# 最短距離DEAによるプログラムコンテスト「敢闘賞」の決定

安藤　和敏，伊藤　公人，甲斐　充彦，前田　恭伸，関谷　和之

静岡大学工学部システム工学科で開講している授業科目「プログラムコンテスト」において，敢闘賞の決定を最短距離 DEA によって行った．プログラムコンテストはグループで協調して自発的に学習に取り組む Problem Based Learning の 1 つであり，コンテスト形式は各グループが互いに競争して研鑽する仕掛けの 1 つである．競争の前提として，グループの能力が均一であることが望まれるが，グループ編成の実務上では実現困難である．どのグループも質の高いグループ活動を最後まで持続しコンテストに意欲的に参加することを期待し，2011 年度から「敢闘賞」を新設した．新設の経緯と「敢闘賞」決定に用いた DEA，そしてその評価結果を報告する．

キーワード：順位づけ，ベンチマーク，DEA，最小ノルム，弱単調性

## 1.　はじめに

静岡大学工学部システム工学科は，2006 年度から SE 育成を明確にしたカリキュラムに改訂し，2 年次必修科目「プログラムコンテスト」を開講した．それ以来，TA の伊藤を除く著者らは今年度まで本科目を担当している．プログラムコンテストの前半では個人ごとの学習活動により，個々のプログラミング能力育成と web アプリケーションの基礎知識修得を目指す．その後半では，受講生全員が少人数のグループに振り分けられて，そのグループ単位でコンテストに参加する．そして，このグループ活動を通して，プログラミング能力育成に加え協調性，コミュニケーション能力の育成を目指す．

このコンテストでは，各グループが巡回セールスマン問題に対する解法を提案し，そのプログラムを作成し，また解法の説明用の web 上のアプリケーションを作成する．コンテストは 2 部門からなり，1 つは実装したプログラムから得た巡回路長を競うレース部門であり，他方は提案した解法のおもしろさをアピールするプレゼン部門である．部門ごとに各グループを評価して上位グループを表彰する．われわれはグループ活動をグループのメンバ個々の能力の合計から 2 部門での成果への変換としてとらえた．つまり，グループのメンバ個々の能力の合計を入力，2 部門での成果を出力とみなして，入力から出力への変換がグループによる組織活動である．そして，この変換効率である入出力比が組織活動の良し悪し，組織活動の質を示す値とみなした．入出力比を用いて組織活動の良し悪しを算定することは Data Envelopment Analysis (DEA) [7] で研究されている．ここでの入出力比はグループ能力で割り引いた 2 部門での成果である．グループ能力で割り引いた成果を評価することにより，プログラムコンテストで必要とする能力が低い学生が特定のグループに集まっても，そのメンバがグループ編成時点でコンテスト参加に興味をなくさずに，割引後の成果への高評価獲得に向けて最後までに意欲的に取り組むかもしれない．そこで，2011 年度から「敢闘賞」を新設し，DEA の分析結果に基づき表彰した．

DEA では，組織活動の良し悪しの定量評価を与えるだけでなく，具体的な改善目標を与える．標準的な DEA では，入出力比を経営効率という観点からとらえているので，出力不足だけでなく改善すべき入力過剰，削減するべき入力の量を与える．グループの能力を入力として標準的な DEA を適用すると，入力削減はグループメンバの能力合計から削減することを意味する．これは教育上望ましくない．そこで，本研究では，入力削減ではなく入力維持もしくは追加を前提にした DEA [2] を利用した．この DEA の分析結果から，優れた活動の組織になるのに必要なグループ全体での能力の量，今後の学習活動で補強すべき点を具体的に示すことができる．これは，本科目最終日に実施する

あんどう　かずとし
静岡大学工学部
〒 432–8561 浜松市中区城北 3–5–1
いとう　きみひと
静岡大学大学院工学研究科
かい　あつひこ，まえだ　やすのぶ，せきたに　かずゆき
静岡大学工学部

  

表彰式での各グループへの講評で有用である．

グループへの改善目標ができるだけ容易に達成可能であれば，この講評を学生が受け容れやすくなるだろう．そこで，標準的な DEA とは異なる最短距離に基づく DEA [1]–[6] で分析した．このような工夫を組み込んだ DEA の分析結果から 2011 年度プログラムコンテストでの敢闘賞を決定したことを報告する．

