# 不確定性表現の基盤としてのファジィ理論
## —未来へ目を向けるソフトコンピューティング—

蓮池　隆，片桐　英樹，椿　広計

近年広く一般的に使われるようになったソフトコンピューティングの中でも，その根幹をなすファジィ理論において，特に，ベイズ確率も含めた確率論では取り扱うことのできない局所的・限定的情報下での不確かさの存在を，3 囚人問題を中心に議論し，不確かさを取り扱えるファジィ理論の必要性を示す．またファジィ理論で最も重要なメンバシップ関数の数理的保証を与えたモデリングについて，さまざまな側面から考察することでその妥当性と今後の理論的発展性について議論する．

キーワード：ファジィ理論，言語情報，人間心理，不確かさ，3 囚人問題，ソフトコンピューティング

本稿では，言語情報や人間心理に関わる情報の数理モデリング手法であるファジィ理論に焦点を当て，確率論のみでは表現できない情報の存在を『3 囚人問題』を用いて示し，ファジィ理論が果たすべき役割の重要性およびその数理的基盤を明らかにする．またファジィ理論の枠組みを超えた展開を見せるソフトコンピューティングを紹介し，今後の発展の可能性を探る．

### 1.　ファジィ理論とベイズの定理

Zadeh[1] により提唱されたファジィ理論で最も重要なことは，言語情報など解釈に柔軟性，言いかえれば不確定性があり不精密な情報，人間感性など，局所的かつ限定的な情報から，メンバシップ関数をどのようにモデリングするかである．メンバシップ関数は，ある命題 A に対する事象 $x$ が含まれるかどうかに不確定性がある場合，含まれる度合いを [0,1] の範囲で設定し，次に事象 $x$ を変更することでメンバシップ関数を構築することが一般的であり，その多くは意思決定者の主観により関数形が決定されている．しかしこの方法には，その妥当性はもちろんのこと，命題に対してある事象が入るかどうかは度合いを表現したメンバシップ関数で表現することに必然性があるかという疑問も生じる．すなわち，「意思決定者が事前に得られている情報から事前確率を主観的に設定するベイズ確率とどのような違いがあるのか」，「メンバシップ関数を基礎とするファジィ理論と確率理論との明確な違いはあるのか」といった議論に解を与えなければならない．

1 つの解答として，本来，確率が扱う不確実性は，特定の事象が起きうるかどうかの不確実性を取り扱うもの，つまり事象に対して定義されるものである一方で，言語や心理由来の不確定性は，ある事象そのものの定義に関する不確かさを取り扱う概念，つまり事象の定義可能性存在を問う概念と定式化することができる．よって，言語を媒介とする意思決定プロセスに含まれる主観的要因は，客観的事象に要請される完全加法性などの確率的公理に従わないこととなる．確率論では言語由来の不確かさをモデリングできない．つまり，不確実性と不確定性は根本的に異なるのであって，異なる数理的モデリング手法として客観ないし主観確率論をその特殊な場合として含むファジィ理論が必要となるという論拠である．

この説明は，ファジィ理論の研究者側からよく提示されるが，事象の定義そのものが正しいかどうかを主観確率として想定することで，確率論の枠組みのみで解決される可能性も残されている．このことから，すべての局所的・限定的情報が主観確率も含めた確率論の枠組みでとらえることが可能ではないか，という発想が生まれ，主観確率で可能ならば，それを利用すればよいという議論に導かれる可能性がある．そこで次に，主観確率によるベイズ確率論の枠組みで，言語情報や人間心理由来の不確実性が数理モデリング可能かについて考察する．

はすいけ　たかし
大阪大学大学院
〒 565–0871 大阪府吹田市山田丘 2–1
かたぎり　ひでき
広島大学大学院
〒 739–8527 広島県東広島市鏡山 1–4–1
つばき　ひろえ
統計数理研究所
〒 190–8562 東京都立川市緑町 10–3

## 2. ベイズの定理と人間心理との乖離

近年，パターン認識や機械学習の分野において，ベイズの定理を基礎としたベイズ統計（ベイズ決定理論）が広く利用され，その有用性が示されている．特に事後確率分布や識別関数を得るうえで，主観確率の設定は，ファジィ理論におけるメンバシップ関数の設定と同様，ベイズ決定理論での重要な役割を果たす事前設定の１つであり，主に期待効用との均衡に合わせた設定，および同様に確からしい (Equally Likely) という条件を基に，等確率 (Equal Probability) で設定されることが多い．

