化手法の応用の広がりはいない。

しかしながらヒューリスティック解法は「最適性」を諦めたところから始まっている解法であるというその性質上、真価を発揮させるにはそれなりの戦略が必要なことも事実であり、問題の性質や出力される解の質を吟味せず実装の簡単なヒューリスティック解法に飛びつく、といった安易な使い方ではその欠点が強調された残念な結果を招きかねない。本稿では、筆者が実務的な問題に携わるなかで感じたヒューリスティクスの効用や特性についてまとめてみる。

たなべ たかひと  
(株) NTT データ数理システム  
〒160-0016 東京都新宿区信濃町 35 番地 信濃町煉瓦館 1 階

## 2. 分枝限定法とヒューリスティック解法

分枝限定法は「真の最適解を一つだけ求める」という目的を設定し、そのために必要な操作だけを行うことで速度を獲得している。具体的には現在まで見つかった最良の実行可能解を超えることができない解はたとえ最良と等価な解をもたらす可能性があっても探索の範囲から外してしまう。

一方、ヒューリスティック解法は解の絞り込みを行うことが性質上できないので、走らせた回数だけの解を「愚直に」量産する。結果としてヒューリスティック解法が出力する解の質は玉石混交となりうるし、どれだけたくさん解を出力したとしても厳密な最適解がその中に混ざっていることは保証できない。しかし「ほどほどの解」でも束となると、有益な情報源となる。例えば同一の機器を優先順位をつけずに並列に並べるなどして対称性を持つモデルを作成してしまったとき、それに気づくことができるのはヒューリスティック解法の出力する複数の解を見比べたときである（分枝限定法は偶然最初に見つけた解を提示するのみ）。また、制約の入れ方を間違えて実行可能解が存在しないモデルを作ってしまったとき、分枝限定法は即座に「解なし」と返す一方で、ヒューリスティック解法は、誤った制約をさまざまなやり方で違反した解を複数返す。どちらがモデル作成者にとって有益な気づきの機会を提供するかは明らかであろう。

## 3. 検索エンジンとヒューリスティック解法

複数の解が得られるという効用を別の視点から論じるために、検索エンジンによる文献調査の例をとってみよう。そもそも様子がわからない分野において、調査を始めるときから最終的な結果のイメージが正確に描けていることはありえない。漠然としたキーワードからとりあえず始めてみて、プロセスの中で探索方針を柔軟に変更していく。例えば候補に上がってくる文献のタイトルやアブストラクトから、自分の興味ある方向の情報をよく釣り上げてくれるキーワードを知ってフィードバックする。大勢がかかわっている「広い」領域、一部の人に限定されている「狭い」領域といった感触を得て、絞り込むべき範囲を定める。文献の著者情報からキーパーソンを探してその人に絞って検索してみる。そうして「なんとなく」目的を達成してしまうだろう。

この対極にある状況として、1日に閲覧できる文献の数が限られた閉架式の図書館で、分厚い文献一覧を

前にして（おそらくは途方に暮れて）いる状況を思い描いてみれば検索エンジンのメリットが逆に明らかになる。人間側からの質問に対して結果が複数出ること、（質はともかく）応答のスピードが速いことがわれわれの直観に働きかけて有益な相互作用を起していることに思い当たる。

筆者はヒューリスティック解法の活かしどころとして、この検索エンジンのような役割があると考えている。ヒューリスティック解法は複数の良解（最適解でなくてもよい）を素早く提供することで、外部の系（検索エンジンの例では人間系）と有益な相互作用を醸し出すきっかけを作る働きをする。近年の分枝限定法ソルバーに「ダイビング」など線形計画法由来のヒューリスティクスが組み込まれたことによる大幅な性能向上は、検索エンジンの場合における人間系の役割を分枝限定法が担ったことで、ヒューリスティック解法が有効に活用された例であろう。

## 4. 実務における問題解決と最適化手法

現場の実務家は常に実行可能解を求めることを要求されている点で「ヒューリスティック解法」を人間系で日々実践しているのだと見ることもできる。そして、得られた実行可能解のもたらす結果から、（定式化されていないにせよ）解法モデルを改善して、次の実行可能解の生成に備える。このような現場に最適化手法はどのような形で貢献することができるだろうか。

漠然と信じられているようにとにかく「最適性」を追求すればよいということではおそらくない。なぜなら、数理モデル自体が流動的でアドホックなので「最適解」にそれほど意味がないためである。例えば複数の最適化指標が恣意的な重みで結合されている目的関数を持つ問題について、0.1%レベルの最適性の追求は不要である。最適性はほどほどにして、恣意的な重みの設定を振ってみるなど問題の定義そのものの検討に時間を使うのが合理的な姿勢であろう。

