論文・事例研究

ワールドベースボールクラシック(WBC)の対戦方式の確率計算による検討

廣津　信義，須崎　政文，尾崎　俊治

1. はじめに

ワールドベースボールクラシック（WBC）は第1回大会が2006年に，第2回大会が2009年に開催されており，キューバ，米国，韓国などの強豪チームとの激戦を勝ち抜き日本代表チームが連覇している [1, 2]．両大会とも対戦方式は，第1ラウンド・第2ラウンド・決勝ラウンドの3段構成となっている．第1ラウンドでは参加16チームが4組に分かれて各組内で対戦し，各組上位2チームの計8チームが勝ち上がる．第2ラウンドではこの8チームが2組に分かれて対戦し，上位2チームの計4チームが勝ち上がり，決勝ラウンドではこの4チームによる勝ち抜き戦で優勝を決める．

第1･2ラウンド内での対戦方式は，両大会で大きく異なっている．第1回大会では，第1・2ラウンドの各組内は4チームによる総当たり戦であったが，第2回大会では，2敗したら敗退となるダブルエリミネーション方式という対戦方式で行われた（ただし，本大会のダブルエリミネーション方式は2敗しても次ラウンドに進めることがあり「変則的」である）．

対戦方式の変更の理由の1つとして，第1回大会の4チームの総当たり戦で，上位2チームを決める際に勝敗数が同じで並ぶケースが見られたという経緯がある．勝敗数が同じ場合，失点率により順位づけされたために，後から試合をするチームにとってはラウンド勝ち上がりのためには，勝敗だけでなく失点を考慮したうえでの勝ち方までも要求されることになってしまい，複雑であったと言える．

それを踏まえ，第2回大会ではダブルエリミネーション方式が採用されたものの，日本は9試合中5試合も韓国と当たるなど，同一チームとの対戦回数が多く見られた．また，第1・2ラウンドでの第6試合は，すでに次ラウンドへの進出が決まっている2チームの対戦となり冗長な感じも受けた．実際に，第2ラウンド第6試合の日韓戦では韓国は投手を温存して試合に臨んでいたと言われている [3]．

そこで，本稿では，過去2大会での対戦方式の問題点を確率計算により検討してみる．具体的には，総当たり戦で勝敗数が同じとなる確率，ダブルエリミネーション方式での対戦回数の期待値やその確率分布，第6試合の勝敗の重要さを算出してみる．対戦した際の勝敗の確率はBradley–Terryモデルに基づくという前提で，チーム間の相対的な強さを変えて検討し，対戦方式の問題点を確率計算の観点から考察してみる．

また，第3回大会は2013年に開催される予定であるが，大会期間短縮のため第1・2ラウンドの第6試合が廃止されるようである [4]．そこで，第6試合を廃止した場合についても確率計算を行い，対戦回数への影響についても言及する．

ちなみに，スポーツの対戦方式についての研究 [5–13] では，勝ち抜き戦と総当たり戦の比較が主になされており [5, 10, 11]，一般には，総当たり戦では強者が順当に優勝しやすくなるものの総試合数は多くなり，逆に勝ち抜き戦では総試合数は少なくてすむものの強者が優勝する確率は下がることが知られている．そのなかで，ダブルエリミネーション方式は，総試合数と強者が優勝する確率のバランスがよいと考えられている [11]．

ダブルエリミネーション方式の確率計算の方法は1ラウンド分だけについては Glenn [6] や Ladwig and Schwertman [9] により提示されているが，今回のように複数ラウンドの計算まではなされていない．また McGarry and Schutz [11] はモンテカルロ法によるシミュレーションの結果に基づき対戦方式を比較してお

ひろつ　のぶよし
順天堂大学スポーツ健康科学部
〒270–0695 千葉県印西市平賀学園台 1–1
すざき　まさふみ，おさき　しゅんじ
南山大学情報理工学部
〒489–0863 愛知県瀬戸市せいれい町 27
受付 12.2.29　採択 12.9.5

り，計算式から導いているわけではない．WBC の大会全体を通しての確率計算の方法を示すのは本稿が最初ではないかと思われる．

当然，対戦方式の決定には，参加チーム数や試合日程など多くの要因が絡んでいる．単純に確率計算だけで議論できる話ではないが，本稿に示すような計算をすると，チームの強さを設定すれば，対戦回数の期待値やその確率分布などが算出できる．このような確率計算の結果は，対戦方式を検討する際の 1 つの参考情報になるのではないかと考えている．

本稿では，第 2 節で WBC の対戦方式と検討内容について述べる．第 3 節では確率計算の方法，第 4 節では Bradley–Terry モデルによるチームの強さについて言及し，第 5 節で計算結果を示す．第 6 節では，第 6 試合を廃止した場合の確率計算の結果を示し，第 7 節でまとめることとする．

2. WBC の対戦方式と検討内容

本節では WBC の過去 2 回の大会での対戦方式について説明しつつ，それらの問題点と本稿での検討内容について述べる．まず，基本的な対戦の流れを図 1 に示している．両大会ともに参加 16 チームを 4 組に分け，各組 4 チームで対戦し，上位 2 チームが第 2 ラウンドに進出する，第 2 ラウンドでは，8 チームが 2 組に分かれ同様に各組 4 チームで対戦し，上位 2 チームが決勝ラウンドに進出する．決勝ラウンドは 4 チームの勝ち抜き戦となる．

過去 2 大会では，第 1・2 ラウンドでの各組内での対戦方式が異なっている．以下，[1] に基づき大会別に分けて説明する．

2.1 第 1 回大会での対戦方式と検討内容

第 1 回大会の第 1・2 ラウンドは，各組内で 4 チームによる 6 試合の総当たり戦が行われた．第 1・2 ラウンド合わせて 6 つの総当たり戦が行われた結果，そのうち 2 つについて同勝敗で並ぶ現象が見られた．すなわち，第 1 ラウンド B 組で，2 勝 1 敗で 3 チームが並び，第 2 ラウンド 1 組で，1 勝 2 敗で 3 チームが並ぶこととなり，両ケースとも失点率により勝ち上がるチームが決まった．

