箱根駅伝予選会での予選通過に関する確率計算

廣津　信義，仲村　　明，金子今朝秋

箱根駅伝予選会では，出場校は出走選手12名中上位10名の合計タイムを競い，上位9校（ないしは10校）が予選通過となる．本稿では，各選手のタイムが独立な正規分布に従うという前提の下で，各校のレースタイムの確率分布，予選通過タイムの確率分布ならびに各校の予選通過確率を求めるための計算方法を提案する．数値例として，第88回箱根駅伝予選会のデータを基に，選手のタイムの標準偏差を設定したときの，予選通過タイムや各校の予選通過確率の計算結果を示すとともに，選手個々が予選通過に与える影響についても言及する．

キーワード：箱根駅伝，予選，スポーツ，確率，信頼性理論，多変量正規分布

1. はじめに

東京箱根間往復大学駅伝競走（箱根駅伝）は“戦国駅伝”と評されるように，例年激戦が繰り広げられており，常連校でも本大会に参加することが難しくなっている．本大会では出場20チーム（19校＋学連選抜）の内で上位10位以内に入れば，次年度出場のシード権が確保できるものの，それ以外の大学は秋の予選会に参加して，上位9位（学連選抜の本大会での順位によっては10位）に入らなければ本大会に出場できない．第83回大会（平成18年）に総合優勝した順天堂大学は，第84回大会ではシード権をとれず第85回大会は予選会を経て本大会に出場したが，第86・87回大会では予選落ちし，第88回大会の予選会で3年ぶりに本大会への出場権を獲得したという状況である．

予選会は例年，陸上自衛隊立川駐屯地～立川市街地～昭和記念公園の20キロコースで行われ，出場校は出走選手12名中上位10名の合計タイム（以下「レースタイム」）を競うこととなる．第88回大会の予選会（平成23年10月15日開催）は20年ぶりの雨の予選会となり，箱根への9枠をかけて40校が争い，上位9校が本大会に出場することとなった．

さて，予選を通過するために必要となるタイム（以下，「予選通過タイム」）は，各選手の20キロ走の自己ベストなどを参考にして予想され，これらのデータに基づき各校とも戦術を立てている．

もし各選手のタイムが確定しているならば，各校の上位10選手のタイムの和がそのままレースタイムとなり，全出場校中9位となる大学のレースタイムが予選通過タイムとなる．しかしながら，現実には各選手のタイムはばらつくので，そのばらつきを考慮すると問題はやや複雑となり，予選通過タイムや予選通過確率は確率計算にて算出する必要が出てくる．

各選手のタイムにばらつきがあるときの合計タイムの計算方法については，廣津・奥野[1]が例示している．彼らは，リレー競技において各選手の確定したタイムの合計を最短とするような選手選定だけでなく，各選手のタイムが独立な正規分布に従うという前提で最適解を求めるための数理的な一手法を提示し，ある目標タイムを実現する確率を最大化するという意味での最適な選手選定の方法を提示している．

本研究では，箱根駅伝予選会について，各選手のタイムにばらつきがあるとき，各校のレースタイムの確率分布，予選通過タイムの確率分布，予選通過確率を求めるための計算方法を提示する．

数値例として，第88回箱根駅伝予選会のデータを基に，選手のタイムの標準偏差を設定したときの予選通過タイムや各校の予選通過確率の計算結果を示すとともに，選手個々の予選通過に与える影響についても言及する．

現実の予選会では，競技当日の選手の体調や天候・コース状況のみならず，相手選手との駆け引きやレース展開など複雑な要因が絡んでいる．このような現実との乖離は避けられないものの，本手法を用いると，選手の20キロ走のタイムの平均値と標準偏差を設定すれば，各校の予選通過確率などを計算値として把握できる．このような定量化は，現場で監督・コーチが独自の考えを織り込みながら判断していく上でのひと

