

フロンティア法による電力網構成制御

井上 武¹, 高野 圭司^{1,4}, 渡辺 喬之², 川原 純^{1,3}, 吉仲 亮⁶
 岸本 章宏⁴, 津田 宏治^{1,3,5}, 湊 真一^{1,2,3}, 林 泰弘²

本稿では、フロンティア法を用いた電力網の最適化手法を述べる。電力網の最適化は非凸な組合せ最適化問題であり、バックトラックを伴う伝統的な手法では大域的な最適解を得られる保証がなかった。われわれは、フロンティア法といくつかのアルゴリズムを組み合わせ「解のみからなる探索空間 (ZDD)」を構築し、最適解の探索を最短経路問題に帰着する。このようにして、最適性の保証された解を容易に発見する。また、この探索空間には、障害復旧構成や損失分布推定など、最適化以外にもさまざまな利用価値があることを示す。

キーワード：フロンティア法, ZDD, 電力網

1. はじめに

エネルギー資源の節約と安定した電力供給のために、電力網の構成制御は重要な課題である。電力網は、数万ボルト以上の電圧で発電所と変電所をつなぐ送電網と、家庭やオフィスに低電圧の電力を供給する配電網からなる。本稿は配電網を対象とする。配電網では、スイッチの開閉状態を切り替えて網構成を変更し、電力の供給経路を決定する。この構成制御によって、電力損失の最小化や障害箇所への迂回を行う。本稿では、フロンティア法を用いた損失最小化手法を中心に議論し、さらなる応用例として障害復旧構成や損失分布推定についても説明する。

図 1 (左) に配電網の例を示す。損失最小化は、スイッチの開閉状態をバイナリ変数で表す組合せ最適化問題である。配電網は、供給経路に関するトポロジカルな制約と、電流・電圧に関する電気的な制約を満たさなければならない。トポロジ制約により、変電所から広がる配電経路がループしないことを保証する。電気制約は、電流・電圧の適性範囲を設ける。これらの複雑な制約により、損失最小化は非凸な組合せ最適化問題となる。しかも、実用的な規模の配電網には数百ものスイッチ (変数) がある。

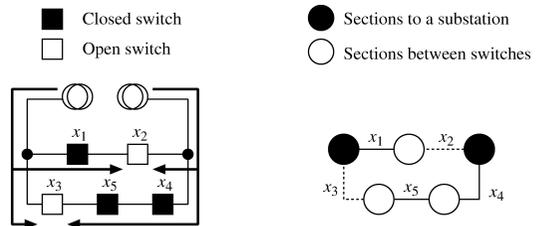


図 1 (左) 配電網の例。横にずれた二重丸は電力供給源である変電所 (substation) を表し、矢印は配電経路を表す。配電経路はスイッチの開閉状態によって決まる。(右) 左の配電網を表すグラフ表現。辺はスイッチを表し、開閉状態を点線・実線で区別する。頂点は配電線区間 (section) を表し、黒い頂点は変電所に直接されていることを示す。

損失最小化問題の解法として、従来はヒューリスティックが用いられていた [1~4,6]。これらのヒューリスティックは損失が小さくなるように繰り返し網構成を更新するが、探索空間が離散的かつ非凸であると局所最適に陥ってしまう。これに対し本稿で述べる最適化手法は、フロンティア法や ZDD 演算によって「制約を満たす解のみからなる探索空間」を構築し、最適解を容易に探索できるようにする。以下に基本的なアイデアを述べる。

次のような例題を考える。

$$\min_{\mathbf{x}} \quad 6x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4, \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad d(\mathbf{x}, 0000) \leq 2, \quad d(\mathbf{x}, 0101) \geq 4. \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{x} = x_1x_2x_3x_4$ は 4 つのバイナリ変数 x_i からなるベクトルであり、 $d(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ は \mathbf{x} と \mathbf{x}' のハミング距離を表す。この問題の最適解は $\mathbf{x} = 0110$ であるが (値は 2)、 $\mathbf{x} = 1100$ と $\mathbf{x} = 0011$ という局所最

いのうえ たける¹, たかの けいじ^{1,4}, わたなべ たかゆき², かわはら じゅん^{1,3}, よしなかりょう⁶, きしもと あきひろ⁴, つだ こうじ^{1,3,5}, みなと しんいち^{1,2,3}, はやし やすひろ²