しかし Equally Likely が Equal Probability ではない状況もありうる．このことが大きく関係する問題として，以下で Lindley[2] によって提唱された３囚人問題を考察する．

**例 1：3 囚人問題**[2]

３人の囚人 A, B, C のうち２人は処刑され，１人だけ釈放されるが，誰が釈放されるかは Equally Likely であり，看守は誰が釈放されるかを知っている．その看守に囚人 A が「私以外の B，C のうち，少なくとも１人は処刑されるのだから，その名前がわかっても私には何のメリットもない．だから処刑される囚人の名前を１人だけ教えてくれないか？」と質問し，看守は「B は処刑される」と答えた．これを聞いた A は「これで釈放されるのは自分か C になったので，自分が助かる確率は 1/3 から 1/2 に増えた」と喜んだという．実際には看守の答えを聞いた後，A の釈放確率はいくつになるだろうか？

教科書的なベイズの定理を利用した有名問題として，モンティ・ホール問題がよく取り上げられるが，３囚人問題は似て非なる問題である．この３囚人問題に対し，形式的にベイズの定理を適用すると，B が処刑されると伝えられた状況での A の釈放確率が，以下のような条件付き確率として得られる．

① A, B, C の釈放される事前確率は $P(A) = P(B) = P(C) = 1/3$

② 「看守が『B が処刑される』と言う」事象を S とおくと，A, B, C が釈放されるという条件で，S となる条件付確率はそれぞれ，$P(S\,|\,A) = 1/2, P(S\,|\,B) = 0, P(S\,|\,C) = 1$

③ よってベイズの定理より，
$$P(A\,|\,S) = P(S\,|\,A)P(A) \div \{P(S\,|\,A)P(A) + P(S\,|\,B)P(B) + P(S\,|\,C)P(C)\} = (1/2 \times 1/3)/(1/2 \times 1/3 + 0 \times 1/3 + 1 \times 1/3) = 1/3$$

ベイズの定理の教科書的適用において，理論的には B が処刑の情報を得て，囚人 A の釈放確率が 1/3 となる．しかし，実際に行われた心理実験では，自分が囚人 A という立場で同じ手順により自分が釈放されると思う確率は 1/2 と答える人が相当数いることが示され，計算上の確率からの乖離が認められた [3, 4, 5]．つまり，人間の感覚と理論結果が合致しないのである．この結果に関して，認知科学の観点で，古くから論争がなされ，ベイズの定理と人間心理との乖離が議論されている．その議論の過程，および詳細は [3] に非常に詳しく載せられている．

乖離の原因の１つとして，Equally Likely と Equal Probability が同じであると暗黙のうちに仮定してきたことが挙げられる．上記では①と②の部分がまさにこの設定にあたる．例えば②は認めたうえで，①の事前確率が Equal Probability でない状況，例えば，確率 1/2 で $P(A)=1/3+\delta$，$P(C)=1/3-\delta$（事象 T），確率 1/2 で $P(A)=1/3-\delta$，$P(C)=1/3+\delta$（事象 F）と想定すれば，それぞれの条件付き確率が

$$P(A \text{ and } T\,|\,S) = (1+3\delta)/\{6(1-\delta)\}$$
$$P(A \text{ and } F\,|\,S) = (1-3\delta)/\{6(1+\delta)\}$$

と計算され，全確率の考え方から，
$$11/24 \geqq P(A\,|\,S) = (1+2\delta^2)/\{3(1-\delta^2)\} \geqq 1/3$$
が得られ，$\delta = 0$ の時以外は 1/3 とならない．つまり心理実験では $\delta \neq 0$ の場合となる可能性が高いと考えられる．

このように３囚人問題といった見かけ上簡単な問題であっても，初等的な教科書で議論できるような単純な問題ではなく，ベイズ決定の枠組みの中で「無情報的事前分布」のモデリングをどのように規定するかについて，深く重要な問題を投げかけているのである．特に上記の議論から，事前情報としての Equally Likely と Equal Probability を完全に区別して考える必要性がある．つまり Equally Likely というのは，むしろ平均的にみて，事前確率は等しいといった弱い程度，つまり局所的・限定的な情報しか与えていないと考えられる．

