

# 船舶のウェザールーティング（最適航路選定） における要素技術

庄司 るり

現在の船舶の運航においては、原油価格の高騰により増大している運航コストにおける燃料費の割合を減らすこと、および温室効果ガスの排出量を削減することが大きな課題となっている。これらの課題を解決するために、船体形状、プロペラ形状および機関性能などについてのさまざまな改良がなされているが、これらはハード面の改良といえる。課題の解決には、ハード的な改良のほかにソフト的な方法も考えられ、運航方法の工夫やウェザールーティングはその代表的なものである。ここでは、ウェザールーティングの考え方として、ウェザールーティングの概要、必要な要素技術、今後の可能性などについて示す。

キーワード：ウェザールーティング、最適航路選定、気象・海象予測、航海性能推定

## 1. はじめに

「船」は、手こぎのボートから長さ450 m以上のタンカーまで、さまざまな大きさをもつ移動体である。一般商船の移動速度（船速）は、14～26 ノット（1 ノット＝1.852 km/h）程度で、ほかの物と比べると比較的遅く、その運動性能は「鈍い」移動体である。例えば、船にブレーキはなく、停止したいときは機関を停止するか後進の操縦を行うが、300 m程度のタンカーの場合、品川駅で機関を停止しても東京駅付近まで進んでしまう。

そして広い海には道路や信号はなく、船は海の上ならばどこでも自由に航海することが可能である。図1は、ある日の気象通報を行った船舶位置を示す図であるが、多くの船が同じような道筋をたどっていることがわかる。では、船が大洋を渡って航海する場合、どのように航路（道筋）を選ぶのだろうか。航海する距離が短ければ、早く目的地に到達できると考えるのが普通であろう。地球を球体と見なせば、地球上の離れた2地点を結ぶ距離が最短の航路は大圏航路（地球の大円に沿った航路）であり、何も障害がなければこの最短距離の航路を航行すればよい。

しかし、海上では風、波、海流などの外乱があり、これらをもたらす低気圧や高気圧の存在が船にとっては障害となる。これまでに観測された最大の波の高さは、34 m（1933年2月ラマボ号が遭遇）とされているが、30 m級の巨大波の発生はさほど珍しいものではないと

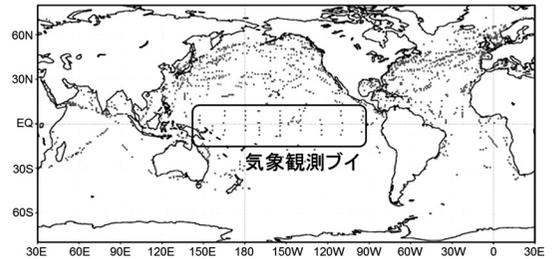


図1 気象通報を行った船舶やブイの位置

もいわれている。2009年12月には北大西洋で29 mの波高が1週間続いたという報告もある。そして、低気圧の影響は非常に広範囲に及び、太平洋の半分以上にわたり強風や高波の荒天域となることも多い。

また大洋中では、船は海流の影響をベクトル的に受けて航行していることから、強い逆流中では対地速度が大きく減少する。さらに、流水や冰山などの障害物が存在する海域は回避しなければならない。このように大洋航海では、風、波、海流、流水・冰山などの自然環境や障害物を回避しながら最も安全で経済的な航路を航行する必要がある。そのための航路選定技術をウェザールーティング (Weather Routing) と呼んでいる。

ウェザールーティングを正確に定義すれば、「航海中の風や波、海流、流水・冰山などの自然現象をできるだけ正確に予測し、波浪中における船の速力性能や船体動揺およびそれに伴う危険現象を考慮して、最適な航路を決定する技術」となる[1]。またここで言う“最適な航路”とは、運航者などが設定する評価指標を最小にする航路のことで、例えば航海時間を最小にする航路、燃料消費量を最小にする航路、船体動揺を最小に