¹ 科学技術振興機構 ERATO

² 早稲田大学

³ 北海道大学

⁴ 東京工業大学

⁵ 産業技術総合研究所

⁶ 京都大学

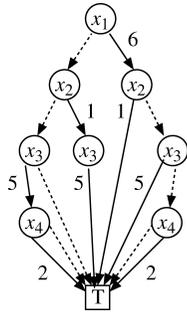


図2 制約(2)を満たす全ビットベクトル($\mathbf{x} = x_1x_2x_3x_4$)を表すZDD. 各ビットベクトルは、最上位の根ノードから最下位の端点ノードまでのパスとして表される. このZDDが表す探索空間では、最短経路探索によって最適解を得られる.

適解(値は3)が存在する. われわれは、ZDDを用いてこの最適化問題を最短経路探索に帰着する. 図2に示すZDDは、(2)の制約を満たすすべての解¹を表している. このようなZDDを構築できれば、目的関数(1)の係数を1枝の重みとし、最短経路探索によって簡単に最適解を得られる.

このアイデアを配電網の損失最小化に適用するには以下の課題がある. 1) 制約を満たすZDDの効率的な構築方法. 本稿では、トポロジ制約と電気制約を満たす各ZDDを構築し(前者にフロンティア法を用いる)、ZDD演算によって両制約を満たすZDDを得る. 2) 電力損失の線形関数への変換方法. 電力損失は複数のスイッチ状態に依存するため、上で述べたように変数の単純な線形和にはならない. そこで、配電網を独立性の高い領域に分割し、目的関数が各領域の線形和になるように探索空間を再編成する.

われわれの手法の評価には、実際の配電網に基づいて福井大学と東京電力が開発した配電網ベンチマーク[8]を用いる. 実験により、468のスイッチを備えるこの配電網で、最適解を3時間以内に発見できることを示す.

さらに、すべての解を保持するというZDDの特性を利用し、障害時に迂回路を提供する網構成の検索や、構成を変化させたときの損失分布についても議論を行う.

本稿の構成は次のとおりである. 2節で損失最小化問題を定義する. 3節で最適化手法を説明し、4節で実験結果を示す. 5節で障害復旧構成と損失分布推定について述べ、6節で本稿をまとめる.

2. 配電網の損失最小化問題

本節では損失最小化問題を定式化する. 配電網には m 個のスイッチが備えられているとし、網構成を m 次元のバイナリベクトル $\mathbf{x} \in \{0, 1\}^m$ によって表す. なお、閉スイッチを1とする.

電力は、変電所から網全体に届けられなければならない. 網構成によって決まる配電経路は、変電所²を唯一の根とする木であり、ループを含んではならないとされる. また、配電網全体を複数の木によって覆い、停電区間ができないようにする. つまり、トポロジカルに妥当な網構成とは、変電所を根とする全域森となる.

ここで、スイッチや分岐点によって区切られた1本の電線を「配電線区間」と呼ぶことにする. トポロジカルに妥当な網構成が与えられると、配電経路を表す木(電気が流れる配電線区間の集合)が決まる. ある配電線区間 $i \in \{1, \dots, n\}$ からみて木の上流(変電所側)にある区間集合を C_i^{up} とし、下流の区間集合を C_i^{down} とする(区間 i は上流のみに含まれる). 各区間には、負荷(電力需要) I_i とインピーダンス(抵抗とリアクタンスの和) $Z_i = R_i + X_i$ が与えられている.

区間 i の電流 J_i は次式で与えられる.

$$J_i(\mathbf{x}) = \sum_{j \in C_i^{\text{down}}} I_j + I_i. \quad (3)$$

変電所から区間 i までの電圧降下量 D_i は次式となる³.

$$D_i(\mathbf{x}) = \sum_{j \in C_i^{\text{up}} \cup \{i\}} Z_j \left[\frac{I_j}{2} + \sum_{k \in C_j^{\text{down}}} I_k \right]. \quad (4)$$

損失最小化問題は、次のように定式化される.

$$\min_{\mathbf{x}} \sum_{i=1}^n R_i J_i^2(\mathbf{x}), \quad (5)$$

$$\text{s.t. Configuration } \mathbf{x} \text{ provides valid feeders} \\ \text{(網構成 } \mathbf{x} \text{ はトポロジカルに妥当である)}, \quad (6)$$

$$J_i(\mathbf{x}) \leq J^{\text{max}}, D_i(\mathbf{x}) \leq D^{\text{max}}, i = 1, \dots, n. \quad (7)$$

制約(6)と(7)をそれぞれトポロジ制約と電気制約と呼ぶ.