## 2. グループ活動の状況

プログラムコンテストの受講生は学期前半では web アプリケーションに関して個人学習し，学期後半ではコンテストに向けてグループ学習に取り組む．2011 年度では，受講生 100 名を 25 グループに分けた．なお，奇数番号のグループは奇数クラス，偶数番号のグループは偶数クラスとして，2 クラス編成とする．各グループのコンテストでの出来，すなわちレース部門とプレゼン部門での成果は，グループメンバのプログラミング能力と web 技術の習熟度に依存する．プログラミング能力は 1 年次のプログラミング科目の成績（100 点満点）で，web 技術の習熟度は学期前半の個人課題の成績（100 点満点）で定量化する．個人課題の最終成績締め切りは学期後半最終週なので，学期前半終了時点で行うグループ編成時には不確定である．そのため，グループ能力として利用可能な数値はメンバのプログラミング科目の成績合計である．受講生は 2 年次以上であり，学科を構成する 3 つの専門コースのいずれかに所属する．グループ編成ではメンバの所属コースが偏らないように，かつ，メンバのプログラミング科目の成績合計でグループ格差ができるだけ生じないように考慮した．しかし，後半期から履修放棄した受講生のため，実際に活動したグループでは所属コースの偏りが生じ，グループメンバ数も 4 名均一にならず，3 名グループが 1，5 名グループが 1 となった．

表 1 と 2 では，各グループでの 1 年次プログラミング科目成績のグループ合計点，web 技術の成績グループ合計点を第 2，3 列それぞれに与える．プログラミング成績の合計での格差最小化を目指したグループ編成により，この成績のばらつきは web 技術の成績のそれより小さいことが表 1 と 2 で確認できる．グループ 4 の 2 つの成績とも全グループ中で最低である．これは，グループ 4 はグループ編成時には 4 名であったがメンバの 1 名が履修放棄して 3 名になったからである．一方，グループ 20 の web 技術の成績は単独で最高点であるが，これはグループ 20 が 5 名だからである．

レース部門とプレゼン部門の成果を表 1 と 2 の第 4 列と第 5 列にそれぞれ与えた．レース部門の成果は各グループが生成した巡回路の長さを偏差値に変換したものである．プレゼン部門の成果は，クラスごとに実施したグループ発表の採点結果をクラスごとに集計し，それらを偏差値に変換したものである．グループ能力の高いグループが必ずしも良い成果を得たとは限らないことが表 1 と 2 からわかる．例えば，グループ 20 は 2 つの成績で最高点であるが，2 つの成果はいずれも偏差値 42 台である．一方，グループ 18 は web 技術のグループ能力は下から 2 番目であるが，レース部門の成果では第 1 位である．このことから，グループ能力の低いグループが必ずしも悪い成果になるとは限らない．

レース部門の表彰は 25 グループ全体で上位 4 グループを，プレゼン部門の表彰は各クラスで上位 2 グループを選出した．その選出結果を表 3 に示す．グループ 6 と 19 は両部門で表彰を受けた．

**表 3**　プレゼン部門とレース部門での表彰結果

| レース部門 | | | |
|---|---|---|---|
| 第 1 位 | 第 2 位 | 第 3 位 | 第 4 位 |
| グループ 18 | グループ 6 | グループ 19 | グループ 15 |
| **プレゼン部門** | | | |
| 奇数クラス | | 偶数クラス | |
| 金賞 | 銀賞 | 金賞 | 銀賞 |
| グループ 7 | グループ 19 | グループ 10 | グループ 6 |

## 3. 最短距離に基づく DEA による分析

ダブル受賞したグループ 6 はプログラミング成績では最高点，web 技術の成績では単独 2 位であり，ともに高い能力をもつことが表 2 からわかる．ほかのグループが仮にグループ 6 と同等なグループ能力を持っていたとして，そのグループの活動によってグループ 6 と同等な成果をあげることができるだろうか？グループ 4 は欠員によって他グループより著しく劣ってしまったグループ能力を駆使して，それなりの成果を挙げていたのではないだろうか？このような疑問に対して，プログラムコンテストのスタッフ一同はグループの能力を利用して成果に結び付けた努力工夫を DEA で評価し，敢闘賞選抜と表彰式の講評に用いた．これらの適用上における DEA に対する工夫を紹介する．

DEA は Charnes, Cooper and Rhodes によって開発された経営効率性分析 [7] であり，数理計画モデル

  

**表 1**　奇数グループの入出力データ

| Gr. | プログラミング成績 | web 技術成績 | レース成果 | プレゼン成果 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 286 | 350 | 46.471 | 42.096 |
| 3 | 285 | 362.5 | 41.079 | 34.501 |
| 5 | 287 | 375 | 49.907 | 41.553 |
| 7 | 292 | 375 | 49.864 | 65.421 |
| 9 | 285 | 387.5 | 48.704 | 59.996 |
| 11 | 285 | 325 | 56.525 | 47.520 |
| 13 | 289 | 337.5 | 45.690 | 45.350 |
| 15 | 285 | 375 | 64.912 | 54.572 |
| 17 | 284 | 375 | 46.471 | 44.808 |
| 19 | 284 | 350 | 65.429 | 63.251 |
| 21 | 285 | 350 | 45.984 | 56.976 |
| 23 | 286 | 362.5 | 49.769 | 37.756 |
| 25 | 285 | 337.5 | 45.738 | 56.199 |