ひろつ　のぶよし，なかむら　あきら，かねこ　けさとき
順天堂大学 スポーツ健康科学部
〒270-1695 印西市平賀学園台1-1

つの参考情報となり得るのではないかと考えている．

2. 確率計算の方法

2.1 各校のレースタイムの確率分布

本節では，各選手のタイムのばらつきを考慮した上での，各校のレースタイムを算出する方法について説明する．

まず，大学 i の選手 j のタイムを X_{ij} ($i=1, \ldots, 40, j=1, \ldots, 12$) とし，これらが独立に累積分布関数 $F_{ij}(t)=\Pr\{X_{ij}\leqq t\}$ ($X_{ij}\geqq 0$) に従うとする．大学 i における 12 名中 10 名の選び方は ${}_{12}C_{10}=66$ 通りあり，それら各々のタイムの合計を $T_{ik}=\sum_{j\in\{1,\ldots,12\}}^{10} X_{ij}$ ($k=1, 2, \ldots, 66$) と表現すると，その累積分布関数は，

$$F_{ik}(t)=\Pr\{T_{ik}\leqq t\}$$
$$=\Pr\left\{\sum_{j\in\{1,\cdots,12\}}^{10} X_{ij}\leqq t\right\} \tag{1}$$

となる．大学 i のレースタイム T_i は，66 通りある合計タイム T_{ik} ($k=1, 2, \ldots, 66$) の中での最短値すなわち min (T_{ik}) となる．

この T_i の累積分布関数を求めるためには，信頼性理論（e.g. 尾崎[2]，森ら[3]）の知見が必要となる．ここでは，システムが幾つかの構成部品（素子）から成り立つとき，素子の寿命からシステムの寿命を算出する方法を利用する．すなわち，素子の寿命を合計タイム T_{ik} ($k=1, 2, \ldots, 66$) と考えると，各校のレースタイム T_i はシステムとしての寿命として，図 1 のような直列システムで表現することができ，T_i の累積分布関数は

$$F_i(t)=1-\Pr\{\min(T_{ik})>t\}$$
$$=1-\Pr\{T_{i1}>t, T_{i2}>t, \ldots, T_{i66}>t\} \tag{2}$$

となる．

ここで，大学 i の選手 j のタイム X_{ij} がそれぞれ独立に平均 μ_{ij}，標準偏差 σ_{ij} の正規分布に従うと仮定すると，正規分布の和の分布は正規分布になるという一般的な性質から（e.g. 宮川[4]），66 通りある合計タイム T_{ik} ($k=1, \ldots, 66$) はそれぞれ平均 $\mu_{ik}=\sum_{j\in\{1,2,\ldots,12\}}^{10}\mu_{ij}$，標準偏差 $\sigma_{ik}=\sqrt{\sum_{j\in\{1,2,\ldots,12\}}^{10}\sigma_{ij}}$ の正規分布に従う．

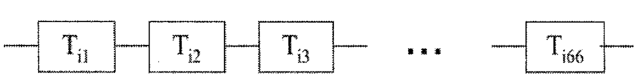

図 1 大学 i のレースタイムの計算のためのブロック図

この合計タイム T_{ik} ($k=1, \ldots, 66$) が互いに独立であると仮定できれば，(2)式で表される T_i の累積分布関数 $F_i(t)$ は合計タイムの累積分布関数 $F_{ik}(t)$ を利用して $1-\prod_{k=1}^{66}(1-F_{ik}(t))$ と容易に求めることができる．しかしながら，今回の場合は合計タイム $T_{ik}(k=1, \ldots, 66)$ が互いに独立とはならないため，(2) 式の右辺第 2 項 $\Pr\{T_{i1}>t, T_{i2}>t, \ldots, T_{i66}>t\}$ は，66 次元の多変量正規分布に関する確率として求める必要がある．

ここで合計タイム T_{ik} ($k=1, \ldots, 66$) は，出走選手 12 名から異なる 10 名を選び出してそれぞれの和をとった値となっており，

$$T_{i1}=X_{i1}+X_{i2}+X_{i3}+X_{i4}+\cdots+X_{i8}+X_{i9}+X_{i10}$$
$$T_{i2}=X_{i1}+X_{i2}+X_{i3}+X_{i4}+\cdots+X_{i8}+X_{i9}+X_{i11}$$
$$T_{i3}=X_{i1}+X_{i2}+X_{i3}+X_{i4}+\cdots+X_{i8}+X_{i9}+X_{i12}$$
$$T_{i4}=X_{i1}+X_{i2}+X_{i3}+X_{i4}+\cdots+X_{i8}+X_{i10}+X_{i11}$$
$$\cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots$$
$$T_{i65}=X_{i2}+X_{i4}+X_{i5}+X_{i6}+\cdots+X_{i10}+X_{i11}+X_{i12}$$
$$T_{i66}=X_{i3}+X_{i4}+X_{i5}+X_{i6}+\cdots+X_{i10}+X_{i11}+X_{i12}$$