² 実際には、1つの変電所から複数の電線が伸びているが、本稿では説明の簡略化のために、電線ごとに変電所が存在すると考える.

³ 本稿では、負荷は区間に一様分布すると仮定し、負荷と抵抗の積を積分して電圧降下量を求めている. 式(4)にある $I_j/2$ の分母は、この積分による.

¹ 本特集の他の記事では、ZDDが保持する個々の解のことを「集合」あるいは「組合せ」と呼んでいるが、ここでは組合せ最適化問題の文脈に合わせて解あるいはビットベクトルと呼ぶことにする.

3. 損失最小化手法

本節でわれわれの損失最小化手法を述べる。3.1節でわれわれが用いる網表現を説明する。3.2節と3.3節では、それぞれトポロジ制約と電気制約を満たすZDDの構築アルゴリズムを述べる。3.4節で全制約を満たすZDDを構築し、3.5節で探索空間を再編成して最適解を発見する。

3.1 ZDDによる網構成表現

以降、配電網をグラフ $G = (V, E)$ として表現する。図1(右)に示すように、スイッチをグラフの辺とし ($E = \{1, \dots, m\}$)、スイッチによって区切られた配電線区間をグラフの頂点とする。

本稿では、ビットベクトルによって網構成を表す。図1の構成は $x = 10011$ のように表現される。図3(A)は、10110, 10101, 10011, 01110, 01101, 01011 という6つの網構成を表すZDDである。

3.2 フロントティア法によるトポロジ制約ZDDの構築

2節で述べたように、トポロジ制約を満たす網構成は変電所を根とする全域森となる。根付き全域森を対象とするフロントティア法は、本特集「グラフ列挙索引化技法の種々の問題への適用」で紹介しているため、ここでは省略する。得られるZDDは、図3(A)のようになる。

3.3 電気制約ZDDの構築

変電所ごとに電気制約を満たす配電経路を列挙し、それぞれのZDDを構築する。すでに述べたように、妥当な配電経路は変電所を根とする木となる。まず最初に、変電所に直結された頂点のみの木を列挙する。続いて、その隣接辺を追加するか否か(隣接スイッチを閉じるかどうか)で場合分けし、続く木を列挙する。以下、同様にして、隣接辺を再帰的に追加しながら木を拡大していき、制約を満たさなくなったら列挙を停止する(枝刈りする)。電流と電圧は木の大きさに対して単調に悪化するため、ある木が制約を満たさなければ、さらに辺を追加しても制約を満たすことはない。最後に、列挙したすべての木を表すようなZDDを構築する。

図1(右)に示す左側の変電所頂点を例に説明すると、まず辺 x_1 を追加できるか否かで場合分けし、追加できる場合にはさらに辺 x_2 の追加を試みる。同様にして制約を満たす限りは残りの辺を調べ、制約を満たすすべての木を列挙する。この例では $x = 0^*0^{**}, 100^{**}, 101^*0, \dots$ のように18個の木があったとし

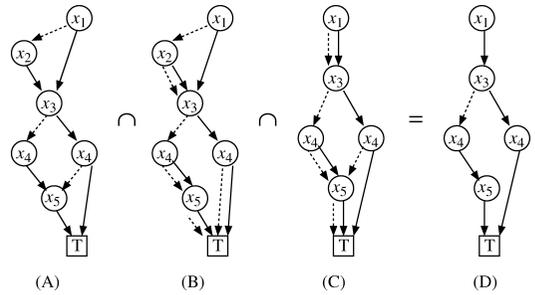


図3 図1の配電網におけるZDD。(A)トポロジ制約を満たす網構成を表すZDD。(B, C)電力制約のZDD。それぞれ、図1(右)における左上頂点と右上頂点を根とする木に相当する。(D)全制約のZDD。これは(A-C)のZDDの交差(intersection)によって得られる。