得点や失点を織り込んだ順位決定は，他のスポーツでも行われることであるが，WBC では試合が同時開催ではないため，後から試合をするチームにとってはラウンド勝ち上がりのためには単なる勝敗だけでなく，失点率を勘案した勝ち方まで要求されることとなった．実際に第 1 回大会では，メキシコが第 2 ラウンドを勝ち上がるための最終戦の条件は「延長 13 回または 14 回まで相手を無得点に抑えかつ自らも延長 13 回または 14 回まで無得点で進行し，いずれかの当該回においてサヨナラ 3 ランホームランかサヨナラ満塁ホームランで勝利すること」であったと言われている [14]．そもそも，同勝敗数で並ぶことがめったにない，または，同時刻に並行して試合を開催することが可能であるならば，問題はないと思われる．しかしながら，運営上同時刻開催ができず，なおかつ総当たり戦で同勝敗で並ぶことがよく起こるということであれば問題である．本稿では，この第 1 回大会の問題点であった全 6 組中 2 組で同勝敗となったことに着目し，これがたまたま起こったものか，それとも対戦方式上よくあることなのか，確率計算により検討してみる．

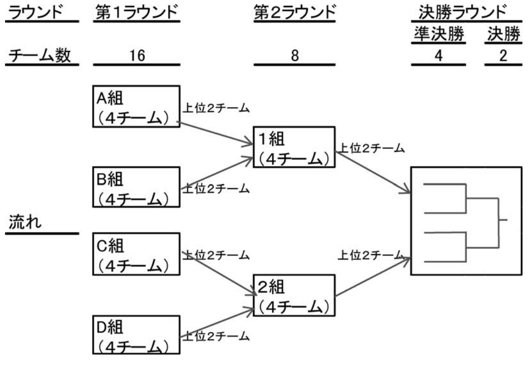

図 1 基本的な対戦の流れ

2.2 第 2 回大会での対戦方式と検討内容

第 2 回大会では，このような第 1 回大会で見られた総当たり戦に関する問題を解消するため，ダブルエリミネーション方式が採用された．この方式について図 2 と図 3 を用いて説明する．

第 1 ラウンドでは，例えば A 組の 4 チーム（A1, A2, A3, A4）は図 2 に示すような方式で 6 試合対戦し，上位 2 チームが第 2 ラウンドに進出する．B, C, D 組についても同様である．第 2 ラウンドでは，A, B 組から勝ち上がった 4 チーム（A^1, A^2, B^1, B^2）を 1 組として図 3 に示すような方式で対戦する．C, D 組から勝ち上がった 4 チームは 2 組となる．

決勝ラウンドでは，1 組・2 組おのおのの上位 2 チーム（$S1^1$, $S1^2$, $S2^1$, $S2^2$）の 4 チームにより，図 4 に示したような勝ち抜き戦が行われる．

第 2 回大会の対戦方式の問題点は，同じチーム同士の対戦が多く見られた点である．対戦方式上は，同じチーム同士で最大 5 回対戦する可能性があるが，実際に日韓戦は 5 試合行われた．そこで本稿では，対戦回

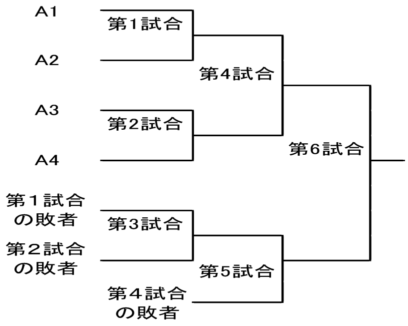

図 2　第 1 ラウンド A 組の対戦方式

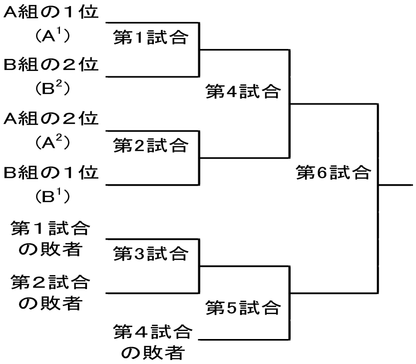

図 3　第 2 ラウンド 1 組の対戦方式

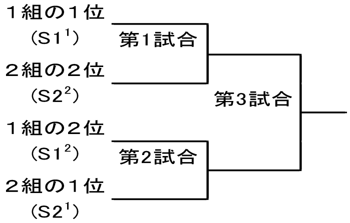

図 4　決勝ラウンドの対戦方式

数に着目して，これがたまたま起こったものか，それとも対戦方式上よくあることなのか，確率計算により検討してみる．

さらに，第 1･2 ラウンドの第 6 試合は，すでに次ラウンドへの進出が決まっている 2 チームの対戦となっており冗長な感じがする．先述したように，第 2 ラウンドの日韓戦では韓国は投手を温存して試合に臨んでいたようである [3]．同一チームの対戦が多く見られるなか，第 6 試合はどの程度重要であるかについても検討してみる．

検討内容を再度まとめると，① 第 1 回大会の総当たり戦では勝ち上がりに際し同勝敗数で並ぶことがあったが，どの程度の確率でこのような現象が起こりうるのか，② 第 2 回大会のダブルエリミネーション方式では同じチーム同士の対戦が 5 回もみられたが，どの程度の確率でこのような現象が起こりうるのか，③ 第 6 試合は他の試合と比べて重要さはどの程度あると言えるのか，の 3 つである．

3.　確率計算の方法

本節では，これら 3 点について，各対戦は確率的には独立であるという前提の下での具体的な確率計算の方法について述べる．

3.1　総当たり戦での同勝敗の起こりやすさの計算方法

まず，第 1 回大会第 1･2 ラウンドでの総当たり戦で，勝ち上がりに関して同勝敗で並ぶ事象が起こる確率の計算方法を述べる．

$P(i, j)$ をチーム i, j が対戦したとき i が勝つ確率とする．4 チームの総当たり戦の場合の可能な勝敗の結果としては，表 1 に示すように 1〜4 位の勝敗がそれぞれ 3 勝 0 敗（3–0），2 勝 1 敗（2–1），1 勝 2 敗（1–2），0 勝 3 敗（0–3）と，うまく分かれる場合や，2〜4 位の 3 チームが 1–2 で並ぶ場合などの 4 つのパターンがありえる．

表 1　総当たり戦での勝敗パターン

	勝敗パターン			
	1	2	3	4
1 位	3-0	3-0	2-1	2-1
2 位	2-1	1-2	2-1	2-1
3 位	1-2	1-2	2-1	1-2
4 位	0-3	1-2	0-3	1-2

パターン 1 の一つの例として 4 チーム A1，A2，A3，A4 がそれぞれ 3 勝，2 勝，1 勝，0 勝となる確率は，

$$\begin{aligned}&\Pr\{\text{A1 が 3 勝，A2 が 2 勝，A3 が 1 勝，A4 が 0 勝}\}\\&\quad = P(\text{A1, A2})P(\text{A1, A3})P(\text{A1, A4})\\&\qquad\quad \times P(\text{A2, A3})P(\text{A2, A4})P(\text{A3, A4})\end{aligned} \tag{1}$$