**表 2**　奇数グループの入出力データ

| Gr. | プログラミング成績 | web 技術成績 | レース成果 | プレゼン成果 |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 287 | 350 | 42.598 | 45.726 |
| 4$^{(-)}$ | 232 | 300 | 44.921 | 37.915 |
| 6 | 292 | 400 | 65.604 | 63.971 |
| 8 | 291 | 375 | 42.549 | 59.076 |
| 10 | 288 | 325 | 61.447 | 65.306 |
| 12 | 284 | 362.5 | 52.032 | 43.946 |
| 14 | 287 | 350 | 40.859 | 54.181 |
| 16 | 253 | 350 | 44.947 | 50.176 |
| 18 | 287 | 325 | 66.156 | 57.741 |
| 20$^{(+)}$ | 292 | 425 | 42.545 | 42.967 |
| 22 | 284 | 387.5 | 47.177 | 43.946 |
| 24 | 234 | 337.5 | 42.545 | 35.046 |

（Gr. はグループ番号）

$^{(-)}$：グループ 4 は 3 名．$^{(+)}$：グループ 20 は 5 名．

により効率値を測定する．彼らが開発した DEA の最初のモデルに出力指向型 CCR モデル

$$1 \Big/ \max\left\{\theta \,\middle|\, \begin{array}{l}\sum_{j\in J}\boldsymbol{x}_j\lambda_j \le \boldsymbol{x}_k,\\ \sum_{j\in J}\boldsymbol{y}_j\lambda_j \ge \theta\boldsymbol{y}_k, \boldsymbol{\lambda}\ge\boldsymbol{0}\end{array}\right\} \tag{1}$$

がある．ここで，$J$ はグループの集合であり，$\boldsymbol{x}_k = (x_{1k}, x_{2k})$ はグループ $k$ の二つの成績値の組，$\boldsymbol{y}_k = (y_{1k}, y_{2k})$ はグループ $k$ の二つの成果値の組である．DEA では，この最適値 $\theta^*$ がグループ $k$ の効率値を与える．さらに，DEA では，最適な $\boldsymbol{\lambda}^*$ で与える $(\sum_{j\in J}\boldsymbol{x}_j\lambda_j^*, \sum_{j\in J}\boldsymbol{y}_j\lambda_j^*)$ がグループ活動 $(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{y}_k)$ の改善目標である．グループ能力 $\boldsymbol{x}$ で成果 $\boldsymbol{y}$ が達成可能な $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ の集合を生産可能集合と呼び，出力指向型 CCR モデルでは生産可能集合

$$P = \left\{(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \,\middle|\, \begin{array}{l}\sum_{j\in J}\boldsymbol{x}_j\lambda_j \le \boldsymbol{x},\\ \sum_{j\in J}\boldsymbol{y}_j\lambda_j \ge \boldsymbol{y}\end{array}\right\} \tag{2}$$

を想定する．生産可能集合 $P$ でパレート最適なグループ活動の集合は効率的フロンティアと呼ばれ，

$$E = \left\{(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \,\middle|\, \begin{array}{l}(\boldsymbol{x}, -\boldsymbol{y}) \ge (\bar{\boldsymbol{x}}, -\bar{\boldsymbol{y}}),\\ (\bar{\boldsymbol{x}}, \bar{\boldsymbol{y}}), (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \in P\end{array} \Longrightarrow \begin{array}{l}\boldsymbol{x} = \bar{\boldsymbol{x}},\\ \boldsymbol{y} = \bar{\boldsymbol{y}}\end{array}\right\} \tag{3}$$

で与えられる．

出力指向型 CCR モデル (1) がグループ $k$ に与える改善目標 $(\sum_{j\in J}\boldsymbol{x}_j\lambda_j^*, \sum_{j\in J}\boldsymbol{y}_j\lambda_j^*)$ が $E$ 上にあるとは限らない．つまり，$(\sum_{j\in J}\boldsymbol{x}_j\lambda_j^*, \sum_{j\in J}\boldsymbol{y}_j\lambda_j^*)$ にはまだ改善の余地がありえる．たとえ，$(\sum_{j\in J}\boldsymbol{x}_j\lambda_j^*, \sum_{j\in J}\boldsymbol{y}_j\lambda_j^*) \in E$ であっても，$\theta^*$ は最大値なので，グループ $k$ の成果 $\boldsymbol{y}_k$ を最大限に拡張させることで発見した改善目標である．つまり，グループ $k$ にとってはある意味で高すぎる改善目標である．さらに，入力の改善目標 $\sum_{j\in J}\boldsymbol{x}_j\lambda_j^*$ は $\sum_{j\in J}\boldsymbol{x}_j\lambda_j^* \le \boldsymbol{x}_k$ なので，グループ $k$ の現有能力 $\boldsymbol{x}_k$ を維持もしくは削減するものである．現有能力の削減はむだなグループメンバの存在を意味する．これは教育上不適切である．これらの点から，出力指向型 CCR モデル (1) を本事例に適用することは望ましくない．そこで，出力指向型 CCR モデル (1) と等価なモデル

$$\max.\ \theta \tag{4}$$
$$\text{s.t. } (\boldsymbol{x}', \boldsymbol{y}') \in P, \quad \boldsymbol{x}' \le \boldsymbol{x}_k, \tag{5}$$
$$y'_r - y_{rk} \ge \theta y_{rk}\ (\forall r) \tag{6}$$