しょうじ るり  
東京海洋大学海洋工学部  
〒135-8533 東京都江東区越中島 2-1-6

する航路などが考えられる。ウェザールーティングは最適航路を決定することから、最適航法 (Optimum Routing) とも呼ばれている。

## 2. ウェザールーティングの歴史

大航海時代の航海者達は常に海流や風を観測し、少しでも有利な航海を行おうと努力してきたが、それらの情報は「船乗りの言い伝え」であり、統計的にまとめられてはいなかった。18世紀初頭の Benjamin Franklin が捕鯨船の船長からの情報をまとめて、メキシコ湾流のマッピング (その存在は 1513 年に確認されていた) を行い、英国—北米間の航海日数を 14 日以上も短縮した [2]。また、19 世紀中頃にアメリカ海軍の Matthew Fontaine Maury は、多くの船のログブック (航海日誌) の情報を統計的に処理し、気候航法 (Climatological Routing) と呼ばれる季節別の推薦航路を作成した。その後、汽船のエンジン性能が向上するにつれ、多くの船は目的地までの最短距離航路を航走するようになったが、大波高の向かい波に遭遇した場合、船速は大きく低下し、船体・積荷へのダメージも数多く発生する結果となった。

1957 年、米海軍の R. W. James は、“Application of Wave Forecasts to Marine Navigation” を発表し、等時間曲線 (出発地から一定時間後に到達できる領域の外側境界) による具体的な最適航路の決定方法を示した [3]。これ以降、民間会社によるウェザールーティング・サービスが開始された。

## 3. ウェザールーティングに必要な要素技術

ウェザールーティングを行うための要素技術としては、航海期間中の気象・海象の予測、波浪中における船速、エンジン出力、船体応答運動の推定、最適航路選定および情報提供の 4 つに分けられる。

### 3.1 海期海中の気象・海象の予測

ウェザールーティングを行うには、まず航海の全期間について、航行する可能性のある全海域における気象・海象の予測を行わねばならない。日本—北米西岸の航海の場合、航海日数は約 10 日で、20 度以北の太平洋全体が航行の可能性がある海域となる。

気象・海象予測は、主要国において、全世界で観測されたさまざまなデータを同化し、地球規模の数値予測が行われている。現在運用されているモデルは第 3 世代モデルと呼ばれるもので、数値予測により GPV (Grid Point Value : 格子点値) を利用でき、一般ユーザーへの GPV の配布も行われている。海上風のデータ

については、数値気象予報モデルの出力として、10 日程度先まで毎日予測されているものもある。ただし、予報期間が長くなるにつれて、その予報精度は低下する。波については、海上風をスペクトル法による数値波浪予報モデルへの入力とすれば、海上風と同じ期間について予測できる。ただし海上風と同様、予報期間が長くなるにつれて予報精度は低下する。(財) 気象業務支援センターを通じて民間気象会社などに配布されている気象庁 GPV の仕様を、表 1 に示す。また、気象庁 GPV により作図した 2008 年 11 月 5 日 12UTC (Coordinated Universal Time : 協定世界時) 発表の 42 時間予測における風を図 2 に、有義波高を図 3 に示す。図中、矢印の向きで風向および波向、矢印の長さで風速および波高を表しており、北太平洋西部の広い

表 1 気象庁全球 GPV

モデル	GSM (Global Spectral Model)	GWM (Global Wave Model)
成分	平均風速 (東西成分) 平均風速 (南北成分) その他	有義波高 卓越波周期 卓越波向
格子間隔	緯度経度 0.5 度	
領域	北緯 90 度—南緯 90 度	北緯 75 度—南緯 75 度
予測初期時刻	00UTC, 06UTC, 12UTC, 18UTC	
予測時間	(1) 00, 06, 18UTC (2) 12UTC	84 時間先まで : 6 時間ごと 84 時間先まで : 6 時間ごと 192 時間先まで : 12 時間ごと