と計算できる．

総当たり戦は 6 試合あるので，異なる勝敗の組み合わせは全部で $2^6 = 64$ 通りあり，そのうち勝ち上がりチームが同勝敗で並んでしまうパターン 2 ないしはパターン 3 に該当するものは 16 通りある．これらの生起確率を求めることにより同勝敗で並ぶ確率が計算できる．

3.2　ダブルエリミネーション方式での対戦回数の計算方法

ダブルエリミネーション方式での対戦回数に関わる確率計算を行うために，前節と同様に，まず勝敗パター

ンとその生起確率を把握していき，次いで対戦回数の期待値やその確率分布を求める方法について述べる．

(1) 勝敗パターンと生起確率

まず，勝敗パターンとその生起確率について説明する．$P_k(i,j)$ を第 k 試合でチーム i,j が対戦したとき i が勝つ確率とする．図 1 でチーム A1 に着目すると，A1 が第 1 ラウンド A 組で 1 位通過する勝敗パターンは，2 位のチームまで考慮すると，表 2 に示すように 16 通りある．ただし，表 2 で W_k，L_k は第 k 試合での当該チームの勝･負を表しており，例えば，第 1 ラウンドを A1 が 1 位，A2 が 2 位で通過する勝敗パターンは，A1 が 3 連勝 ($\mathrm{W_1W_4W_6}$) のとき A2 は必然的に「負勝勝負」 ($\mathrm{L_1W_3W_5L_6}$) となる．A1，A2 がそれぞれ 1･2 位で通過する時の A1 の勝敗パターンは $\mathrm{W_1W_4W_6}$ か $\mathrm{L_1W_3W_5W_6}$ のどちらかであり，それぞれのパターンについて，第 2 試合で A3 が勝つ場合と A4 が勝つ場合がある．A1 の勝敗パターンが $\mathrm{W_1W_4W_6}$ であり第 2 試合で A3 が勝つという事象の生起確率 $P_{1T}(\mathrm{A1,\,A2})_1$ は，

$$P_{1T}(\mathrm{A1,A2})_1 = P_1(\mathrm{A1,A2})P_2(\mathrm{A3,A4})P_3(\mathrm{A2,A3}) \times P_4(\mathrm{A1,A3})P_5(\mathrm{A2,A3})P_6(\mathrm{A1,A2}) \quad (2)$$

と計算できる．第 2 試合で A4 が勝つ場合の確率 $P_{1T}(\mathrm{A1,A2})_2$ も同様に計算できる．A1 の勝敗パターンが $\mathrm{L_1W_3W_5W_6}$ のときも，第 2 試合で A3 が勝つ場合の確率 $P_{1T}(\mathrm{A1,A2})_3$ と A4 が勝つ場合の確率 $P_{1T}(\mathrm{A1,A2})_4$ が同様にして計算できるので，A1，A2 が第 1 ラウンドをそれぞれ 1･2 位通過する確率 $P_{1T}(\mathrm{A1,A2})$ は，

$$P_{1T}(\mathrm{A1,A2}) = \sum_m P_{1T}(\mathrm{A1,A2})_m \quad (3)$$

となる．A1，A3 や A1，A4 がそれぞれ 1･2 位で通過する確率 $P_{1T}(\mathrm{A1,A3})$，$P_{1T}(\mathrm{A1,A4})$ や他チームが 1 位で通過する場合についても同様に計算できる．

なお，第 1 ラウンドの初戦組み合わせについては，すでに決定されているとするかランダムに振り分けるかの 2 つの場合が考えられるが，本稿では後者で計算している．すなわち A1 が初戦で A2，A3，A4 と当たる確率はそれぞれ 1/3 としている．具体的には 3 通りの初戦組み合わせについて計算し，平均している．

第 2 ラウンドは，A, B, C, D 各組から勝ち上がったチームについて同様に確率計算すればよい．例えば，A 組で第 1 ラウンドを 1･2 位で通過したチームをそれぞれ A^1，$\mathrm{A}^2 \in \{\mathrm{A1,\,A2,\,A3,\,A4}\}$ とおき，B 組で第 1 ラウンドを 1･2 位で通過したチームを B^1，$\mathrm{B}^2 \in \{\mathrm{B1,\,B2,\,B3,\,B4}\}$ とおくと，第 2 ラウンド 1 組は，図 2 のように第 1 ラウンドの勝ち上がり順位で対戦組み合わせが確定する．A，B 組から勝ち上がる A^1，A^2 と B^1，B^2 への異なるチームの割り当て方がそれぞれ $4 \times 3 = 12$ 通りあるので，第 2 ラウンド 1 組の初戦の異なる対戦組み合わせは，$12 \times 12 = 144$ 通りある．そのすべてについて計算することで，決勝ラウンドへ進出する確率が計算できる．

A･B 組全 8 チームから第 2 ラウンド 1 組で 1･2 位通過するチーム $\mathrm{S1}^1$，$\mathrm{S1}^2 \in \{\mathrm{A1,\,A2,\,A3,\,A4,\,B1,\,B2,\,B3,\,B4}\}$ への異なる割り当て方は $8\times7 = 56$ 通りある．C･D 組全 8 チームから第 2 ラウンド 2 組で 1･2 位通過するチーム $\mathrm{S2}^1$，$\mathrm{S2}^2 \in \{\mathrm{C1,\,C2,\,C3,\,C4,\,D1,\,D2,\,D3,\,D4}\}$ への割り当ても考慮すると，決勝ラウン