を次のように改変してみよう．

$$\min.\ \theta \tag{7}$$
$$\text{s.t. } (\boldsymbol{x}', \boldsymbol{y}') \in E, \quad \boldsymbol{x}' \ge \boldsymbol{x}_k, \tag{8}$$
$$|x_{ik} - x'_i| \le \theta x_{ik}\ (\forall i),\ |y'_r - y_{rk}| \le \theta y_{rk}\ (\forall r). \tag{9}$$

モデル (4)–(6) と (7)–(9) ではともに，$(\boldsymbol{x}', \boldsymbol{y}')$ は求めるべき改善目標であり，$\theta$ は求めるべき非効率値である．モデル (7)–(9) は制約式 (8) により改善目標 $(\boldsymbol{x}', \boldsymbol{y}')$ を効率的フロンティア $E$ 上に限定する．モデル (4)–(6) は能力面での改善目標に対して現有能力から非増加を要請する制約 $\boldsymbol{x}' \le \boldsymbol{x}_k$ を (5) により，一方，モデル (7)–(9) は能力面での改善目標に対して現有能力から非減少を要請する制約 $\boldsymbol{x}' \ge \boldsymbol{x}_k$ を (8) により課す．モデル (4)–(6) の (6) はグループ $k$ が得た成果 $\boldsymbol{y}_k$ と改善目標の $\boldsymbol{y}'$ の差が $\theta\boldsymbol{y}_k$ 以上であることを課す．一方，モデル (7)–(9) は，(9) によりグループ $k$ が得た成果 $\boldsymbol{y}_k$ と改善目標の $\boldsymbol{y}'$ の差が $\theta\boldsymbol{y}_k$ 以内，かつ，現有能力 $\boldsymbol{x}_k$ と改善目標の $\boldsymbol{x}'$ の差が $\theta\boldsymbol{x}_k$ 以内であることを課す．そして，モデル (4)–(6) は $\theta$ 最大化

なので，成果におけるグループ $k$ の実績 $\boldsymbol{y}_k$ から最大限上回る改善目標 $\boldsymbol{y}'$ を求める．一方，モデル (7)–(9) は $\theta$ 最小化なので，グループ $k$ の活動にできるだけ近い改善目標を求める．

できるだけ近い改善目標の発見を目的にしたDEAは最短距離に基づくDEA [1]–[6] と呼ばれる．適当な正値を対角成分にもつ対角行列 $Z$ と $n$ 次元ベクトル $\boldsymbol{z}$ に対する $p$ ノルム

$$\|\boldsymbol{z}\|_p = \begin{cases} \left(\sum_{i=1}^{n} |z_i|^p\right)^{1/p} & (\text{if } 1 \le p < \infty), \\ \max\{z_i | i = 1, \ldots, n\} & (\text{if } p = \infty) \end{cases}$$

を用いて，最短距離に基づくDEAは

$$\min \{ \| ((\boldsymbol{x}', \boldsymbol{y}') - (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})) Z \|_p \,|\, (\boldsymbol{x}', \boldsymbol{y}') \in E \} \quad (10)$$

の最適値を非効率尺度 $f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ と定義する．(10) に対して $p$ の選択以外にもいくつかの変種 [1][3][4] がすでに提案されているが，いずれの非効率尺度でも弱単調性 [5]「$(\boldsymbol{x}^a, -\boldsymbol{y}^a) \ge (\boldsymbol{x}^b, -\boldsymbol{y}^b) \Longrightarrow f(\boldsymbol{x}^a, \boldsymbol{y}^a) \ge f(\boldsymbol{x}^b, \boldsymbol{y}^b)$」を満たすとは限らない [2]．つまり，モデル (7)–(9) による非効率尺度でも弱単調性の保証はない．しかし，モデル (10) での距離を $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ から $E$ までではなく，$D(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = \{(\bar{\boldsymbol{x}}, \bar{\boldsymbol{y}}) | \bar{\boldsymbol{x}} \ge \boldsymbol{x}, \bar{\boldsymbol{y}} \le \boldsymbol{y}\}$ から $E$ までに変えた以下のモデル

$$\min \left\{ \| ((\boldsymbol{x}', \boldsymbol{y}') - (\bar{\boldsymbol{x}}, \bar{\boldsymbol{y}})) Z \|_p \,\middle|\, \begin{array}{l} (\boldsymbol{x}', \boldsymbol{y}') \in E, \\ (\bar{\boldsymbol{x}}, \bar{\boldsymbol{y}}) \in D(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \end{array} \right\} \quad (11)$$