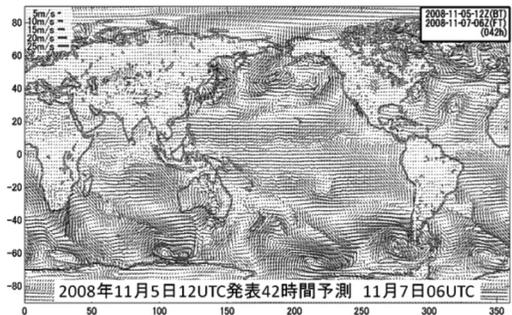


図 2 気象庁 GPV による平均風速の予測

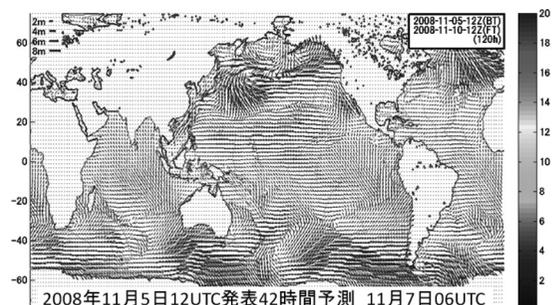


図 3 気象庁 GPV による有義波高の予測

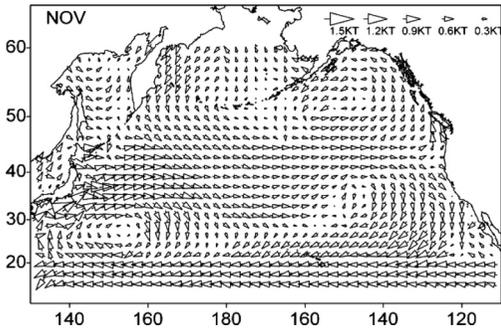


図4 北太平洋の海流データ (11月)



図5 コンテナ船での船首海水打ち込み状況

範囲で高波高域が見られる。

海流については、これまでは数値予測は行われておらず、海流の流速、流向の推定はパイロットチャートなどに記載されている月平均値などの気候値を用いるしかなかった。最近になり、地球規模で海洋循環や気候変動を予測することを目的に、人工衛星、プイ、ARGOフロート (A Global Array for Profiling Floats) などの海洋観測データを大気海洋結合モデルに同化し、モデルの高度化を図る GODAE (Global Ocean Data Assimilation Experiment: 全球海洋データ同化実験) プロジェクトに伴い海流予測が開始され、民間会社による北太平洋域の海流予測 [4] や気象庁による日本近海の日々の海流予想情報 [5] および 10 日ごとの緯度経度 0.25° 間隔の GPV の提供 [6] が開始された。図 4 に、11 月のパイロットチャートから作成した北太平洋の海流データを示す。日本の東岸の黒潮の卓越がはっきりわかる。

### 3.2 波浪中における船速、エンジン出力および船体応答運動の予測

航行中の船舶は、風や波の影響を受けることで船速が低下し、機関出力が変化し、船体運動が引き起こされる。ウェザールーティングにより最適な航路選定を行うには、これらの影響をできるだけ精度よく推定する必要がある。

風や波による船速低下、機関出力、船体運動などについては、船体運動をストリップ法や運動方程式から理論的に推定する方法 [7, 8] と、実航海のログブックの解析や波高計データ解析等の航海実績のデータを基に推定式を作成して推定する方法 [9, 10, 11] が用いられている。ここでは、航海実績を用いる方法について説明する。

船速については、船体に働く全抵抗 (平水中抵抗, 風圧抵抗および波による抵抗増加の総和) とプロペラ推力とが平衡する速力として、波浪中での船速を予測す

ることができる。実船のログブックなどに記載された船速と波の記録を統計的に解析して、波浪中での船速を予測する。その場合には通常、有義波高と相対波向 (船首からの波向) およびプロペラ回転数の関数として船速が与えられる。この船速には、風の影響も含まれている。