(*は0, 1のいずれでもよいことを表す)、図3(B)のZDDを構築している。図1(右)の右側にある変電所頂点についても同様に制約を満たす木を列挙する。 $x = ^*0^*0^*, ^*0^*10, ^*0011, \dots$ のように14個の木があり、図3(C)のZDDを得る。

このアルゴリズムは制約の単調性しか仮定しないため、電気制約のような複雑な制約でも扱える。また、木ごとに独立に探索を実行できるため、並列化により計算時間を短縮できる。

3.4 全制約を満たすZDD

ZDDの交差演算(intersection)によって、与えられたすべてのZDDに共通する解(ビットベクトル)を効率的に選択できる。つまり、トポロジ制約のZDDと電気制約のZDDに対して交差演算を行えば、全制約を満たす解のみを得られる。図3(D)は、図3(A-C)3つのZDDに対して交差演算を行った結果であり、どのZDDにも含まれる2つの解 $x = 10110, 10011$ を表している。

3.5 探索空間の再編成

各区間の電力損失は複数のスイッチに依存するため、式(5)で表される網全体の損失は変数の線形和にならず、1節で述べたように簡単には最適解を得られない。そこで、配電網を独立性の高い領域に分割し、領域ごとに変数をまとめて扱うことで、目的関数を線形和に変形する。図4(上)に示すように、変電所付近の分岐点(junction)で分割して得られる各領域を「独立コンポーネント」と呼ぶことにする[7]⁴。このように分割

⁴ 変電所から分岐点までの区間はいずれのコンポーネントにも含まない。本稿では簡単のためにこの区間を対象外とするが、[5]ではこの区間も含めて損失最小化の議論を行っている。

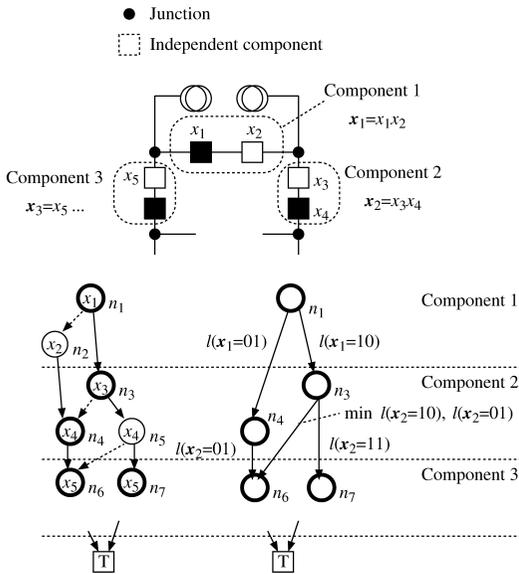


図4 (上) 独立コンポーネントの例。配電網を変電所付近の分岐点 (junction) で分割すると、損失を独立に計算できる領域が得られる。
 (左下) 全制約を満たす ZDD。ここでは、コンポーネントごとに水平に分割している。
 (右下) コンポーネント損失のグラフ。 $l(\mathbf{x})$ はコンポーネント内の構成 \mathbf{x} に対する損失を表す。根ノードから終端ノードへのパスの重みは網全体の損失を表す。

すると、電力はコンポーネントに流入するのみで、流出がなくなる。すると、コンポーネント内の電流は他のコンポーネントから独立に決まるため、損失も独立して計算できるようになる。

ここで、配電網のコンポーネント数を q とする。各コンポーネントに含まれるスイッチを $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_q$ とし、配電線区間も同様に N_1, \dots, N_q とすると、目的関数を次のように書き換えられる。

$$\min_{\mathbf{x}} \sum_{k=1}^q \sum_{i \in N_k} R_i J_i^2(\mathbf{x}_k). \quad (8)$$

この式は以下のことを表している。コンポーネント k の損失 $\sum_{i \in N_k} R_i J_i^2(\mathbf{x}_k)$ は、コンポーネント k の網構成 \mathbf{x}_k のみによって決まる。また、網全体の損失はコンポーネント損失の線形和となる。本節の残りでは、ZDD をコンポーネントごとにまとめ直して、コンポーネント損失が辺の重みになるように再編成する。そして、1 節で述べたように最短経路探索によって最適解を得る。