さらに事前確率の変化によるベイズの定理からの計算値と人間心理の乖離を，３囚人問題よりも顕著に表わしている例が変形３囚人問題である．

**例 2：変形 3 囚人問題**[3]

例１の３囚人問題に対し，「誰が生き残るかは全く

  

Equally Likely である」部分を，「釈放される確率は A, B, C それぞれが 1/4，1/4，1/2 である.」と変えた場合，看守の答えを聞いた後，A の釈放確率はいくつになるだろうか？

この場合，ベイズの定理による計算値は1/5となり，事前確率であった 1/4 よりも低い結果となる．つまり情報が得られると釈放確率が低くなってしまう．この結果は，人間心理として直感的には納得しづらいものであり，心理実験の結果からも直感とずれる傾向が顕著に得られる報告がなされている [3].

このように事前確率が，不確実性をもってしか定められない状況や，ベイズの定理による計算結果と人間心理との乖離すべてを，確率論の枠組みだけでとらえきれないことがわかる．ベイズ統計の世界では，Equally Likely 状況を想定するために，A, B, C の釈放確率自体を unknown として，$p_1, p_2, p_3 = 1 - p_1 - p_2$ と仮定し，確率 $p_1, p_2, p_3$ が Diriclet 分布 const $\times$ $p_1^{a1} p_2^{a2} p_3^{a3}$ に従うというような，超事前分布 (Hyper Prior) を導入することで，等確率よりも不確定な状況を実現させることがある．しかし，これは事前確率を確定的には設定できないことをモデル化しているので，メンバシップ関数としての解釈も有力である.

つまり，不確実性･不確定性はその性質により，いくつかの種類に分類でき，特に言語や人間心理由来の不確定性は，根本的に確率論由来の不確実性とは異なる数理的モデリング手法が必要となる．その 1 つとして，Kahneman や Tversky らによる行動経済学からのアプローチが知られている [6]．ファジィ理論と行動経済学の間にはかなりの共通点があり，行動経済学は実際の人の判断のデータ取りとその分析に強みが，ファジィ理論は形式的なモデルやアルゴリズムの構築と，数理的・コンピューティング的性質の研究に強みがあるため，互いの協力関係を築くことで，新たな数理モデリング分野が開拓できるかもしれない．それを実現するためにも，ファジィ理論の根幹であるメンバシップ関数の構築法が最重要となる.

## 3. メンバシップ関数の重要性と理論的構築法

ファジィ理論に関する既存研究，特にファジィ理論を適用した応用研究では，メンバシップ関数の構築は意思決定者の主観により設定されることが大半で，この設定方法がしばしば「恣意的な方法により設定されたメンバシップ関数の利用は，恣意的な結果を導くのではないか？」「そのメンバシップ関数は数理的保証があって構築しているのか？」といった重要かつ根本の議論を引き起こす．本章では，改めて数理的観点からメンバシップ関数の重要性と，その数理的基盤を有する構築法を考察する.

メンバシップ関数はファジィ集合 [1] に対して定義される関数であるが，まずファジィ集合の演算を考察する．ファジィ理論に確率論と同じような演算に関する数理的基盤が存在しないわけではない．例えば，2 つのファジィ集合として，P:「値段がある程度安い」集合，Q:「料理が美味しく人気がある」集合を考え，それぞれのメンバシップ関数を $\mu_P, \mu_Q$ とする．このとき P かつ Q のメンバシップ値は，論理積 $\mu_{P \wedge Q} = \min\{\mu_P, \mu_Q\}$ で設定されることが多い．あるレストラン R はランチが 800 円であり総合評価が 3.5 だったとする，ある客がこの情報からメンバシップ値をそれぞれ $\mu_P(800) = 0.8, \mu_Q(3.5) = 0.6$ と設定した場合，P かつ Q のメンバシップ値は $\mu_{P \wedge Q} = 0.6$ となる．このような論理積のみならず，一般的な集合演算や論理演算を可能にしているものが，t-norm や t-conorm[7] である.

t-norm は通常の積演算が備えている性質を抽象化した二項演算の一種であり，確率距離空間のみならず，ファジィ論理のような多値論理にも適用可能である．一般的に 2 変数関数 $T : [0, 1] \times [0, 1] \to [0, 1]$ に対し，可換性，単調性，結合性，境界条件といった二項演算の性質を満たすものと定義される．上記の論理積 $T(x, y) = \min\{x, y\}$ だけでなく，境界積 $T(x, y) = \max\{0, x + y - 1\}$，代数積 $T(x, y) = x \cdot y$ も t-norm の代表的な例である.