エンジン出力は、プロペラ回転数と船速の関数として予測することができる。プロペラ回転数を一定とすると、波や風により船速が低下するほどエンジン出力は増加する。なお、単位時間あたりの燃料消費量はエンジン出力に比例するので、ウェザールーティング・シミュレーションでは航海中の時々刻々のエンジン出力を予測し、目的地までの総燃料消費量を計算している。

波浪中における船体応答運動については、St. Denis と Pierson により開発された線形重ね合わせの理論 [19] により、単位振幅の規則波中における船体応答振幅の 2 乗と波の方向スペクトルとの積を成分波の角周波数と方向について積分すれば、不規則波中での船体応答運動の分散が求められる。船体応答運動の振幅は Rayleigh 分布に従うとすると、その振幅がある一定値を超える確率を計算することができ、これにより船首海水打ち込みやスラミング、プロペラレーシングなどの発生確率を求めることができる [20]。図 5 は、太平洋航行中のコンテナ船の船首海水打ち込みの状況である。

最適航路シミュレーションにおいて、ある設定針路で航行中に、船体応答運動やそれに伴う船首海水打ち込みやスラミングなどの発生確率が限界値を超える場合には、それらが限界値以下となるまでプロペラ回転数を下げて船速を落とす必要がある。図 6 に、コンテナ船に設置した VDR (Voyage Data Recorder) のデータを解析して得られた波浪中の速力曲線を示す。波向きは、風向きと同じと仮定し、船速は GPS の値を用いている。図中には、4 通りのプロペラ回転数と 7 通

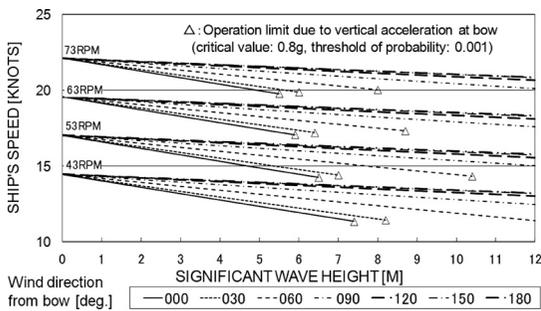


図6 コンテナ船の波浪中における速力曲線

りの相対波向について、有義波高に対する速力曲線が描かれている。これらの速力曲線には、船首上下加速度の運航限界（限界値 = 0.8g の発生確率 = 0.001）が考慮されており、それぞれの速力曲線のカーブが途切れているのは、この船首上下加速度が原因である。

### 3.3 最適な航路選定

「最適航路」とは、航海中、ある評価基準を最小または最大にする航路であり、その評価基準には下記のものと考えられる。

- (1) 航海時間 (→ 最小)
- (2) 燃料消費量 (航海時間は指定) (→ 最小)
- (3) 船体・貨物に対するダメージ (→ 最小)
- (4) 乗客に対する快適性 (→ 最大)
- (5) 上記の評価基準の組み合わせ

計算機を使用して最適航路を求めるには、膨大な量の気象・海象データや船舶の耐航性能データを活用し、最適航路計算を行う必要がある。まず最適航路を求めるという問題を定式化し、最適化のための評価基準を数式で表現する。この最適航路選定問題を解くための最適化の手法としては、変分法 (Calculus of Variations) [1, 12], 動的計画法 (Dynamic Programming) [1, 13], 等時間曲線法 (Isochrone Method) および多目的遺伝的アルゴリズム (Multi-Objective Genetic Algorithm) などを使用されている。

### 3.4 情報の提供

現在、船舶に対するウェザールーティングは、民間のウェザールーティング・サービス提供会社により行われている。膨大な気象・海象情報や、船社あるいは運航管理会社から提供される船舶の情報を利用して、最適航路シミュレーション結果を参考に、専門家による各種情報の解析および最適航路の選定が行われ、「推薦航路」が船舶に提供される。