表 2 第 1 ラウンド A 組で A1 が 1 位、A2, A3, A4 がそれぞれ 2 位で通過する勝敗パターンと対戦回数

No.	勝敗パターン					対戦回数						備考
	1 位		2 位		確率	A1–A2	A1–A3	A1–A4	A2–A3	A2–A4	A3–A4	
1	A1	$\mathrm{W_1W_4W_6}$	A2	$\mathrm{L_1W_3W_5L_6}$	$P_{1T}(\mathrm{A1,A2})_1$	2	1	0	1	1	1	第 2 試合は A3 が勝ち
2					$P_{1T}(\mathrm{A1,A2})_2$	2	0	1	1	1	1	第 2 試合は A4 が勝ち
3		$\mathrm{L_1W_3W_5W_6}$	A2	$\mathrm{W_1W_4L_6}$	$P_{1T}(\mathrm{A1,A2})_3$	2	1	1	1	0	1	第 2 試合は A3 が勝ち
4					$P_{1T}(\mathrm{A1,A2})_4$	2	1	1	0	1	1	第 2 試合は A4 が勝ち
5	A1	$\mathrm{W_1W_4W_6}$	A3	$\mathrm{W_2L_4W_5L_6}$	$P_{1T}(\mathrm{A1,A3})_1$	1	2	0	1	1	1	第 3 試合は A2 が勝ち
6					$P_{1T}(\mathrm{A1,A3})_2$	1	2	0	0	1	2	第 3 試合は A4 が勝ち
7			A3	$\mathrm{L_2W_3W_5L_6}$	$P_{1T}(\mathrm{A1,A3})_3$	1	1	1	1	0	2	
8		$\mathrm{W_1L_4W_5W_6}$	A3	$\mathrm{W_2W_4L_6}$	$P_{1T}(\mathrm{A1,A3})_4$	2	2	0	0	1	1	第 3 試合は A2 が勝ち
9					$P_{1T}(\mathrm{A1,A3})_5$	1	2	1	0	1	1	第 3 試合は A4 が勝ち
10		$\mathrm{L_1W_3W_5W_6}$	A3	$\mathrm{W_2W_3W_5L_6}$	$P_{1T}(\mathrm{A1,A3})_6$	2	1	1	1	0	1	
11	A1	$\mathrm{W_1W_4W_6}$	A4	$\mathrm{W_2L_4W_5L_6}$	$P_{1T}(\mathrm{A1,A4})_1$	1	0	2	1	1	1	第 3 試合は A2 が勝ち
12					$P_{1T}(\mathrm{A1,A4})_2$	1	0	2	1	0	2	第 3 試合は A3 が勝ち
13			A4	$\mathrm{L_2W_3W_5L_6}$	$P_{1T}(\mathrm{A1,A4})_3$	1	1	1	0	1	2	
14		$\mathrm{W_1L_4W_5W_6}$	A4	$\mathrm{W_2W_4L_6}$	$P_{1T}(\mathrm{A1,A4})_4$	2	0	2	1	0	1	第 3 試合は A2 が勝ち
15					$P_{1T}(\mathrm{A1,A4})_5$	1	1	2	1	0	1	第 3 試合は A3 が勝ち
16		$\mathrm{L_1W_3W_5W_6}$	A4	$\mathrm{L_2W_3W_5L_6}$	$P_{1T}(\mathrm{A1,A4})_6$	2	1	1	0	1	1	

ドの初戦の異なる対戦組み合わせは，$56 \times 56 = 3136$ 通りある．そのすべてについて計算することで，個々のチームが優勝する確率が計算できる．

(2) 対戦回数の期待値と確率分布

次に，対戦回数の期待値とその確率分布の計算方法を示す．第1ラウンドについて説明したあと，全ラウンドを通した場合について述べる．

第1ラウンドでの対戦回数は表2に示すように勝敗パターンが決まると必然的に定まる．例えば，A1が $\mathrm{W_1W_4W_6}$ で1位，A2が $\mathrm{L_1W_3W_5L_6}$ で2位通過したとき，A1とA2は必ず2回対戦することとなる．

ここで，A1，A2が1･2位通過するという条件下でのA組内のチーム $i, j \in \{\mathrm{A1, A2, A3, A4}\}$ の第1ラウンドでの対戦回数を $n_1(i, j|\mathrm{A1, A2})_m$ とおく．添え字 m は表2の“確率”の欄で $P_{1T}(\mathrm{A1, A2})_m$ にて表されている添え字に対応する．例えば，A1が $\mathrm{W_1W_4W_6}$ で1位，A2が $\mathrm{L_1W_3W_5L_6}$ で2位通過したとき，第2試合でA3が勝った場合は，A1とA2は表2より2回対戦し ($n_1(\mathrm{A1, A2}\,|\,\mathrm{A1, A2})_1 = 2$)，その確率は第2試合でA3が勝った場合は $P_{1T}(\mathrm{A1, A2})_1$ である．このように考えていくと，A1，A2が1･2位通過するという条件下での i, j の対戦回数の期待値は

$$
\begin{aligned}
&E_1(i, j\,|\,\mathrm{A1, A2}) \\
&\quad = \sum_m n_1(i, j\,|\,\mathrm{A1, A2})_m \cdot P_{1T}(\mathrm{A1, A2})_m
\end{aligned} \tag{4}
$$

と表現できる．例えば，A1とA3の対戦回数の期待値は，$i = $A1, $j = $A3とおき，表2に示した“対戦回数”の“A1–A3”の欄で上から4つの値と勝敗パターンの確率に留意すると，

$$
\begin{aligned}
&E_1(\mathrm{A1, A3}\,|\,\mathrm{A1, A2}) \\
&\quad = 1 \times P_{1T}(\mathrm{A1, A2})_1 + 0 \times P_{1T}(\mathrm{A1, A2})_2 \\
&\qquad + 1 \times P_{1T}(\mathrm{A1, A2})_3 + 1 \times P_{1T}(\mathrm{A1, A2})_4
\end{aligned} \tag{5}
$$

となる．

対戦回数の確率分布も同様に考えることで計算できる．すなわちA組でA1,A2が1･2位通過するという条件下で $i, j \in \{\mathrm{A1, A2, A3, A4}\}$ の対戦回数が n_1 回となる確率を $Q_1(i, j, n_1|\mathrm{A1, A2})$ とおくと，例えば，A1とA3の対戦回数が1回となる確率は，表2に示した“対戦回数”の“A1–A3”の欄の上から4つの値で1となっている勝敗パターンの確率の和

$$
\begin{aligned}
&Q_1(\mathrm{A1, A3, 1}\,|\,\mathrm{A1, A2}) \\
&\quad = P_{1T}(\mathrm{A1, A2})_1 + P_{1T}(\mathrm{A1, A2})_3 \\
&\qquad + P_{1T}(\mathrm{A1, A2})_4
\end{aligned} \tag{6}
$$

で表すことができる．

第2ラウンドについても同様の考え方で計算できる．決勝ラウンドは4チームによる単純な勝ち抜き戦となるのでその計算自体は容易であるが，第2ラウンド以降は勝ち上がり順位も考慮して計算する必要があるため詳述しないが，計算は煩雑になる．

次に，第1ラウンドから決勝ラウンドまでの全ラウンドを通しての対戦回数について述べる．

全ラウンドを通しての i と j の対戦回数は，各ラウンドでの対戦回数の和となるが，その確率分布は表3に示すような各ラウンドでの対戦回数のパターンを考慮して計算する必要がある．例えば，全ラウンドで5回対戦するのは，第1・第2・決勝ラウンドでの対戦回数が「2・2・1」となる1パターンしかないが全ラウンドで4回対戦するのは「2・2・0」や「2・2・－」など4パターンある．ただし，表3で「—」は第1ラウンドで組違い，ないしは第2・決勝ラウンドへ進出していないため対戦がない状況を示している．