図4 (上) のように、スイッチはコンポーネントごとに順序づけられているとする (この変数順は最適化開始前に決めておき、構築するすべての ZDD で共通

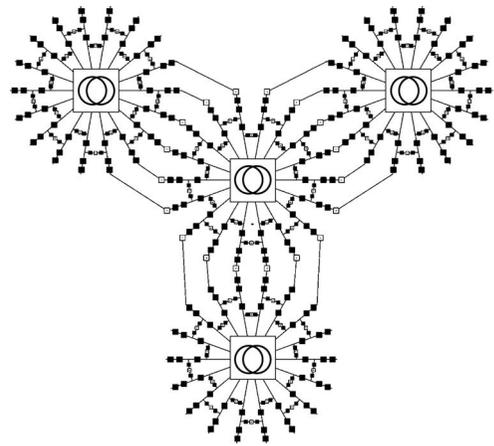


図5 468 スイッチ配電網の最適解。午後 2 時の負荷データを用いて計算した。

とする)。すると、図4 (左下) に示すように、構築した ZDD をコンポーネントごとに水平に分割できる。

ここで、上位コンポーネントからの「入口」となっている ZDD ノード (図中の太線ノード) だけを選んで、図4 (右下) のようにコピーする。入口ノード間のパスは、コンポーネント内の可能な網構成を表しており、対応する損失を計算できる。この損失を、コピーしたノードをつなぐ重みとする。例えば、ノード n_3 と n_6 の間には、コンポーネント 2 から 3 に至る 2 つのパスがあり、 $\mathbf{x}_2 = 10, 01$ という網構成を表す。対応する損失 $l(\mathbf{x}_2 = 10)$, $l(\mathbf{x}_2 = 01)$ を計算し、その最小値を n_3 から n_6 への重みとする。多くの場合、コンポーネント内の構成数は網全体の構成数に比べて大幅に少なく、すべてについて損失を計算することは難しい。

このようにして構築したコンポーネント損失のグラフは、根ノードから終端ノードに至るパスの重みが網全体の損失を表す。つまり、最短経路が最適解となる。

4. 実験

福井大学と東京電力による配電網ベンチマーク [8] を用いて提案手法を評価した。配電線区間数 (グラフ表現における頂点数) は 432、スイッチ数 (辺数) は 468 である。この配電網は 63 個のコンポーネントからなり、コンポーネントあたりのスイッチ数は平均で 7.43 個、最小と最大は 3 個と 20 個であった。スケラビリティを評価するために、スイッチ数を 20, 39, 59, 78, 99, 118, 235, 352 とする小さな配電網を切り出し、評価に用いた。配電網全体の合計負荷は 287 MW、上限電流値 J^{\max} は 300 A、最大電圧降下量 D^{\max} は