というように書き下すことができる．X_{ij} がそれぞれ独立であり，同一の標準偏差 σ ($\sigma_{ij}=\sigma$) を持つならば，合計タイム T_{ik} の分散は（$k=1$ の場合を例示すると），

$$\mathrm{V}(T_{ik})=\mathrm{V}(X_{i1})+\mathrm{V}(X_{i2})+\mathrm{V}(X_{i3})+$$
$$\cdots+\mathrm{V}(X_{i9})+\mathrm{V}(X_{i10})=10\sigma^2$$

となり，共分散は（$k=1$，$l=2$ の場合を例示すると）

$$\mathrm{Cov}(T_{ik}, T_{il})$$
$$=\mathrm{Cov}(X_{i1}+X_{i2}+X_{i3}+X_{i4}+\cdots+X_{i8}+X_{i9}+X_{i10},$$
$$X_{i1}+X_{i2}+X_{i3}+X_{i4}+\cdots+X_{i8}+X_{i9}+X_{i11})$$
$$=\mathrm{V}(X_{i1})+\mathrm{V}(X_{i2})+\mathrm{V}(X_{i3})+\cdots+\mathrm{V}(X_{i8})+\mathrm{V}(X_{i9})$$
$$=9\sigma^2$$

となる．これより，合計タイム $T_{ik}(k=1, \cdots, 66)$ の分散共分散行列は，

$$\Sigma=\begin{pmatrix} 10\sigma^2 & 9\sigma^2 & \cdots & 9\sigma^2 & 9\sigma^2 \\ 9\sigma^2 & 10\sigma^2 & \cdots & 9\sigma^2 & 9\sigma^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 9\sigma^2 & 9\sigma^2 & \cdots & 10\sigma^2 & 9\sigma^2 \\ 9\sigma^2 & 9\sigma^2 & \cdots & 9\sigma^2 & 10\sigma^2 \end{pmatrix}$$

$$=10\sigma^2\begin{pmatrix} 1 & 0.9 & \cdots & 0.9 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & \cdots & 0.9 & 0.9 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0.9 & 0.9 & \cdots & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & \cdots & 0.9 & 1 \end{pmatrix}$$

となる．

すなわち，(2)式の右辺第2項は，選手のタイムの標準偏差が同じ($\sigma_{ij}=\sigma$)であると仮定すれば，分散や共分散の値が同一となるような分散共分散行列を有する多変量正規分布から求めることができる．

このような多変量正規分布については，一変数の積分計算として計算する方法が提示されている[5]．今回の場合は(2)式の右辺第2項は

$$\Pr\{T_{i1}>t, T_{i2}>t, \ldots, T_{i66}>t\}$$
$$=\int_{-\infty}^{+\infty}\prod_{k=1}^{66}\left[1-\Phi\left(\frac{(t-\mu_{ik})/(\sqrt{10}\sigma)+\sqrt{\rho}z}{\sqrt{1-\rho}}\right)\right]\phi(z)dz \quad (3)$$

となり数値計算できる．ただし，Φ は標準正規分布の累積分布関数，ϕ は確率密度関数を表し，ρ は相関行列の非対角成分の値で 0.9 となる．

以上のようにして，各校のタイムの累積分布関数 $F_i(t)$ を求めることができる．

2.2 予選通過タイムの確率計算

次に，各校のレースタイムの累積分布関数から，予選通過タイムの計算方法について説明する．

大学 i のレースタイム T_i ($i=1, \ldots, 40$) の累積分布関数 $F_i(t)=\Pr\{T_i \leqq t\}$ ($T_i \geqq 0$) が求まると，出場40校のうちの9校がゴールインするタイムは，信頼性理論におけるいわゆる 9-out-of-40 システムとして計算することができる．すなわち，第9位の大学のレースタイムの分布は，