「推薦航路」は、まず出航前に船舶へ提供される。航海中には少なくとも 1 日 1 回の船位の報告を船舶から

受け、最新の気象・海象情報を利用して船舶の航海状況の確認が行われる。必要に応じて最適航路の再選定 (Rerouting: リルーティング) が行われ、この航路が以前のものとは異なる場合は船舶に対し「推薦航路」の変更が提供されるが、「推薦航路」の変更がない場合は 2 日に 1 回程度の間隔で、航路上で予測される気象・海象状態や ETA (Estimated Time of Arrival: 到着予定時刻) などの情報が提供される。航海終了後には、気象・海象情報の実況値 (事後解析値) を利用した事後解析を行い、航海の評価が行われる。

ウェザールーティングの実施方法は、現在では次のように 2 つに大別することができる。

- (1) 陸上のウェザールーティング・サービス機関で対象船の最適航路を計算し、専門家による検討を行った結果を e-mail, FAX, データ通信などにより船に提供する方式
- (2) 海上風や波の予測データを衛星経由のデータ通信で船に送り、船上のパソコンなどで最適航路を計算する方式

(1) の方法は従来からの方法に近く、海上風や波などの大量の予測データを送信する必要がなく、計算された最適航路を専門家がチェックできる点が有利である。(2) の方法は、波浪中における船速低下や船体動揺等に関する最新のデータを利用できる点や、船長の航路選定における要望 (例えば遭遇波浪に関する限界値など) を最適航路計算に簡単に反映できる点が有利である。

## 4. ウェザールーティングの考え方

一般に船舶は、流体抵抗が船速の 2 乗に比例することから、主機出力は船速の 3 乗、目的地までの燃料消費量は船速の 2 乗におおむね比例することとなる。例えば、20 ノットの船舶が目的地まで 19 ノットで航行することにより約 10% の燃料削減が可能となる。このように、減速航行により燃料消費量削減効果が高いことが試算されるが、一方で、運航回数の減少による経済的損失も考慮する必要がある [14]。すなわち、貨物の到着時間が遅くなるだけでなく、年間輸送量を保障するために、それに見合う輸送量の代替が必要となり、先の例では、運航隻数を増やす、船型を大型化するなどの対策が必要となる。そして、それによる燃料消費量の増加も生じ、単なる減速運航では問題は解決とはならない。

また、船舶が大洋を航海する場合、低気圧の北側を航行するか南側を航行するかで、気象・海象の影響が大きく異なってくる。プロペラ回転数一定で、西向き

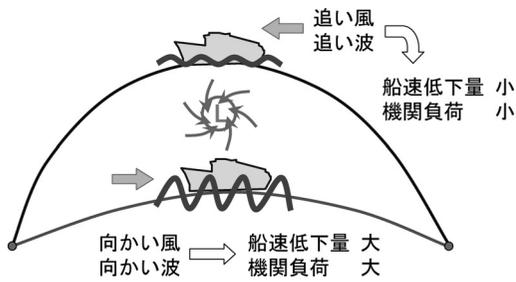


図7 気象・海象状態と船速低下・機関負荷の関係

に航行する場合について考えると、図7に示すように、低気圧の北側を航行できれば、追い風・追い波の状態での航行が可能となり、船速の低下量は少なく、エンジンの負荷も小さくなる。しかし低気圧の南側に入ってしまうと、強い向かい風・高い向かい波の中を航行しなければならなくなり、船速が著しく低下し、エンジンの負荷が増大し、燃料消費量が大きくなる。冬季北太平洋を西航する場合、大圏付近を発達した低気圧が通過することにより、大圏付近から南側の広い範囲において向かい風・向かい波が卓越することが多い。このため、大洋でよりよい状態の海域を航行するためには、まずは航路の選定が重要となる。出港前に最新の気象・海象予報を利用して、高い向かい波を受けずに船速の低下量が小さくなるような航路を選定する。航行中には、更新された気象・海象予報を用いて、常によりよい航路の再選定も必要である。