は弱単調性を満たす [2]．DEAの仮定（自由処分）から，$D(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{y}_k)$ はグループ $k$ の活動 $(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{y}_k)$ と同じやり方で達成可能な活動の集合を意味する．本研究では，非効率尺度のランキングから「敢闘賞」を決定するので，弱単調性の保証は必要不可欠である．そこで，モデル (7)–(9) にこのアイデアを組み込むと，モデル

$$\min.\ \theta \quad (12)$$

$$\text{s.t. } (\boldsymbol{x}', \boldsymbol{y}') \in E, \quad \boldsymbol{x}' \ge \boldsymbol{x}_k, \quad (13)$$

$$|x_{ik} + d_i^x - x_i'| \le \theta x_{ik},\ d_i^x \ge 0\ (\forall i), \quad (14)$$

$$|y_r' - y_{rk} + d_r^y| \le \theta y_{rk},\ d_r^y \ge 0\ (\forall r) \quad (15)$$

を得る．この非効率尺度も弱単調性を満たす．この非効率尺度を用いて，クラスごとの各グループを順位づけして敢闘賞を決定した．なお，モデル (12)–(15) は $p = \infty$ と対角成分に $(\boldsymbol{x}^k, \boldsymbol{y}^k)$ を与えた $Z$ によるモデル (11) に制約 $\boldsymbol{x}' \ge \boldsymbol{x}^k$ を追加したものである．

## 4. 敢闘賞の決定

DEAモデル (12)–(15) を用いて，奇数クラスと偶数クラスそれぞれで敢闘賞に該当するグループを決定した．DEAモデルを奇数クラスと偶数クラスごとのデータ（表1と表2）のそれぞれに適用して得た分析結果を表4と5に与える．

奇数クラスは $J = \{1, 3, \ldots, 25\}$ であり，凸多面体面列挙から $E = \left\{\sum_{j=7,19}(\boldsymbol{x}_j, \boldsymbol{y}_j)\lambda_j \,|\, \lambda_7, \lambda_{19} \ge 0\right\}$ であることがわかる．この $E$ を用いてモデル (12)–(15) を各グループ $k \in J$ に対して解き，その最小値 $\theta^*$ をグループ $k$ の非効率値とし，表4の第2列に昇順で与えた．レース部門とプレゼン部門で表彰外の上位2グループ21と9を敢闘賞として選抜した．偶数クラスは $J = \{2, 4, \ldots, 24\}$ であり，$E = \left\{\sum_{j=6,10,18}(\boldsymbol{x}_j, \boldsymbol{y}_j)\lambda_j \,|\, \lambda_6, \lambda_{10}, \lambda_{18} \ge 0\right\}$ であった．この $E$ を用いてモデル (12)-(15) からグループ $k \in J$ の非効率値を算出して，表5の第2列に昇順で与えた．奇数クラスと同じように，レース部門とプレゼン部門で表彰外の上位2グループ16と4を敢闘賞として選抜した．

レース部門またはプレゼン部門で表彰されたグループが割引後での成果で測った敢闘具合，組織活動の質の高さでも上位になった．これは2011年度に限ったことではない．「優れたグループ活動を実施したグループは成果もついてくる」傾向は2010年度のデータでも観測されている．この傾向はさまざまなグループを表彰したいという教育的配慮に反する．そこで，敢闘賞の表彰対象はレース部門とプレゼン部門で表彰されたグループを除外する．つまり，敢闘賞は，レース部門またはプレゼン部門の表彰に至るまでの成果に達しなかったグループであるが，グループ能力から見て充分に健闘したことを讃えるものである．

表1と2の数値情報だけで敢闘賞を決定したが，敢闘賞を受賞した各グループの表1と2には現れない健闘ぶりを紹介する．グループ4は最小メンバ数の3名であった．グループ9はプレゼン当日発表者が欠席したが，急遽代理になったメンバが発表を成し遂げた．グループ9ではメンバ間で情報交換が十分で交代可能な体制がグループ内でできあがっていたことを物語る．グループ21のメンバは留学生と女子学生を含み多様であった．グループ16はメンバ4名中3名のプログラミングの成績が合格最低点であり，残る1名の成績も標準的であり，突出した能力を有するメンバがいなかった．これらの情報からも，この4グループが敢闘賞を受賞することはプログラムコンテストスタッフ一同納得できることであった．

モデル (12)–(15) の $p = \infty$ を $p = 1, 2$ に変えて非効率値を計算し，その順位を表6と7に与える．$p$ の

  