$$\begin{aligned}
F(t)=&F_1(t)F_2(t)\cdots F_{40}(t)\\
&+F_1(t)F_2(t)\cdots F_{39}(t)(1-F_{40}(t))\\
&+\cdots\\
&+(1-F_1(t))F_2(t)\cdots F_{39}(t)F_{40}(t)\\
&+F_1(t)F_2(t)F_3(t)\cdots F_{38}(t)(1-F_{39}(t))(1-F_{40}(t))\\
&+\cdots\\
&+(1-F_1(t))(1-F_2(t))F_3(t)\cdots F_{38}(t)F_{39}(t)F_{40}(t)\\
&+\cdots\\
&+F_1(t)\cdots F_9(t)(1-F_{10}(t))\cdots(1-F_{40}(t))\\
&+\cdots\\
&+(1-F_1(t))\cdots(1-F_{31}(t))F_{32}(t)\cdots F_{40}(t) \quad (4)
\end{aligned}$$

と計算できる．

選手のタイムを正規分布として仮定した場合，どのチームも予選を通過する可能性は0ではないため，厳密にいえば，(4)式のように 9-out-of-40 すなわち40校中第9位のレースタイムを計算すべきである．しかしながら，現実的には40校でなく上位13校程度を対象にして計算すると，予選通過タイムはほぼ一定の値に落ち着く．そこで，本研究では 9-out-of-13 システムの計算で予選通過タイムや予選通過確率を評価することとした．ちなみに，第9位のレースタイムの分布 $F(t)$ の計算値については，対象校を上位13～16校とした場合について比較してみたところ，上位13校と上位16校での違いは概ね1%以下（標準偏差50秒のときの相対誤差）であった．

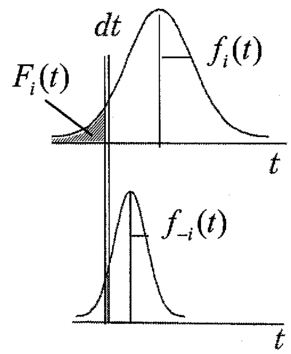

図2 予選通過確率の計算のイメージ

2.3 予選通過確率の計算

大学 i が予選を通過する確率 P_i は，大学 i のレースタイムの累積分布関数と大学 i 以外の大学の予選通過タイムの累積分布関数を利用して求めることができる．

まず，2.1節の方法により大学 i のレースタイムの累積分布関数 $F_i(t)$ を求める．次いで2.2節の方法を，大学 i を除いた大学群を対象として用いることで，全出場大学から大学 i を除いた大学群の中で第9位の大学のレースタイムの累積分布関数 $F_{-i}(t)$ が求まり，その確率密度関数 $f_{-i}(t)$ が導出できる．時刻 t に着目すると，大学 i がレースタイム t を達成している確率は $F_i(t)$ となるので，この $F_i(t)$ と $f_{-i}(t)$ との積を t について0から∞で積分した

$$P_i=\int_0^{\infty}F_i(t)f_{-i}(t)dt \quad (5)$$

を計算することで，大学 i を除いた大学群での第9位の大学よりも大学 i が勝る確率，すなわち，大学 i が予選を通過する確率 P_i を求めることができる（なお，本研究では，t は10時間～10時間30分で $dt=1$ 秒として数値計算した）．