また t-norm の双対の概念として定義されるのが t-conorm である．t-conorm は通常の和演算が備えているべき性質を抽象化したものであり，t-norm を用いると $1 - T(1 - a, 1 - b)$ で定式化される．t-conorm も 2 変数関数 $S : [0, 1] \times [0, 1] \to [0, 1]$ に対し，可換性，単調性，結合性，境界条件といった性質を満たすものと定義され，論理和 $S(x, y) = \max\{x, y\}$，境界和 $S(x, y) = \min\{1, x + y\}$，代数和 $T(x, y) = x + y - (x \cdot y)$ などが代表的な例である．詳細な議論と歴史・応用については文献 [8, 9] を参照されたい.

このように t-norm や t-conorm は，ファジィ理論のみを念頭において整備された理論体系ではなく，確率論も含めたさまざまな不確実・不確定性へ適用可能である．特に [0, 1] の値をとるメンバシップ関数との相性がよく，ファジィ理論の根幹をなす演算として利用

されている．しかし，この演算結果の妥当性を保証するためにも，メンバシップ関数構築法に数理的保証を与える必要がある．

一方でメンバシップ関数は，可能性分布 $\pi$ と同等とみなすことができ [10]，そこから可能性測度 $\Pi(S) = \sup_{\omega \in S} \pi(\omega)$ が定義される．可能性測度はファジィ測度 [11] の一部であり，ファジィ測度は確率測度より緩やかな非加法性測度のため，確率測度では対処できない不確実性・不確定性も表現可能であると考えられる．またファジィ測度の中でも有用とされている $\lambda$-ファジィ測度 [12] は t-conorm を用いても表現できることから，双方の関連性が見てとれ，t-norm や t-conorm を考える意義がある．もちろんファジィ測度であってもメンバシップ関数が根幹にある．よっていずれの観点からも，メンバシップ関数構築法に対する数理的保証の議論が生じるのである．

本稿では特に，確率論とファジィ理論の融合研究を紹介する．確率測度は加法性をもつと同時に，確率測度での順序関係が明確に定められる．もし確率 p に対し単調非減少関数 $f$ で調整したものをメンバシップ関数として用いれば，加法性はなくなるものの，p での測度の大小関係はメンバシップ関数にも適用可能である [13, 14, 15]．よって，確率論をうまく利用することで，メンバシップ関数を構築することも可能であると考えられる．既存の融合研究として，Zadeh による言語変数の構成法を応用した Probabilistic linguistic uncertainty theory [16, 17]，Fuzzy statistics [18] などが挙げられる．われわれもこの融合研究に関して，情報理論の拡張手法からメンバシップ関数を構築する研究を進めている [19]．具体的には，実社会の確率変数に対する確率分布を得ている状況下で，ある人にとって確率変数の各事象が自分の解釈と当てはまるかどうかのメンバシップ関数を，確率変数に対するメンバシップ関数の期待値が一定以上となるなかで，もっとも不確定性が高い状況を念頭にエントロピー最大化を行うことで，数理的保証を与えながら人間心理も融合したメンバシップ関数を構築している．

もちろん，確率的方法によるメンバシップ関数構築については，「確率的手法が利用可能にもかかわらず，なぜ他の観点を融合したメンバシップ関数を構築する必要があるのか？」という問いに答えなければならない．つまり，頻度論や確率的手法によって得られるメンバシップ関数に対し，わざわざファジィ理論を用いる正当性を示すことは理論的側面からも非常に重要である．しかしここまでの議論から，確率論で埋めきれる部分もある一方で，埋めきれないため異なるモデリングが必要となる部分に関しては，こういった確率論・情報理論とファジィ理論の融合が必要不可欠なのではないだろうか．

以上のように，「メンバシップ関数をどのようにして，数理的保証がありかつ妥当な形で構築するのか？」という根深い疑問に対しては，広い枠組みで，メンバシップ関数の構築に関する研究が進められ，かなりの数理的基盤を持ったメンバシップ関数構築が可能になりつつある．