実務の現場においては「制約充足性」についても柔軟な姿勢が要求される。現場のルールはそれを実施する現場が柔軟かつインテリジェントであることを頼みに互いに矛盾していることが珍しくない。そもそも10個を超える制約を互いに矛盾なく設定すること自体、容易ならざる課題である。したがって、制約の矛盾を見つけたら容赦なくそれを指摘して動作を止める解法では実務家を立ち止まらせてしまい、ツールとして役立つことはできない。こうして考えてみると、モデルの不完全さを受け入れつつとにかく「あがいて」まあ

まあ答えを返す、というヒューリスティック解法が実務の現場により適合していると言えよう。提示された(若干曖昧性を含む)モデルに対して素早く複数の応答を返すことによって、打てる手の中で最善の解の方向性を実務家に「体感」させるのである。

現場の実務家は自分の代わりに意思決定を行ってくれるツールを欲しているわけではない。あくまで意思決定のイニシアチブは人間にあり、最適化手法が振られるのは補佐としての役回りである。そんななかで「でしゃばらない、(理想の最適解が求まるといった)大見得を切らない、多少の矛盾には耐える」ヒューリスティック解法は「なかなか使える奴」としてより受け入れられやすい。

最適化手法が実務に貢献する理想形は、実務家が意識的・無意識的に行っている有用なフィードバックを最適化手法によって加速させることであると筆者は考える。その実現においてヒューリスティック解法は大きな役割を担うことを確信している。

## 5. ヒューリスティクスを支えるアルゴリズム

しかしながら、ヒューリスティック解法の欠点を補い、背後から支えているのは、線形計画法の双対定理など、抽象的な理論であることも忘れてはならない。主変数の操作をどれだけ続けても、緩和問題の解を用いた下界の保証、(緩和問題の)双対変数をガイドラインとした列生成といった手法に思い至ることはできない。そしてこれら「飛び道具」的の手法が拠って立つのは90年代から大きく発展した凸計画法、特に線形計画法の実装技術の積み上げであることは興味深い。そんななかで「単品」の問題を解くときには表れない技術的な疑問も新たに現れる。例えば列生成スキームで制約の重みを求めるときには緩和問題を解くが、そのとき、内点法・単体法のいずれを選択すべきなのか、分枝限定法の内部で用いられる双対単体法において解の整数性を向上させるにはどのようなピボットングをす

ればよいのか、などは実務的に有益な疑問であり、間接的にヒューリスティック解法の切れ味を高めるのに大きく貢献するであろう。

また、現在の優れたヒューリスティクスの実装はその枠組みの中に何かしらの「飛び道具」を組み込んでいる。[1, 2]では近似解法の枠組みの中で、「双対変数」に対応する値を設定する方法が組み入れられて大きな効果を上げている。[3]では一般化上界制約付き集合多重被覆問題について、線形計画法を用いるよりも優れた結果を与える制約重みの新しい設定方法が提案されている。

## 6. 今後に向けて

2013年現在においては、最適化手法とその実装も成熟の域に達してきた。潤沢な計算機資源とデータの蓄積を背景として、最適化手法は今後、望むと望まざるにかかわらず、整備された問題のみを相手をしているだけの局面から一歩進んで、モデルそのものも流動的な実務の現場での問題解決に向かうことになるであろう。本稿ではヒューリスティック解法がその有効な武器となりうることを述べた。

「厳密解法」対「ヒューリスティック解法」といった狭い視野ではなく、双方の特性、そしてときには人間の直観力を組み込んだ、「問題解決の勝ちパターン」の構成に向かって理論家と実務家双方の連携が望まれる。

### 参考文献

- [1] K. Nonobe and T. Ibaraki, "A tabu search approach for the constraint satisfaction problem as a general problem solver," *European Journal of Operational Research*, **106**, 599–623, 1998.
- [2] K. Nonobe and T. Ibaraki, "An improved tabu search method for the weighted constraint satisfaction problem," *INFOR*, **39**, 131–151, 2001.
- [3] S. Umetani, M. Arakawa and M. Yagiura, "A heuristic algorithm for the set multicover problem with generalized upper bound constraints," *Proceedings of Learning and Intelligent Optimization Conference (LION7)*, January 7–11, 2013 (Catania, Italy).