表 4　奇数クラスの分析結果

| Gr. | $\theta$ | 上：$\boldsymbol{x}'$，下：$\boldsymbol{x}$ | | 上：$\boldsymbol{y}'$，下：$\boldsymbol{y}$ | | 表彰 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 0.00 | 292.00 | 375.00 | 49.86 | 65.42 | プレゼン金 |
| | | 292.00 | 375.00 | 49.86 | 65.42 | |
| 19 | 0.00 | 284.00 | 350.00 | 65.43 | 63.25 | レース 3 位<br>プレゼン銀 |
| | | 284.00 | 350.00 | 65.43 | 63.25 | |
| 21 | 0.12 | 285.00 | 363.56 | 51.48 | 63.79 | 敢闘賞 |
| | | 285.00 | 350.00 | 45.98 | 56.98 | |
| 9 | 0.13 | 301.73 | 387.50 | 51.53 | 67.60 | 敢闘賞 |
| | | 285.00 | 387.50 | 48.70 | 60.00 | |
| 25 | 0.14 | 285.00 | 363.19 | 51.91 | 63.78 | |
| | | 285.00 | 337.50 | 45.74 | 56.20 | |
| 15 | 0.20 | 292.00 | 375.00 | 49.86 | 65.42 | レース 4 位 |
| | | 285.00 | 375.00 | 64.91 | 54.57 | |
| 11 | 0.34 | 285.00 | 351.23 | 65.66 | 63.47 | |
| | | 285.00 | 325.00 | 56.53 | 47.52 | |
| 13 | 0.42 | 289.00 | 357.64 | 64.89 | 64.40 | |
| | | 289.00 | 337.50 | 45.69 | 45.35 | |
| 17 | 0.46 | 292.00 | 375.00 | 49.86 | 65.42 | |
| | | 284.00 | 375.00 | 46.47 | 44.81 | |
| 1 | 0.51 | 286.00 | 352.47 | 65.89 | 63.70 | |
| | | 286.00 | 350.00 | 46.47 | 42.10 | |
| 5 | 0.57 | 292.00 | 375.00 | 49.86 | 65.42 | |
| | | 287.00 | 375.00 | 49.91 | 41.55 | |
| 23 | 0.69 | 286.00 | 362.50 | 54.35 | 63.95 | |
| | | 286.00 | 362.50 | 49.77 | 37.76 | |
| 3 | 0.85 | 285.00 | 362.50 | 52.71 | 63.76 | |
| | | 285.00 | 362.50 | 41.08 | 34.50 | |

表 5　偶数クラスの分析結果

| Gr. | $\theta$ | 上：$\boldsymbol{x}'$，下：$\boldsymbol{x}$ | | 上：$\boldsymbol{y}'$，下：$\boldsymbol{y}$ | | 表彰 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 0.00 | 292.00 | 400.00 | 65.60 | 63.97 | レース 2 位<br>プレゼン銀 |
| | | 292.00 | 400.00 | 65.60 | 63.97 | |
| 10 | 0.00 | 288.00 | 325.00 | 61.45 | 65.31 | プレゼン金 |
| | | 288.00 | 325.00 | 61.45 | 65.31 | |
| 18 | 0.00 | 287.00 | 325.00 | 66.16 | 57.74 | レース 1 位 |
| | | 287.00 | 325.00 | 66.16 | 57.74 | |
| 16 | 0.28 | 255.50 | 350.00 | 57.40 | 55.98 | 敢闘賞 |
| | | 253.00 | 350.00 | 44.95 | 50.18 | |
| 4 | 0.31 | 232.00 | 300.00 | 52.56 | 49.49 | 敢闘賞 |
| | | 232.00 | 300.00 | 44.92 | 37.92 | |
| 12 | 0.37 | 284.00 | 362.50 | 64.46 | 60.22 | |
| | | 284.00 | 362.50 | 52.03 | 43.95 | |
| 22 | 0.41 | 284.00 | 387.50 | 63.85 | 62.10 | |
| | | 284.00 | 387.50 | 47.18 | 43.95 | |
| 2 | 0.47 | 287.00 | 350.00 | 62.46 | 64.25 | |
| | | 287.00 | 350.00 | 42.60 | 45.73 | |
| 8 | 0.51 | 291.00 | 375.00 | 64.27 | 64.50 | |
| | | 291.00 | 375.00 | 42.55 | 59.08 | |
| 14 | 0.53 | 287.00 | 350.00 | 62.46 | 64.25 | |
| | | 287.00 | 350.00 | 40.86 | 54.18 | |
| 24 | 0.54 | 246.38 | 337.50 | 55.35 | 53.98 | |
| | | 234.00 | 337.50 | 42.55 | 35.05 | |
| 20 | 0.64 | 310.25 | 425.00 | 69.70 | 67.97 | |
| | | 292.00 | 425.00 | 42.55 | 42.97 | |