各パターンの生起確率は，次ラウンドへ進出する条件付き確率を考慮して計算する必要がある．例えば，全ラウンドを通して，A1，A2が5回対戦するのは「2・2・1」の1パターンであるが，このパターン中には，A1,A2が第1ラウンドをそれぞれ1・2位で通過するという条件下での第1ラウンドの対戦回数 $n_1 = 2$，第2ラウンドをそれぞれ1・2位で通過するという条件下での第2ラウンドでの対戦回数 $n_2 = 2$，決勝ラウンドでの対戦回数 $n_F = 1$ となる場合があり，この確率は第1・第2・決勝ラウンドでこのような対戦回数となる確率の積

$$
\begin{aligned}
&Q_1(\mathrm{A1, A2, 2}\,|\,\mathrm{A1, A2}) \cdot Q_2(\mathrm{A1, A2, 2}\,|\,\mathrm{A1, A2}) \\
&\qquad \cdot Q_F(\mathrm{A1, A2, 1})
\end{aligned}
$$

で表される．A1，A2の第1・第2ラウンド通過に際しての順位はこれを含めて全部で4通りあるので，5回対戦する確率は，それらの和

表 3　全ラウンドを通した対戦回数のパターン

第 1 ラウンド	n_1	2	2	2	2	1	2	2	1	1	1	—	2	2	1	1	—	—	—	1	1	—	—	—	0	—	—	—
第 2 ラウンド	n_2	2	2	2	1	2	1	1	2	2	1	2	0	—	1	1	2	1	2	0	—	1	1	—	—	0	—	—
決勝ラウンド	n_F	1	0	—	1	1	0	—	0	—	1	1	—	—	0	—	0	1	—	—	—	0	—	0	—	—	0	—
合計	n	5	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0	0

$$
\begin{aligned}
&Q(\mathrm{A1},\mathrm{A2},5)\\
&\quad = Q_1(\mathrm{A1},\mathrm{A2},2\,|\,\mathrm{A1},\mathrm{A2})\\
&\qquad \cdot Q_2(\mathrm{A1},\mathrm{A2},2\,|\,\mathrm{A1},\mathrm{A2})\cdot Q_F(\mathrm{A1},\mathrm{A2},1)\\
&\qquad + Q_1(\mathrm{A1},\mathrm{A2},2\,|\,\mathrm{A2},\mathrm{A1})\\
&\qquad \cdot Q_2(\mathrm{A1},\mathrm{A2},2\,|\,\mathrm{A1},\mathrm{A2})\cdot Q_F(A1,A2,1) \qquad (7)\\
&\qquad + Q_1(\mathrm{A1},\mathrm{A2},2\,|\,\mathrm{A1},\mathrm{A2})\\
&\qquad \cdot Q_2(\mathrm{A1},\mathrm{A2},2\,|\,\mathrm{A2},\mathrm{A1})\cdot Q_F(\mathrm{A1},\mathrm{A2},1)\\
&\qquad + Q_1(\mathrm{A1},\mathrm{A2},2\,|\,\mathrm{A2},\mathrm{A1})\\
&\qquad \cdot Q_2(\mathrm{A1},\mathrm{A2},2\,|\,\mathrm{A2},\mathrm{A1})\cdot Q_F(\mathrm{A1},\mathrm{A2},1)
\end{aligned}
$$

となる．

表 3 に示したすべてのパターンについて，同様の計算を行うことにより，全ラウンドを通しての対戦回数の確率分布を求めることができる．

ちなみに，日本が優勝したという条件下で韓国と 5 回対戦する確率というような条件付き確率も同様の考え方に基づき計算できる．詳述はしないが，A1 が優勝したという条件下で A1 とチーム $i \in$ {A2, A3, A4, B1, B2, B3, B4, C1, C2, C3, C4, D1, D2, D3, D4} との対戦回数が n 回となる条件付確率 Pr{A1 が i と n 回対戦 |A1 が優勝 } を細かく見ていくことにより計算できる．

3.3　ダブルエリミネーション方式での第 6 試合の重要さ

ダブルエリミネーション方式での第 6 試合の重要さについては，Morris [15] を参考にして評価した．各試合の重要さはその試合に勝った場合と負けた場合の優勝する確率の違いで定義した．すなわち，第 1 ラウンドでのチーム i の第 k 試合の重要さを

$$
\begin{aligned}
&I_{1k}(i)\\
&\quad = \Pr\{i \text{ が優勝}\,|\,i \text{ が第 1 ラウンド第 } k \text{ 試合で勝つ}\}\\
&\qquad - \Pr\{i \text{ が優勝}\,|\,i \text{ が第 1 ラウンド第 } k \text{ 試合で負ける}\}
\end{aligned} \tag{8}
$$

とし，i が優勝する確率を計算する際に，該当する試合での i が勝つ確率を 1 ないしは 0 に設定することにより算出した．第 2 ラウンド第 k 試合の重要さも同様にして求めた．

4.　チームの強さ

ここまで確率計算の方法について述べてきたものの，チーム i と j の対戦で i が勝つ確率 $P(i,j)$ の具体的な値については言及していなかった．実際の計算にあたっては何らかの評価を行う必要がある．本稿では，各対戦での勝敗の確率が Bradley–Terry モデル [8] に従うと仮定して評価することとした．すなわち i，j の強さをそれぞれ π_i，π_j としたとき，i と j の対戦で i が勝つ確率を，

$$
P(i,j) = \frac{\pi_i}{\pi_i + \pi_j} = \frac{1}{1 + \pi_j/\pi_i} \tag{9}
$$

とした．ここで，チームの強さは，特に断らない限りは，降順（A 組では，強い方から A1，A2，A3，A4 の順）とし，順位が 1 つ違うときの強さの比を r $(= \pi_{\mathrm{A1}}/\pi_{\mathrm{A2}} = \pi_{\mathrm{A2}}/\pi_{\mathrm{A3}} = \pi_{\mathrm{A3}}/\pi_{\mathrm{A4}})$ とした．この r の値を変えることで，チーム間の相対的な強さを設定した．

さらに，優勝する確率については，A・B・C・D 各組内でのチームの強さの比 r だけでなく，組間の強さの比 s を導入し，各組の強さを設定した．各組は強い方から順に A，C，B，D とし，A 組と C 組の比を $s = \pi_\mathrm{A}/\pi_\mathrm{C} (= \pi_\mathrm{C}/\pi_\mathrm{B} = \pi_\mathrm{B}/\pi_\mathrm{D})$ とした．