3. 数値例

3.1 データ

本手法の数値例として，第88回箱根駅伝予選会のデータ[6][7]を用いて説明する．実際の予選会では，

表1　第88回箱根駅伝予選会での上位校

順位	大　学	総合タイム	レースタイム	アドバンテージタイム	実順位
1	上武大学	10:09:48	10:12:08	0:02:20	1
2	山梨学院大学	10:10:03	10:12:43	0:02:40	2
3	国士舘大学	10:10:08	10:13:38	0:03:30	3
4	東京農業大学	10:12:08	10:13:58	0:01:50	4
5	帝京大学	10:13:23	10:14:18	0:00:55	6
6	神奈川大学	10:13:33	10:14:03	0:00:30	5
7	城西大学	10:13:55	10:16:40	0:02:45	7
8	中央学院大学	10:15:22	10:16:07	0:00:45	8
9	順天堂大学	10:16:14	10:19:39	0:03:25	9
10	法政大学	10:16:43	10:19:53	0:03:10	10
11	日本大学	10:16:58	10:20:38	0:03:40	11
12	専修大学	10:18:07	10:18:27	0:00:20	12
13	亜細亜大学	10:20:12	10:20:32	0:00:20	13
14	大東文化大学	10:21:34	10:23:54	0:02:20	14
15	流通経済大学	10:28:17	10:30:17	0:02:00	15
16	創価大学	10:29:44	10:30:49	0:01:05	16
17	松蔭大学	10:30:39	10:30:49	0:00:10	17

注：全校アドバンテージタイムを考慮

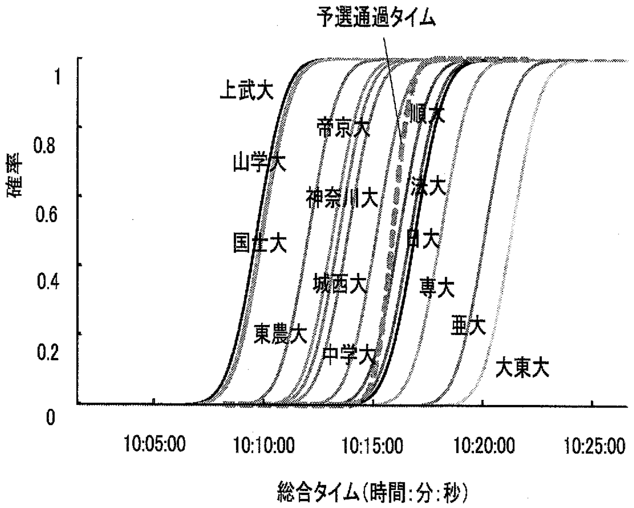

図3　総合タイムの累積分布関数（σ=20秒）

まず上位6校が予選通過となり，残り3校については関東学生陸上競技対校選手権大会の成績に基づくインカレポイントによるアドバンテージタイムを併用して順位を決定している．すなわち，上位6校はインカレポイントと関係なく予選通過が確定するが，7位以降は各校のレースタイムからアドバンテージタイムを差し引いて得られる「総合タイム」により順位が決まる．

この規定通りに確率計算しようとすると，上位6校を大学別に場合分けした上で計算する必要が出てくるため極めて煩雑になる．現実的には6位以内の大学が総合タイムで10位以降になることは起こりにくいので，本研究では簡易的に上位6校も含めた全校を総合タイムにて一律に順位付けすることとした．本予選会での上位校の順位とタイムを表1に示している．表1より，5・6位のみ実順位と総合タイムによる順位で逆転が起こっているものの，総合タイムで全校を順序付けしても予選当落の違いはみられないことがわかる．

また，大学iの選手jのタイムの分布の平均値μ_{ij}については，本来ならば予選会前に想定された各選手のタイムの予想値を利用するべきであろうが，本稿では実際に得られた個人の実タイムの値を用いることで代用することとした．標準偏差σ_{ij}については，全選手を一律に評価し（$\sigma_{ij}=\sigma$），σ=0〜50秒にて設定を変えてみることで，予選通過タイムや予選通過確率がどのようになるか計算してみた．

3.2　予選通過タイムの計算結果

選手のタイムの標準偏差σ_{ij}を20秒にしたときの上位14校の総合タイムの累積分布関数の計算結果を図3に示す．

図3では選手のタイムの標準偏差を20秒の場合しか示していないが，標準偏差の値を大きくすると，図中の曲線の傾きがよりなだらかになっていき，標準偏差の値を小さくするとより急になる．言うまでもなく，標準偏差0のときは各校のタイムのばらつきはなくなり，単純に各校の上位10名の合計タイムがレースタイムとなる．