（Gr. はグループ，$\theta$ は非効率値）

選択で順位の入れ替えが奇数クラスでも偶数クラスで生じるが，奇数クラスでは上位 4 グループの順位に変化はない．偶数クラスでも上位 5 グループの順位に変化はない．つまり，敢闘賞に選出されたグループ 9，21 とグループ 4，16 はそれぞれのクラスで，$p = 1, 2, \infty$ の下，常に上位 4 グループ，上位 5 位グループにそれぞれ含まれる．この事実からも，この 4 グループへの敢闘賞授与に対するわれわれの確信がさらに深まった．

## 5.　グループへの講評

プログラムコンテストの表彰式の最後に，スタッフ全員から各グループへ向けて講評を行う．講評では理想形を求めすぎてグループまたは受講生に実行するには無理な過剰な期待を望むことがしばしばある．

各グループに対して最短距離で達成可能な改善目標は表 4 と表 5 の第 3〜6 列の上段に記載した．両表の第 3，4 列にある改善目標の上段の値と下段の実績値と比較することで，そのグループで足りない能力が定量的に把握できる．グループ 11 に対して，プログラミング能力は現状維持であっても，web 技術の成績が 25 点以上向上することが望まれる．講評では，わかりやすさのため各グループには数値情報を直接伝えずに，上段と下段の差が 0 であれば「OK」，その差が 15 未満であれば「向上を」，その差が 15 以上であれば「より一層の向上を」という言葉で伝えた．表 8 と 9 はその結果をまとめたものである．モデル (12)–(15) の性質として，2 つの能力の少なくとも一方は現状維持「OK」になる．また，2 つの部門成果に対する改善目標では少なくとも一方が現状以上となる．

web 技術に対して「より一層の向上を」という指摘を受けたグループの受講生 1 名は，「ほぼ一人でやり，はっきり言って，辛かった．しかし，チームだからほかのメンバの分をしっかりカバーしなければいけなかったのにできなかった自分が情けないと思った．講評で「より一層の向上を」と言われて，なんとも言えない気分だった．今後は自分一人でもやり遂げられる，解決できるような，より一層の知識，技術を学んで学力をつけなければならないと痛感した.」というコメントを表彰式後の授業アンケートで回答した．彼はグループに対する講評である「より一層の向上を」を彼一人への講評として受け取った．彼の web 技術に関する成績は 100 点満点で 87.5 点であり，もはや彼自身の web 技術に対して「より一層の向上を」は実現できない．彼が今後すべきことがあるとすれば，ほかのメンバに対して web 技術で「より一層の向上を」するように仕向けることである．グループへの講評を個人への講評とし

**表 6**　$p = 1, 2, \infty$ での奇数クラスの順位（Gr. はグループ，$\theta$ は非効率値）

| | 順位 | 1 位 | 1 位 | 2 位 | 3 位 | 4 位 | 5 位 | 6 位 | 7 位 | 8 位 | 9 位 | 10 位 | 11 位 | 12 位 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p = 1$ | Gr. | 7 | 19 | 21 | 9 | 15 | 25 | 11 | 13 | 17 | 1 | 5 | 23 | 3 |
| | $\theta$ | 0.000 | 0.000 | 0.179 | 0.185 | 0.199 | 0.200 | 0.340 | 0.508 | 0.533 | 0.573 | 0.574 | 0.697 | 1.036 |
| $p = 2$ | Gr. | 7 | 19 | 21 | 9 | 25 | 15 | 11 | 13 | 17 | 1 | 5 | 23 | 3 |
| | $\theta$ | 0.000 | 0.000 | 0.134 | 0.139 | 0.150 | 0.199 | 0.340 | 0.435 | 0.466 | 0.525 | 0.574 | 0.696 | 0.871 |
| $p = \infty$ | Gr. | 7 | 19 | 21 | 9 | 25 | 15 | 11 | 13 | 17 | 1 | 5 | 23 | 3 |
| | $\theta$ | 0.000 | 0.000 | 0.120 | 0.127 | 0.135 | 0.199 | 0.336 | 0.420 | 0.460 | 0.513 | 0.574 | 0.694 | 0.848 |

**表 7**　$p = 1, 2, \infty$ での偶数クラスの順位（Gr. はグループ，$\theta$ は非効率値）

| | 順位 | 1 位 | 1 位 | 1 位 | 2 位 | 3 位 | 4 位 | 5 位 | 6 位 | 7 位 | 8 位 | 9 位 | 10 位 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p = 1$ | Gr. | 6 | 10 | 18 | 16 | 4 | 8 | 12 | 14 | 22 | 24 | 2 | 20 |
| | $\theta$ | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.393 | 0.475 | 0.599 | 0.609 | 0.705 | 0.766 | 0.841 | 0.843 | 1.220 |
| $p = 2$ | Gr. | 6 | 10 | 18 | 16 | 4 | 12 | 8 | 22 | 14 | 2 | 24 | 20 |
| | $\theta$ | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.300 | 0.349 | 0.441 | 0.519 | 0.544 | 0.560 | 0.615 | 0.618 | 0.864 |
| $p = \infty$ | Gr. | 6 | 10 | 18 | 16 | 4 | 12 | 22 | 2 | 8 | 14 | 24 | 20 |
| | $\theta$ | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.280 | 0.310 | 0.370 | 0.410 | 0.470 | 0.510 | 0.530 | 0.540 | 0.640 |