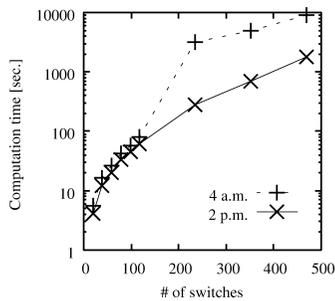


図 6 提案手法の計算時間

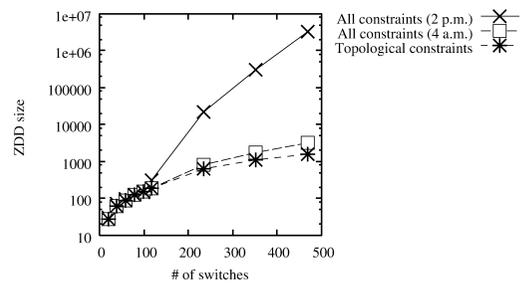


図 8 ZDD サイズ

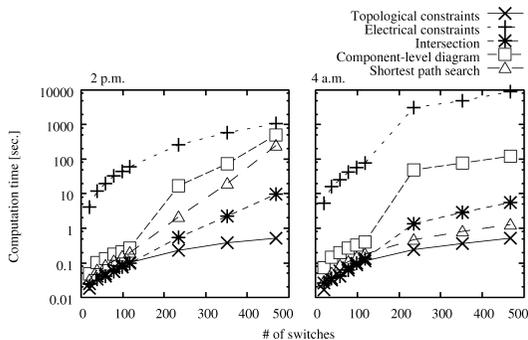


図 7 計算時間の内訳

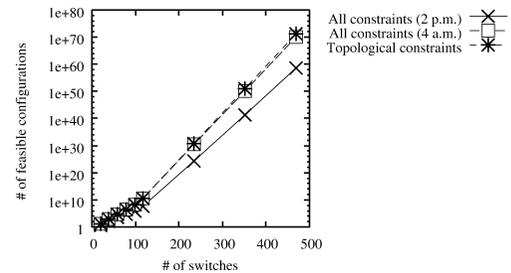


図 9 制約を満たす解の数

300 V である (変電所からの送り出し電圧は 6600 V)。実験で用いた負荷 (電力需要) は、午後 2 時のピークと午前 4 時のベースラインである。午後 2 時の負荷に対する最適解を図 5 に示す。

フロンティア法と ZDD 演算を C++ で実装し、残りは Perl で実装した。並列化なしの結果のみを示す。実験に用いた計算機は Intel Xeon CPU E31290 (3.60 GHz) である。

図 6 に提案手法の計算時間を示す。468 スイッチを備える実用規模の配電網に対して、3 時間以内に最適化を完了した。図 7 に計算時間の内訳を示す。トポロジ制約の計算は 468 スイッチの配電網であっても 1 秒もかかっていない。これに対し、電気制約の ZDD 構築にはより時間がかかっている。これは、電気制約にはフロンティア法のような効率的手法を使えないことと、複素数を扱う電力の計算に時間がかかることが理由である。

構築した ZDD の大きさ (ノード数) を図 8 に示す。ZDD ノード 1 つあたりのメモリ使用量は約 32 B なので、ZDD 全体では午後 2 時と午前 4 時でそれぞれ 100 MB と 100 KB となる。このように小さな ZDD を構築できたことが、最適解を短時間で発見できた理由である。次に、制約を満たす解の数を図 9 と表 1 に

示す。膨大な数の解が小さな ZDD に圧縮されていることがわかる。興味深いことに、解の数と ZDD サイズは相関しているわけではない。ZDD サイズは解の「規則性」によって決まるため、電気制約の強い午後 2 時のほうが解は少ないが、複雑さのために ZDD が大きくなっている。

5. 最適化以外の応用例

ZDD は、すべての解を構造化して保持している。この特性を利用すると、最適化以外にもさまざまな応用が考えられる。

5.1 部分的なスイッチ状態に合致する解の検索

ZDD の除算⁵を用いると、特定のスイッチを含む網構成を取得できる。同様に、剰余算⁶によって特定のスイッチを含まない網構成を得られる。除算・剰余算を用いると、3.4 節で構築した ZDD から条件に合致する網構成を検索できる。例えば、故障によりスイッチを閉じられなくなったときには、剰余算を用いてそのスイッチを含まない網構成を取得し、事故時復旧構成に

⁵ ZDD の除算は、指定された変数を含む解を選択する (ただし、その変数は除去される)。例えば、 $f = 110 + 011$ とすると、 $f/x_1 = 010$ となる。

⁶ 剰余算は、指定された変数を含まない解を選択する。例えば、 $f \% x_1 = 011$ となる。

表 1 468 スイッチ配電網の制約を満たす解の数と ZDD サイズ

Condition	# of feasible configurations	ZDD size
All constraints, loads at 2 p.m.	56549012847446003723757714431732193815091620755492933270200	3223985
All constraints, loads at 4 a.m.	15052768726188994695810341375588783632354554002783638970270450179200000	3171
Topological constraint	218646889093444243387855355581579747968214496454992053728787429330078125	1554

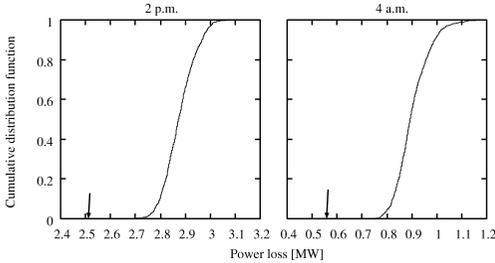


図 10 全制約を満たす解の積算損失分布. 最適解を矢印で示す.