## 4．ファジィ理論の展開とソフトコンピューティング

前章まででファジィ理論の重要性を議論してきたが，ファジィ理論を基盤としつつ，その枠組みを超えた研究分野もいくつか提唱されている．その 1 つに，Zadeh が提唱した「扱いやすさ・頑健性・低コスト性を達成するために，不確かさをどこまで許容できるかを探る」研究分野である『ソフトコンピューティング』[20] がある．これは，根幹を担うファジィ理論だけでなく，ニューラルネットワーク，確率推論（遺伝的アルゴリズム，カオスシステム，学習理論など），進化計算を含む分野で，個々の数理的・コンピューティング的性質，互いの協力関係を活かす枠組みである．現在ではラフ集合，証拠理論はもちろん，人工知能，機械学習，データマイニング手法に至るまで，幅広い計算科学領域を含んでいる．ソフトコンピューティングは，正確かつ精密な情報，0 か 1 のはっきりとした論理体系から情報処理されるハードコンピューティングとは対照的な立場として位置づけられ，不確定かつ局所的な情報を寛容に取り入れ，そこから数理的・論理的な構造を見いだすことが特徴である．このことから，ソフトコンピューティングは人とコンピュータとのつなぎ役，言語・音声・画像情報の解釈や実存機器との融合といった，記号論理と実社会・数値情報との橋渡しをする役目を担っていると考えられ，ソフトコンピューティングの研究は，基盤としてのファジィ理論を考慮しつつも，その枠組みを超え，新たなコンピューティング手法の確立を目指しているのである．

しかし，計算機の能力向上が著しいなか，ハードコンピューティングではなく，「曖昧な」情報を取り扱うソフトコンピューティングを考慮する必要がどこにあるのだろうか．Zadeh が取り上げた例から，曖昧な情報を利用する意義を考える．

**例 3：箱の中のボール問題**

箱の中にいろいろな大きさのボールが約 20 個入っており，そのうちの大半は大きいボールである．また大きいボールは小さいボールの数倍の個数が入っている．さて，箱の中に小さいボールは何個入っているだろうか？

この例で，数値情報はボールの総数である 20 個のみであり，その数値でさえ「約」という曖昧な言葉で修飾されている．また「大きい」,「小さい」といった解釈の融通が可能な言語情報,「数倍」といった漠然とした表現が存在する．厳密さを追究した情報処理の場合，これだけの情報からでは個数を求めることは不可能である．一方で，このような限定的かつ局所的な情報下であっても，人はそれを柔軟に解釈し，小さいボールの個数を想像することができる．この解釈可能性は，取得情報が数字で表現するには正当性に欠ける状況下でも成り立つ．このことは，言葉の表現力のほうが，数字の表現力よりも優れている状況の存在を示唆している．したがって，確率論が問題にしている不確実のみならず不確定状況もある程度許容することで，事象の扱いやすさや汎用性，頑健さ，容易さを担保しつつ，正確かつ精密な情報の収集コストを極力抑えながら問題解決を行うことが可能となる．

## 5. 新たなパラダイムに向けて

またソフトコンピューティングの最近の潮流として，コンピュータに対して命題による計算方法を提供し，「北欧の人は背が高い，凍った道は滑りやすい」といった perception を基底としてシステム設計，モデリング，情報処理を行う計算手法である，Computing with Words（CWW）[21,22] が挙げられる．将来の情報技術や意思決定の取り扱いにおける，自然言語の役割を拡大する可能性がある内容として，またソフトコンピューティングと関係が深い分野として，現在最も熱心な研究されている分野の 1 つである．特に，CWW におけるメンバシップ関数を得るための『適切かつ妥当性のある』構築方法が存在するか，という追究に関しては，UC Barkley のチーム：The Berkeley Initiative in Soft Computing（BISC）が 2009 年より，本格的にその研究に乗り出しており，メンバシップ関数構築の新たな理論発展が期待されている．