5.　計算結果

本節では，第 2 節で示した 3 つの検討内容について，第 3 節の方法に従って計算した結果を示す．チームの強さについては，第 4 節で示した組内の強さの比 r と組間の強さの比 s の設定を変えて計算しているが，5.2 節ではダブルエリミネーション方式での同じチーム同士の対戦回数を分析するため，2 チームのみ強さの設定を変えたときの計算も行っており，その結果についても述べる．

5.1　総当たり戦での同勝敗の起こりやすさ

まず，総当たり戦での同勝敗の起こりやすさの計算結果についての一例を示す．

組間の強さを同じ（$s = 1$）としたときの，組内での強さの比 r と同勝敗で並ぶ確率の関係を図 5 に示す．

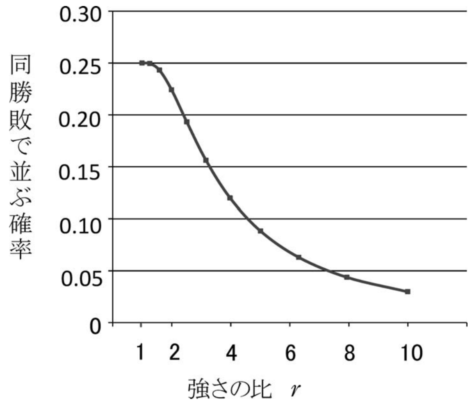

図 5 相対的な強さの比 r と同勝敗で並ぶ確率（4 組の強さが同じ（$s = 1$）場合）

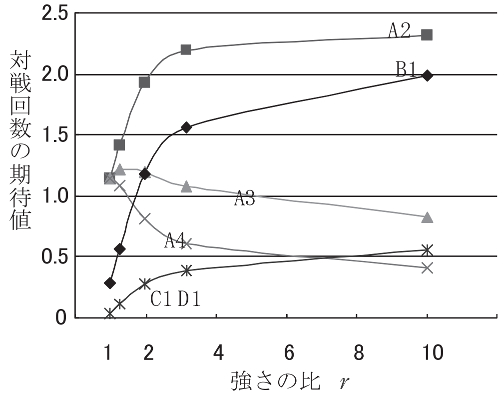

図 6 組内での強さの比 r と A1 との対戦回数の期待値（4 組の強さが同じ（$s = 1$）場合）

図 5 に示すように，すべてのチームが同じ強さ ($r = 1$) のとき，同勝敗で並ぶ事象は $16/64 = 0.25$ の確率で起こる．r の増加に伴い確率は減少するものの，$r = 2$ 〜3 でも 0.15 以上の確率で同勝敗で並ぶことがわかる．これより第 1・第 2 ラウンド合わせて 6 回総当たり戦を行うことを考えたとき，同勝敗で並ぶことは十分に起こりうることであり，実際に第 1 回大会で 2 回みられたことはたまたまとは言い難い．その点で，対戦方式を同勝敗が起こり得ない方式に変えたことは適当であったと言える．

5.2 ダブルエリミネーション方式での対戦回数

次いで，ダブルエリミネーション方式での対戦回数について，チームの強さの比を変えた場合の期待値の計算結果の一例を示すとともに，2 チームのみ強さの設定を変えた場合の期待値や確率分布，特定のチームが優勝したという条件下での対戦回数の確率分布の計算結果を示す．

(1) チームの強さの比と対戦回数の関係

まず，対戦回数の期待値について，組間の強さが同じ（$s = 1$）としたときの，組内での強さの比 r と A1 と他のチームとの対戦回数の関係を図 6 に示す．図 6 より，$r = 1$ のとき A1 は同じ組内の A2，A3，A4 との対戦回数の期待値は 1.1 回であったが，r が増加するにつれて，組内で 2 番目に強い A2 との対戦回数の期待値が 2.3 回程度まで増加し，逆に A3, A4 との対戦回数は減少するという状況がわかる．第 2 ラウンドで同じ組となる B1 との対戦回数の期待値は，$r = 1$ のときは 0.3 回程度であるが，r の増加に伴い増加する．第 2 ラウンドで組み違いの C1，D1 については対戦回数の期待値は $r = 1$ のときはほとんど 0 であるが，r の増加に伴い 0.5 回程度まで増加することがわかる．

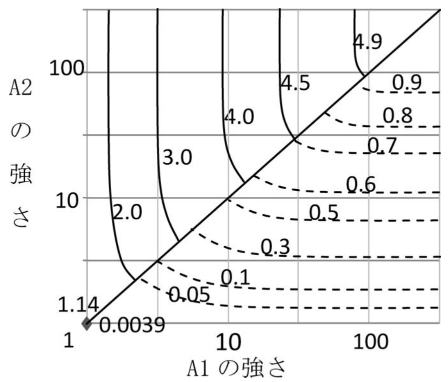

図 7 A1 と A2 の強さと対戦回数の期待値（実線）ならびに 5 回対戦する確率（破線）の関係（他のチームは強さ 1）

勝ち上がらないことには他組のチームと対戦しないので，他組のチームとの対戦回数の期待値は同組内よりもおおむね小さくなることが計算上現れている．なお，組間に強さの違いがある場合は割愛したが，ほぼ同じような傾向がみられた．

(2) 特定の 2 チームの強さと対戦回数の関係

特定のチーム間の対戦回数の期待値を分析するために，A1 と A2 の 2 チームの強さ π_{A1}，π_{A2} のみ（他の 14 チームの強さは 1 としたままで）変化させたときの計算結果を図 7 に示す．A1 を日本，A2 を韓国として日韓戦に着目とするという想定であり，図 7 で期待値を等高線として対称性を考慮し 45° の線より上だけに図示している．A1 と A2 の強さが 1 のときは，対戦回数の期待値は 1.14 回となり，両チームの強さが増加するに伴い，対戦回数の期待値が増加することがわかる．A1，A2 の片方だけ強い場合は対戦回数の期待値は 2 回以下であり，ともに強さを 10 にしても 4 回以

下であることなどがわかる．今回，日本が韓国と 5 回も対戦したことは，日韓ともに他より際立った強さがあったと考えるのが自然であると思われる．

また，同じ条件で A1，A2 の対戦回数の確率分布の計算もしており，その結果として A1 と A2 が 5 回対戦する確率を等高線で図 7 に破線にて示している．A1 と A2 の強さが 1 のとき 5 回対戦する確率は 0.0039 となり，両チームの強さが増加するに伴い 5 回対戦する確率が増加することがわかる．A1，A2 の片方だけ強い場合に 5 回対戦する確率は 0.05 以下であり，ともに強さを 10 にしても 0.5 程度である．この計算結果も日韓ともに他より際立った強さがあったと印象づけるものである．