#### 4.1 最短時間航路シミュレーション

プロペラ回転数一定で、針路のみの制御による航路選定の例として、等時間曲線法を用いて行った場合について述べる [15]。

等時間曲線 (Isochrone) とは、出発地から一定時間後に到着しうる領域の外側境界であり、それらを逐次求めて最短時間航路を決定する方法を等時間曲線法という。図8に、等時間曲線法について示す。

前述の速力・エンジン出力の推定法を用いて、サンフランシスコから東京へ向かうコンテナ船についての最短時間航路シミュレーション例を示す。図9は、東京-サンフランシスコ間について、1998年11月30日から1999年3月10日で5日ごとに計算した最短時間航路群で、左図が東航、右図が西航である。冬季北太平洋では、図中の点線のように大圏付近を発達した低気圧が東進することが多い。

そのため、東航の場合は低気圧の少し南側を追い風・追い波で航行する航路が有利となり、航路が比較的まとまっている。西航の場合は、東進する低気圧を北側

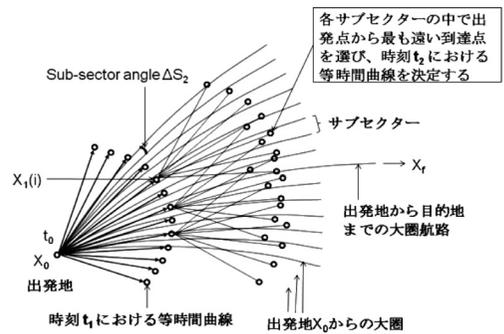


図8 等時間曲線法の計算

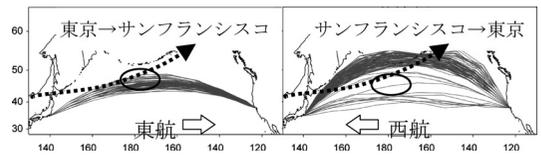


図9 冬季北太平洋の最短時間航路群

から迂回するか南側から迂回するかによって、大きく航路が広がることとなる。

#### 4.2 最小燃料消費航路シミュレーション

前述の等時間曲線法を用いて最小燃料消費航路を計算するには、まず航海時間を指定し、適当なプロペラ回転数を設定する。航海中のプロペラ回転数を一定とし、等時間曲線法を用いて、最短時間航路とその航海時間を求める。そして、その航海時間が指定した航海時間に近づくように、プロペラ回転数を修正して繰り返し計算を行い、指定航海時間で目的地に到達できる最短時間航路を選定し、その航路を最小燃料消費航路とする。この方法により得られる最小燃料消費航路をMFR (Minimum Fuel Route) と呼ぶこととする。

また、プロペラ回転数を動的に制御して求めた航路は厳密な意味で真の最小燃料消費航路 TMFR (True Minimum Fuel Route) である。動的計画法 (以下 DP) は、多段決定問題を解くための強力な最適化手法である。本稿の読者は DP については著者より詳しいと考え、手順 [16] の説明は省略する (図10参照)。

#### 4.3 GCR と MFR の比較

前述の速力・エンジン出力の推定式を用いて、サンフランシスコから東京へ向かうコンテナ船についてシミュレーションを行った例を示す [16]。実際のウェザルーティングでは予測波浪データを用いるが、シミュレーションでは第3世代モデルによる実況 (解析) 波浪データが用いている。すなわち、波浪予測は必ず的中するとしてウェザルーティングを行ったことになる。