役立てられるかもしれない⁷. 演算を繰り返すことで、複数スイッチの組合せを条件とする検索も可能である.

4 節で構築した ZDD に対し、ランダムに選んだスイッチを用いて除算・剰余算を行った. 468 スイッチの配電網で午後 2 時の負荷データという条件下での平均実行時間は、除算・剰余算それぞれ 0.160, 0.557 秒であった. この結果は、秒単位での復旧作業に役立てる可能性を示す.

5.2 無作為抽出と損失分布推定

ZDD は、各ノードの下にある組合せを厳密かつ効率的に数えるアルゴリズムをもつ. 解の数に比例した確率で 0/1 枝を選ぶことにより、等しい確率でそれぞれの解に到達できる. つまり、解の無作為抽出が可能であり、これを利用して解の損失分布を推定する. 4 節で構築した ZDD (468 スイッチ, 午後 2 時の負荷データ) から 1,000 個の解を無作為抽出し、それぞれの損失を計算して、図 10 の積算分布を描いた. 平均的な解に比べて、矢印で示した最適解が大きく優れていることがわかる.

6. おわりに

本稿では、フロンティア法と ZDD を用いた配電網の損失最小化手法を述べた. 損失最小化問題はトポロジと電気に関する複雑な制約を持つが、制約を満たす解を ZDD として構築し、さらに変数集約によって探索空間を再編成することで、複雑な最適化問題を最短

経路探索に帰着した. 本稿で紹介したような複雑な最適化問題は、伝統的な探索手法では局所最適に陥ってしまう. しかし、制約を ZDD として表現することで、制約を満たす解のみからなる探索空間を設定し、最適解を容易に求められた.

フロンティア法の利点はその速度に加え、結果を ZDD として構造化できる点にある. このため、最適化で行ったようにほかの制約との交差をとったり、検索や無作為抽出などさまざまな応用が考えられる.

参考文献

- [1] M. Baran and F. Wu, Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing, *IEEE Transactions on Power Delivery*, **4**(2), 1401–1407, 1989.
- [2] H.-D. Chiang and R. Jean-Jumeau, Optimal network reconfigurations in distribution systems. i. a new formulation and a solution methodology, *IEEE Transactions on Power Delivery*, **5**(4), 1902–1909, 1990.
- [3] S. Civanlar, J. Grainger, H. Yin and S. Lee, Distribution feeder reconfiguration for loss reduction. *IEEE Transactions on Power Delivery*, **3**(3), 1217–1223, 1988.
- [4] Y. Hayashi and J. Matsuki, Loss minimum configuration of distribution system considering n-1 security of dispersed generators. *IEEE Transactions on Power Systems*, **19**(1), 636–642, 2004.
- [5] T. Inoue, K. Takano, T. Watanabe, J. Kawahara, R. Yoshinaka, A. Kishimoto, K. Tsuda, S. Minato, and Y. Hayashi, Distribution network reconfiguration for tightly bounded minimum loss by ZDDs, Hokkaido University, Division of Computer Science, TCS Technical Reports, TCS-TR-A-12-58, 2012.
- [6] K. Nara, A. Shiose, M. Kitagawa, and T. Ishihara, Implementation of genetic algorithm for distribution systems loss minimum re-configuration, *IEEE Transactions on Power Systems*, **7**(3), 1044–1051, 1992.
- [7] 林泰弘, 松木純也, 石川伸二, 高野裕貴, 武藤英司, 小林直樹, 数理的最適性が保証された 3 分割 3 連系配電損失最小構成の決定手法, 電気学会論文誌 B, **126**(5), 516–524, 2006.
- [8] 林泰弘, 川崎章司, 松木純也, 松田浩明, 酒井重和, 宮崎輝, 小林直樹, 分散型電源連系配電ネットワークの標準解析モデルの構築とネットワーク構成候補の多面的評価手法の開発, 電気学会論文誌 B, **126**(10), 1013–1022, 2006.

⁷ ほとんどの障害はスイッチではなく配電線で発生するため、実際にはスイッチの状態で配電線障害を模擬する必要がある.