ちなみに，すべてのチームが同じ強さの時に A1 と A2 が 5 回対戦する確率 0.0039 は以下のように容易に計算できる，まず (2) 式の計算値は $(1/2)^6$ となり，第 1 ラウンドで，A1，A2 が 2 回対戦する確率は，表 2 の No. 1〜4 の 4 通りあることから $Q_1(\mathrm{A1,A2},2\,|\,\mathrm{A1,A2}) = (1/2)^6 \times 4 = (1/2)^4$ となる．（初戦の対戦組み合わせが異なる場合でも，対戦回数が 2 回となる確率は同じ値となる．）第 2 ラウンドで 2 回対戦する確率も同様に $Q_2(\mathrm{A1,A2},2|\mathrm{A1,A2}) = (1/2)^4$ となる．決勝ラウンドで 1 回対戦する確率は A1 と A2 がともに準決勝を勝ち上がる必要があるので，

$Q_F(\mathrm{A1,A2},1) = (1/2)^2$ となる．A1，A2 の勝ち上がり順位を考慮すると，(7) 式より $Q(\mathrm{A1,A2},5) = (1/2)^4\cdot(1/2)^4\cdot(1/2)^2\times 4 = (1/2)^8 = 0.0039$ となる．

(3) 優勝したという条件下での対戦回数

特定のチーム（例えば日本）が優勝したという条件下での他のチームとの対戦回数の確率分布の計算結果を表 4 に示す．この場合も全チーム同じ強さとしている．

A1 が優勝したという条件下で A1 が A2 など A 組の他のチームと 5 回対戦する確率は，表 4 より 0.031 となる．A2，A3，A4 それぞれと 5 回対戦するという事象は排反であるため同組のチームと 5 回対戦する確率は $0.031 \times 3 = 0.093$ となる．すなわち，全チームが同じ強さであると考えたとき，優勝チームの立場からみて 5 回対戦するチームがあるという状況は，1 割弱の確率で起こりうることがわかる．特定の 2 チームに着目した場合に両チームが 5 回対戦することは，両チームに際立った強さがあると考えるのが自然であるが，対戦方式自体について考えた場合，全チームが同じ強さとして 10 大会行えばそのうち 1 回弱は，優勝チームが同組のチームと大会中 5 回当たることが起こりうることとなる．同じ組内の特定の 2 チームがより強い場合は，5 回当たることはさらに起こりやすくなる．

表 4　A1 が優勝したという条件下での対戦回数の確率分布（全チームの強さは同じ場合）

対戦回数	A2, A3, A4	B1, B2, B3, B4	C1, C2, C3, C4, D1, D2, D3, D4
5	0.031		
4	0.057		
3	0.125	0.063	
2	0.182	0.141	
1	0.438	0.234	0.188
0	0.167	0.562	0.812

ちなみに，表 4 で A1 が A2 と 5 回対戦する確率は，先述した 5 回対戦する確率 0.0039 を用いて (0.0039/2)/(1/16)=0.031 と計算できる．これは，A1 が優勝する確率が 1/16 であり，A1 と A2 が 5 回対戦する中で A1 は 1/2 の確率で優勝することより得られる．また，表 4 において C・D 組のチームとの対戦回数が 1 回になる確率 0.188 の計算も容易である．例えば，C1 について考えると，決勝ラウンドに C1 が進出する確率は 2/8 であり，準決勝で C1 が A1 に当たる確率は 1/2，決勝で当たる確率は 1/4（= 準決勝で当たらない確率 1/2× 準決勝で C1 が勝つ確率 1/2）となるので，2/8×(1/2 + 1/4) = 3/16 =0.188 と求まる．

5.3　ダブルエリミネーション方式での試合の重要さ

ダブルエリミネーション方式での各試合の重要さについて，組内での強さの比 r と組間の強さの比 s を変えて計算してみた結果の一例を表 5 に示す．

表 5 において，全チームが同じ強さの場合（$r = 1$，$s = 1$）は，A1 の優勝する確率は A1 の勝敗にかかわらず，第 6 試合では 0.063 となり重要さは 0 となる．すなわち，確率計算上は消化試合と言える．

組内でのチーム間の強さは同じであるが，組間の強さが異なる場合（$r = 1$，$s = 1.2$）は，第 1 ラウンドでは，第 6 試合の重要さは 0 であるものの，第 2 ラウンドでは 0 ではなくなる．表 5 を概観すると，第 1 試合や第 5 試合の重要さに比べると，第 6 試合の重要さはおおむね 1/10 以下でしかない．すなわち，確率計算上は第 6 試合は他の試合ほどの重要さは持たないと言える．

6.　第 6 試合を廃止した場合の計算結果

前節では第 6 試合の重要さが劣ることを示したが，2013 年の第 3 回大会では，大会期間短縮のため第 1・第 2 ラウンドの第 6 試合を廃止することが決定したよ

表 5　A1 の各試合の勝ち負けによる優勝の確率の差（試合の重要さ）の計算例

	r	s	第 1 ラウンド					第 2 ラウンド				
			第 1 試合	第 3 試合	第 4 試合	第 5 試合	第 6 試合	第 1 試合	第 3 試合	第 4 試合	第 5 試合	第 6 試合
A1 勝ちの時	1	1	0.094	0.078	0.078	0.094	0.063	0.094	0.078	0.078	0.094	0.063
A1 負けの時	1	1	0.031	0.047	0.047	0.031	0.063	0.031	0.047	0.047	0.031	0.063
差 (重要さ)			0.063	0.031	0.031	0.063	0.000	0.063	0.031	0.031	0.063	0.000
A1 勝ちの時	1	1.2	0.146	0.122	0.122	0.146	0.097	0.129	0.114	0.117	0.132	0.098
A1 負けの時	1	1.2	0.049	0.073	0.073	0.049	0.097	0.051	0.076	0.075	0.051	0.097
差 (重要さ)			0.097	0.049	0.049	0.097	0.000	0.078	0.038	0.042	0.081	0.001
A1 勝ちの時	2	1	0.220	0.212	0.215	0.223	0.207	0.245	0.224	0.229	0.253	0.209
A1 負けの時	2	1	0.152	0.172	0.174	0.136	0.200	0.133	0.160	0.165	0.113	0.199
差 (重要さ)			0.068	0.039	0.040	0.088	0.007	0.112	0.064	0.063	0.139	0.010
A1 勝ちの時	2	1.2	0.312	0.301	0.305	0.318	0.293	0.330	0.310	0.317	0.338	0.296
A1 負けの時	2	1.2	0.216	0.245	0.248	0.193	0.286	0.194	0.239	0.238	0.178	0.283
差 (重要さ)			0.096	0.056	0.057	0.125	0.008	0.136	0.072	0.079	0.160	0.013