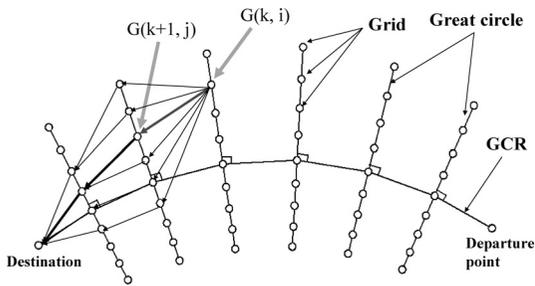


図 10 ダイナミックプログラミングの計算

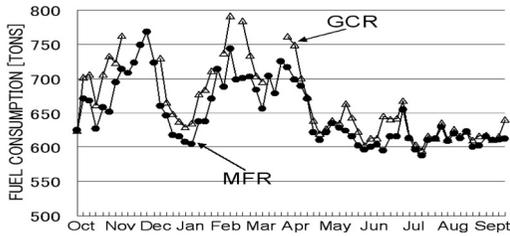


図 11 1年間のMFRとGCRの燃料消費量の変化  
(Ts: 228時間)

このような条件下で、指定航海時間（以下 Ts と記す）を 228 時間に設定した場合の 1 年間のシミュレーション結果を図 11 に示す。1998 年 10 月 5 日から 1999 年 9 月 15 日までの 5 日ごとの出航日に対する燃料消費量を MFR は●印で、GCR は印で示している。すべての航海において MFR のほうが GCR より燃料消費量が小さく、年平均 24.0 トンの燃料節約が行えた。さらに冬季（10～3 月）の荒天の多い時期は、燃料消費量が多いが節約量も多く、平均 39.8 トンの燃料節約が可能であった。228 時間以外の Ts についても同様に節約量を調べた結果、どの Ts についても冬季のほうが燃料節約量は多く、このことから波浪状態が厳しいほどウェザルーティングによる燃料節約の効果が大きいといえる。

#### 4.4 MFR と TMFR の比較

1998 年 11 月 25 日 00GMT に出航し、Ts を 228 時間とした場合の MFR と TMFR の航跡を等時間曲線と共に図 12 に示す [16]。2 つの航路はほぼ一致し、ベーリング海を経由する航路であった。また、出航日や Ts をさまざまに変えたシミュレーション結果と比較から、MFR と TMFR では燃料消費量やルートの形状に大差はなかった。

このことから、針路のみを制御する場合に比べ、針路とプロペラ回転数を動的に制御する効果は比較的小さく、プロペラ回転数を制御するリスクを考えると、燃料節約には針路制御（航路選定）が有効であることが

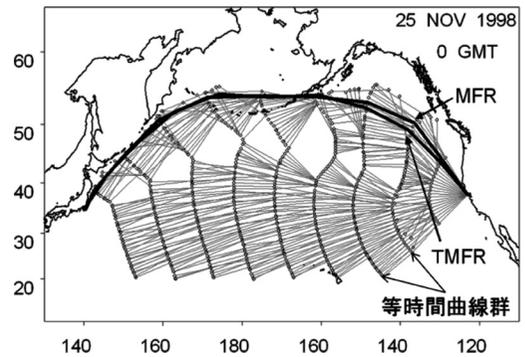


図 12 MFR と TMFR (1998 年 11 月 25 日出航)  
Ts: 228 時間

わかる。

#### 5. おわりに

ウェザルーティングは、船舶の運航においてソフト面の工夫として、時間および燃料削減に貢献が可能であり、それ以外にも船体動揺が小さくなるような風向き、波向きの航路を選定する、人命、船舶および積み荷を危険にさらすような荒天域を避けて航行するなど、運航の安全性を向上させることが可能である。

しかし、より燃料削減や温室効果ガス排出量の削減などを目的するのであれば、ソフト面以上にハード面の改良を考える必要がある。現在でも、船体形状、プロペラ形状および機関性能などについてのさまざまな改良がなされているが、いずれも「抵抗を減らしたり、プロペラ効率を向上させる」という視点から行われている場合が多い。この視点からは、現在の技術レベルはかなり成熟してきている。今後は、補助推力の利用も含めて「推進力を増大する」という視点での検討も必要と考える。