**表 8**　奇数グループへの講評（Gr. はグループ番号）

| Gr. | プログラミング | web 技術 |
|---|---|---|
| 1 | OK | 向上を！ |
| 3 | OK | OK |
| 5 | 向上を！ | OK |
| 7 | OK | OK |
| 9 | 一層の向上を！ | OK |
| 11 | OK | 一層の向上を！ |
| 13 | OK | 一層の向上を！ |
| 15 | 向上を！ | OK |
| 17 | 向上を！ | OK |
| 19 | OK | OK |
| 21 | OK | 向上を！ |
| 23 | OK | OK |
| 25 | OK | 一層の向上を！ |

**表 9**　偶数グループへの講評（Gr. はグループ番号）

| Gr. | プログラミング | web 技術 |
|---|---|---|
| 2 | OK | OK |
| 4 | OK | OK |
| 6 | OK | OK |
| 8 | OK | OK |
| 10 | OK | OK |
| 12 | OK | OK |
| 14 | OK | OK |
| 16 | 向上を！ | OK |
| 18 | OK | OK |
| 20 | 一層の向上を！ | OK |
| 22 | OK | OK |
| 24 | 向上を！ | OK |

て受講生が受け取る誤解を生じさせないように，われわれは今後注意を払わなければならない．さらに，講評を受けて上記のように悩む受講生がいれば，個人成績と比較して，その受講生が今後すべきことを伝えるようにしたい．

## 6.　おわりに

1 年次のプログラミング科目で 90 点以上の成績評価を受けたものは 7 名いるが，敢闘賞を受賞した 4 グループには含まれていない．傑出したプログラミング能力を有したメンバがいなくとも表彰される機会を敢闘賞が与えた．

敢闘賞の導入以前である前年度と比較して，敢闘賞導入がグループのドロップアウト防止に効果あったとわれわれに実感させた事実を報告する．前年度では 24 グループが 25 本のレースで巡回路長を競った．25 本のレースすべてで同じ巡回路長であったグループは 4 つ存在し，これら 4 グループの解法すべてはスタッフが受講生全員に提供した基本プログラムセットそのものであった．一方，今年度では 25 グループが 26 本のレースで巡回路長を競った．26 本のレースすべてで同じ巡回路長であったグループは 2 つ存在した．基本プログラムセットそのものと同程度でのソルバーを開発

  

したグループ数は前年度と比較して半減した．また，前年度は 1 グループが 2 レースに不参加であったが，今年度は 1 グループが 1 レースに不参加であった．

既存の DEA では，「各グループにとって最も有利になるように評価する」点が評価結果をグループに受け入れてもらうためのわかりやすい説明である．ここで紹介したモデル (12)–(15) に対して，既存 DEA のようなわかりやすい説明をその双対性から与えることは重要であろう．なお，(2) の $P$ に制約 $\sum_{j \in J} \lambda_j = 1$ を追加した $E$ の下でのモデル (12)–(15) は実行不可能になることがあるので注意されたい．

われわれはグループ能力を個々のメンバの能力の合計としてみなしたが，「グループの能力はメンバ個人の能力の和でなく最大値である」という主張もある．今年度のレース部門とプレゼン部門で表彰された 4 グループに，1 年次のプログラミング科目で 90 点以上の成績評価を受けたものがいた．この主張は直ちに否定できるものではない．グループ能力の特定は評価段階だけでなく，グループ編成時においても今後の重要な検討課題である．

## 参考文献


[1] 天達洋文，上田徹：距離最短 DEA による化学会社の効率測定．オペレーションズ・リサーチ，**56** (2011), 341–351.

[2] K. Ando, A. Kai, Y. Maeda and K. Sekitani: Least distance based inefficiency measures on the Pareto-efficient frontier in DEA, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **55** (2012), 73–91.

[3] J. Aparicio, J. L. Ruiz, and I. Sirvent: Closest targets and minimum distance to the Pareto-efficient frontier in DEA. *Journal of Productivity Analysis*, **28** (2007), 209–218.

[4] C. Baek and J. Lee: The relevance of DEA benchmarking information and the least-distance measure. *Mathematical and Computer Modelling*, **49** (2009), 265–275.

[5] W. Briec and H. Leleu: Dual representations of non-parametric technologies and measurement of technical efficiency. *Journal of Productivity Analysis*, **20** (2003), 71–96.

[6] J. T. Pastor and J. Aparicio: The relevance of DEA benchmarking information and the least-distance measure: comment. *Mathematical and Computer Modelling*, **52** (2010), 397–399.

[7] 刀根薫：経営効率性の測定と改善—包絡分析法 DEA による．日科技連出版社 (1993).