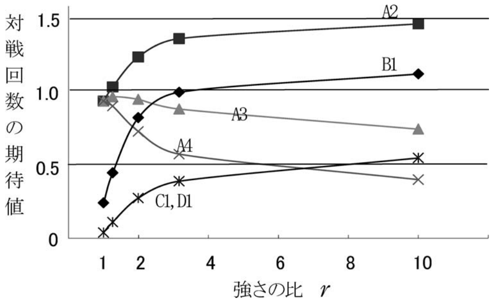

図 8　第 6 試合を廃止した場合の相対的な強さの比 r と A1 との対戦回数の期待値
（4 組の強さが同じ（s =1）場合）

うである [4]．そこで第 6 試合を廃止した場合の計算結果の一例を示す．

まず，対戦回数の期待値の計算結果を図 8 に示す．図 6 と比較すると，A2 や B1 との対戦回数の期待値が減少しているものの，他チームとの対戦回数の期待値はおおむね変わりがなく，全体的に対戦回数が平滑化されるという結果となっている．

また，A1 が優勝したという条件下での対戦回数の確率分布を表 6 に示す．表 4 と比較すると，優勝チームからみたとき，同一チームとの対戦回数の最大が 5 回から 3 回に減っている．その一方で，対戦回数が 0 である確率は，従来から大きくは変わっておらず，やはり対戦回数は全体的に平滑化されるという結果となっている．これらの結果より，第 6 試合を廃止することで，第 2 回大会の時ほど同一チームとの対戦回数の多さは目につかなくなると予想できる．

7.　おわりに

本稿では，WBC の過去 2 大会での対戦方式の問題点として，第 1 回大会での総当たり戦で勝敗数が同等

表 6　A1 が優勝したという条件下での対戦回数の確率分布

対戦回数	A2, A3, A4	B1, B2, B3, B4	C1, C2, C3, C4, D1, D2, D3, D4
3	0.031		
2	0.234	0.125	
1	0.542	0.297	0.188
0	0.193	0.578	0.812

となる確率，第 2 回大会でのダブルエリミネーション方式の対戦回数の期待値やその確率分布，第 6 試合の重要さについて確率計算により検討してみた．さらに，ダブルエリミネーション方式で第 1･2 ラウンドから第 6 試合を廃止した場合について確率計算を行ってみた．

その結果として，第 1 回大会の総当たり戦では勝ち上がりに際し同勝敗数で並ぶことは珍しくはなく，確率的にはよく起こりうることであることを示した．第 2 回大会での同一チーム同士の対戦が多く見られた点については，全チームが同じ強さであった場合，優勝チームが同じ組のチームと 5 回当たることは 1 割近くの確率で起こりうることがわかり，対戦方式として，必ずしも珍しいことが起こったとはいえないことを示した．ただし，特定の 2 チームに着目したとき，その 2 チームが 5 回対戦する確率は 0.0039 と極めて小さく，第 2 回大会では日韓両チームが他チームより強いと考えることは自然であると思われる．さらに，第 1･2 ラウンドの第 6 試合は他の試合と比べて重要さが劣り，全チームが同じ強さであった場合，重要さは 0 であり消化試合となることを示した．

第 6 試合を廃止すると，同一チームとの対戦回数の最大が 5 回から 3 回に減るが，対戦しない確率は，従来とあまり変わらず，対戦回数が全体的に平滑化されるので，第 2 回大会の時ほど同一チームとの対戦回数の多さは目につかなくなると予想できることを示した．

どのような対戦方式がよいかということは，参加チーム数や試合日程など，多くの要因が絡んでおり一概には言えないのであろうが，確率計算を用いて検討できることも多くあると思われる．今後，WBC の対戦方式も随時変わっていくであろうが，対戦方式に関する研究をさらに広く進めていきたいと考えている．

謝辞　本研究の一部は文部科学省科学研究費補助金基盤研究 (B)20330068，(C) 18510138，(C) 21510159，および 2010 年度南山大学パッヘ研究奨励金 I–A–2 による助成のもとで行われたものである．

参考文献

[1] ワールドベースボールクラシック——日本野球機構オフィシャルサイト，http://www.npb.or.jp/wbc/

[2] スポーツ・グラフィック ナンバー，WBC 戦記—日本野球，連覇への軌跡，文芸春秋，2010.

[3] Sportiva WBC2009 総集編，2009 年 4 月 25 日臨時増刊号，p. 25, 2009.

[4] 日刊スポーツ，2011 年 5 月 20 日，p. 4, 2011.

[5] H. A. David, Tournament and paired comparisons. *Biometrica*, **46** (1959), 139–149.

[6] W. A. Glenn, A comparison of the effectiveness of tournaments. *Biometrica*, **47** (1960), 253–262.

[7] D. T. Searls, On the probability of winning with different tournament procedures. *Journal of American Statistical Association*, **58** (1963), 1064–1081.

[8] 竹内啓，藤野和建，「スポーツの数理科学」，共立出版，1988.

[9] J. A. Ladwig and N. C. Schwertman, Using probability and statistics to analyze tournament competitions. *Chance*, **5** (1992), 49–35.

[10] D. R. Appleton, May the best man win? *The Statistician*, **44** (1995), 529–538.

[11] T. McGarry and R. W. Schutz, Efficacy of traditional sports tournament structures. *Journal of the Operational Research Society*, **48** (1997), 65–74.

[12] M. Suzaki, S. Osaki and N. Hirotsu, Calculating the probabilities of winning the Asian qualifiers for 2006 FIFA world cup. In: T. Dohi, S. Osaki and K. Sawaki (Eds.), *Recent advances in stochastic operations research* World Scientific, 297–307, 2007.

[13] D. E. Knuth, *The Art of Computer Programming*, Vol. 3, 2nd ed., Addison-Wesley, 1998.

[14] ウィキペディア「ワールド・ベースボール・クラシック」，http://ja.wikipedia.org/wiki/

[15] C. Morris, The most important points in tennis. In: S. P. Ladany and R. E. Machol (Eds.), *Optimal strategies in sport*, North Holland, 131–140, 1977.