本稿で，さまざまな側面からファジィ理論の重要性，数理モデリングの基盤を明らかにしてきたが，メンバシップ関数の『完全に適切な』モデリング手法構築は未だ Open Problem として残っている．これはファジィ理論が確率論の亜種として見られ，その有用性が認められない原因の 1 つであると考えられる．しかし 3 囚人問題の議論より，確率論の枠組みだけで完全に不確実性をとらえることはできず，言語・心理情報といった局所的かつ限定的な情報の数理モデリングや情報処理では，ファジィ理論の果たすべき役割は大きいはずである．また人間は数値情報のない，不正確・不精密な情報下であっても，その本質をとらえることができ，意思決定や行動を起こすことができる．その本質に潜む数理的・論理的構造を，ソフトコンピューティングを適切に用いることで解明できたとき，新たな情報処理技術のパラダイムを開拓できると確信している．

### 参考文献


[1] L. A. Zadeh, “Fuzzy Sets,” *Information and Control*, **8**(3), 338–353, 1965.
[2] D. V. Lindley, *Making Decisions*, John Wiley, 1971.
[3] 市川伸一，確率の理解を探る—3 囚人問題とその周辺—，認知科学モノグラフ 10, 日本認知学会編，共立出版社，1998
[4] 市川伸一，下條信輔，“直感的推論における主観的定理”：“3 囚人の問題”の解決過程の分析から,”日本認知科学会第 3 回第回発表論文集，**14**, 1986.
[5] S. Shimojo and S. Ichikawa, “Intuitive Reasoning about Probability: Theoretical and Experimental Analyses of ‘Problem of Three Prisoners’,” *Cognition*, **32**(1), 1–24, 1989.
[6] D. Kahneman, P. Slovic and A. Tversky, Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biases. New York: Cambridge University Press, 1982.
[7] K. Menger, Statistical Metrics, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, **28**(12), 535–537, 1942.
[8] E. P. Klement, R. Mesiar and E. Pap, *Triangular Norms*, Kluwer Academic Publishers, 2000.
[9] 中島信之，“t-ノルム，t-コノルム通覧 (1), (2), (3)”，日本ファジィ学会誌， **11**(4), 561–576, 1999; **11**(5), 734–744, 1999; **13**(2), 155–171, 2001.
[10] L. A. Zadeh, “Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility,” *Fuzzy Sets and Systems*, **1**(1), 3–28, 1978.
[11] M. Sugeno, Fuzzy Measures and Fuzzy Integrals: A Survey, in M. M. Gupta, G. N. Saridis, and B. R. Gains, eds., *Fuzzy Automata and Decision Processes*, North Holland, Amsterdam, 89–102, 1977.
[12] M. Sugeno, *Theory of Fuzzy Integrals and Its Applications*, Doctoral Thesis, Tokyo Institute of Technology, 1974.
[13] 山口真司，本田あおい，岡崎悦明，“確率から導かれる FUZZY 測度，” 第 12 回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，147–148, 1996.
[14] Y. Narukawa and V. Torra, “Fuzzy Measure and Probability Distributions: Distorted Probabilities,” *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, **13**(5), 617–629, 2005.
[15] 岡崎悦明，本田あおい，“T-コノルム生成関数による distorted probability の構成，” 数理解析研究所講究録，**1630**, 122–127, 2009.
[16] B. Kovalerchuk and E. Vityaev, *Data Mining in*

*Finance: Advances in Relational and Hybrid Methods*, Kluwer Academic Publishers, 2000.

[17] E. Hisdal, *Logical Structures for Representation of Knowledge and Uncertainty, Studies in Fuzziness and Soft Computing*, Physica, 1998.

[18] E. Hisdal, “A Theory of Logic Based on Probability,” Research Report 64, Institute of Informatics, University of Oslo, 1984.

[19] T. Hasuike, H. Katagiri, H. Tsubaki and H. Tsuda, “Constructing Membership Function Based on Fuzzy Shannon Entropy and Human's Interval Estimation,” *Proceedings of 2012 IEEE World Congress on Computational Intelligence*, 975–980, 2012.

[20] L. A. Zadeh, “Fuzzy Logic, Neural Networks, and Soft Computing,” *Communication of the ACM*, **37**(3), 77–84, 1994.

[21] L. A. Zadeh, “Fuzzy Logic=Computing with Words,” *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **4**(2), 103–111, 1996.

[22] L. A. Zadeh，高木友博，“Computing with Words,” 日本知能情報ファジィ学会誌，**15**(4), 403, 2003.

  