(4)式にて求められる予選通過タイムの累積分布関数の計算結果は，図3に破線で示されており，9位の順天堂大学の総合タイムの分布の近くに位置していることがわかる．

3.3　予選通過確率の計算結果

(5)式にて求められる予選通過確率の計算結果を図4に示す．図4より，選手個人のタイムの標準偏差が大きくなるに従い，8位の中央学院大学や9位の順天堂大学の予選通過確率は低下していくが，10位の法政大学や11位の日本大学の確率は上昇する様子がわかる．このように標準偏差が大きくなると，9位以内の大学の予選通過確率は低下し，標準偏差50秒の場合は，4位の東京農業大学，5位の帝京大学でさえ，それぞれ0.95，0.91まで下がる．逆に10位以降の大学にとっては標準偏差が大きくなると予選通過の確率は上昇する．ただし，標準偏差50秒でも大東文化大学の予選通過確率は0.03程度に留まり，14位以降では確率的には予選通過は極めて厳しいことがわかる．

選手の標準偏差を50秒とした場合でも，ほぼ上位14校に入っていないと，確率計算上，予選通過の可能性は極めて低いということから，まずは上位14位に入るだけの実力を持っていることが，予選通過のた

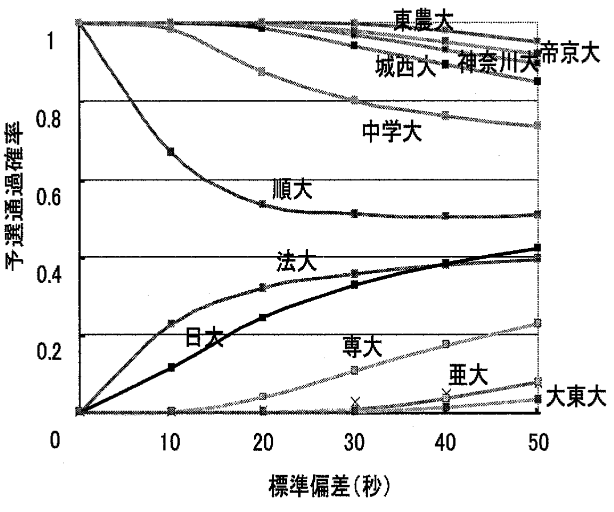

図 4　選手のタイムの標準偏差と予選通過確率の関係

めの大前提となることが窺える．

また，図 4 では法政大学と日本大学の予選通過確率が標準偏差 40 秒を境に逆転している点が面白いといえる．これは，法政大学では学内上位 10 選手と 11・12 位の選手では約 2 分のタイム差があるのに対して，日本大学では約 1 分と小さいため，標準偏差が大きくなるほど，日本大学の学内 11・12 位の選手のタイムが予選通過へ影響してくることによると考えられる．

3.4　選手個々の予選通過に与える影響

本方法のひとつの応用例として，出走選手の中の 1 名が不調で抜けたときの影響を計算することができる．すなわち，出走選手 12 名中 1 名が抜けてタイムが出なかった場合に，どの程度チームの予選通過に影響するか，その選手のタイムを極端に大きな数値（ここでは 10 時間とした）に置き換えて計算することで評価できる．

4～12 位の大学について，標準偏差が 20 秒としたときの計算結果を表 2 に示す．表 2 では，例えばもし中央学院大学の学内 1 位の選手が抜けたならば予選通過確率が 0.87 から 0.17 と 0.70 も減少するということを示している．これに対し，東京農業大学の学内 1 位の選手は抜けたとしても予選通過確率は 1.00 から 0.94 と 0.06 低下するだけである．また，日本大学の学内 4 位までの選手については，どの選手が抜けても予選通過確率が 0.24 から 0 となってしまいその影響は 0.24 である．