2 度のオイル・ショックを経た 1980 年に、世界初の省エネ帆装商船「新愛徳丸」(1,600 DWT, 72 m LOA) が進水し、その後も何隻か同様の硬質帆を持つ船が建造された。「新愛徳丸」の省エネ効果は 10% 程度であったが、船体動揺の軽減も実現した。最近、ドイツでは補助推力用 Kite の開発 [17] が、日本でも 2002 年から次世代型帆装商船の研究 [18] が行われた。帆装商船は、セールを装備し、ウェザルーティングを行うことで、大きな燃料節約が可能であるが、建造費や維持費を含め、その経済性を検討する必要がある。これについては、多くのウェザルーティング・シミュレーションを行うことで、セールの装備コストと燃料節約量を考慮し、装備すべきセールの大きさや性能を決定

し、その航路に帆装商船を投入することのメリットを定量的に評価することが可能である。高性能の帆装商船の開発は、燃料節約による運航コスト低減ばかりではなく、温室効果ガス削減による地球温暖化防止に大きな貢献も期待できる。

#### 参考文献

- [1] ウェザー・ルーティング研究グループ, 『ウェザー・ルーティング—気象情報に基づく最適航法—』, 成山堂書店, 1992.
- [2] N. Bowditch, *The American Practical Navigator* “Bowditch,” *National Imagery and Mapping Agency*, 481–502, 2002.
- [3] R. W. James, “Application of Wave Forecasts to Marine Navigation,” U.S. Naval Oceanographic Office, SP-1, 1957.
- [4] <http://forecast-ocean.com/index.html>
- [5] <http://www.data.kishou.go.jp/kaiyou/db/kaikyoocean/forecast/predict.html>
- [6] <http://www.jmbnc.or.jp/hp/online/f-online3r.html>
- [7] SR244: 実海域対応の船舶性能設計システムの研究, 日本造船研究協会, 1999~2002.
- [8] 辻本勝, 内藤林, 実海域における船舶の性能評価に関する研究—船速, 燃料消費量, 主機馬力について—, 関西造船協会誌, **229**, 69–78, 1998.
- [9] 田中稔, 溝口純敏, 船舶の就航実績解析プログラムと解析例, 石川島播磨技報, **21**(2), 99–105, 1981.
- [10] 石塚正則, 大津皓平, シーマージンの統計的研究—I., 日本航海学会論文集, **77**, 11–20, 1987.
- [11] 乾真, 大津皓平, 井関俊夫, 石塚正則, 航海撮要日誌の統計解析に関する一考察, 日本航海学会論文集, **85**, 41–50, 1991.
- [12] 萩原秀樹, 巻島勉, 最適航路に関する考察, 日本航海学会論文集, **62**, 72–87, 1979.
- [13] 萩原秀樹, 最小燃料消費航路に関する考察, 日本航海学会論文集, **69**, 121–131, 1983.
- [14] 平成 12 年度船舶からの温室効果ガス (CO<sub>2</sub> 等) の排出削減に関する調査研究報告書, 財団法人シップ・アンド・オーシャン財団, 2001.
- [15] H. Hagiwara, “Weather Routing of (Sail-assisted) Motor Vessels,” Ph.D. Thesis, Delft University of Technology, 1989.
- [16] 高嶋恭子, 萩原秀樹, 庄司るり, 「ウェザールーティングによる燃料節約—コンテナ船の航海データを用いたシミュレーション—」, 日本航海学会論文集, **111**, 259–266, 2004.
- [17] 「船舶推進用の索引カイトの開発がドイツで進行中」, 船と海のサイエンス, **10**, 72, 2004.
- [18] M. Ueno, et al., “Fundamental Research for Development of an Advanced Sail-assisted Ship,” Proc. of OCEANS’04 MTS/IEEE/TECHNO-OCEAN ’04, 1102–1109, 2004.
- [19] M. St. Denis and W. J. Pierson, On the Motions of Ships in Confused Seas, *Transaction of Society of Naval Architects and Marine Engineers*, **61**, 1953.
- [20] 北沢孝宗, 黒井昌明, 高木又男, 「コンテナ船の波浪中での限界速度」, 日本造船学会論文集, **138**, 269–276, 1975.