このように学内でエースといえる選手が脱落した場合は，予選通過への影響が大きいことはいうまでもないが，表 2 から当落線に近い大学ではエース以外の選

表 2　各選手の予選通過への影響

順位	大学	学内順位	タイム	個人順位	予選通過の確率 大学として	個人が抜けた時	差(影響)
4	東京農業大学	1	1:00:35	11	1.00	0.94	0.06
		2	1:00:49	17		0.96	0.04
		3	1:01:00	29		0.97	0.03
		4	1:01:02	33		0.97	0.03
		5	1:01:05	39		0.97	0.03
		6	1:01:36	69		0.99	0.01
		7	1:01:37	71		0.99	0.01
		8	1:01:46	83		0.99	0.01
		9	1:01:47	85		0.99	0.01
		10	1:02:41	144		1.00	0.00
		11	1:03:12	176		1.00	0.00
		12	1:05:24	261		1.00	0.00
5	神奈川大学	1	1:00:54	24	1.00	0.90	0.09
		2	1:01:04	38		0.92	0.07
		3	1:01:17	52		0.95	0.05
		4	1:01:18	53		0.95	0.05
		6	1:01:19	54		0.95	0.05
		5	1:01:19	56		0.95	0.05
		7	1:01:27	60		0.96	0.04
		8	1:01:31	64		0.96	0.03
		9	1:01:53	94		0.98	0.01
		10	1:02:01	103		0.99	0.01
		11	1:02:27	130		0.99	0.01
		12	1:02:56	157		1.00	0.00
6	帝京大学	1	1:00:26	8	1.00	0.87	0.13
		2	1:00:49	18		0.92	0.08
		3	1:00:49	19		0.92	0.08
		4	1:01:05	40		0.95	0.05
		5	1:01:13	48		0.96	0.04
		6	1:01:41	79		0.98	0.01
		7	1:02:00	101		0.99	0.01
		8	1:02:02	105		0.99	0.01
		9	1:02:04	109		0.99	0.01
		10	1:02:09	115		0.99	0.00
		11	1:02:22	125		1.00	0.00
		12	1:02:56	158		1.00	0.00
7	城西大学	1	1:00:52	21	0.99	0.69	0.30
		2	1:01:11	47		0.77	0.21
		3	1:01:33	66		0.85	0.13
		4	1:01:37	70		0.87	0.12
		5	1:01:41	75		0.88	0.11
		6	1:01:47	86		0.89	0.09
		7	1:01:48	87		0.90	0.09
		8	1:01:49	89		0.90	0.09
		9	1:01:57	99		0.92	0.07
		10	1:02:25	128		0.96	0.03
		11	1:02:59	161		0.99	0.00
		12	1:03:38	197		0.99	0.00
8	中央学院大学	1	1:00:16	6	0.87	0.17	0.70
		2	1:00:55	26		0.33	0.54
		3	1:01:08	43		0.40	0.47
		4	1:01:16	50		0.44	0.43
		5	1:01:33	65		0.54	0.34
		6	1:01:44	80		0.59	0.28
		7	1:02:08	113		0.71	0.16
		8	1:02:08	114		0.71	0.16
		9	1:02:19	123		0.76	0.11
		10	1:02:40	141		0.83	0.04
		11	1:02:47	151		0.85	0.02
		12	1:03:00	163		0.87	0.01
9	順天堂大学	1	1:00:39	13	0.54	0.00	0.53
		2	1:01:05	41		0.01	0.53
		3	1:01:10	46		0.01	0.53
		4	1:01:45	82		0.03	0.50
		5	1:02:09	116		0.06	0.47
		6	1:02:16	119		0.08	0.46
		7	1:02:18	120		0.08	0.46
		8	1:02:19	124		0.08	0.45
		9	1:02:26	129		0.10	0.44
		10	1:03:32	192		0.33	0.20
		11	1:04:11	212		0.53	0.01
		12	1:05:21	258		0.54	0.00
10	法政大学	1	1:00:47	16	0.32	0.00	0.32
		2	1:00:54	25		0.00	0.32
		3	1:01:30	63		0.00	0.32
		4	1:02:02	104		0.00	0.32
		5	1:02:03	106		0.00	0.32
		6	1:02:03	107		0.00	0.32
		7	1:02:10	117		0.00	0.32
		8	1:02:23	126		0.01	0.31
		9	1:02:53	155		0.02	0.30
		10	1:03:08	173		0.03	0.29
		11	1:05:01	250		0.32	0.00
		12	1:05:11	255		0.32	0.00
11	日本大学	1	0:59:28	2	0.24	0.00	0.24
		2	1:00:15	4		0.00	0.24
		3	1:00:21	7		0.00	0.24
		4	1:01:36	68		0.00	0.24
		5	1:02:32	132		0.02	0.23
		6	1:02:40	140		0.02	0.22
		7	1:03:01	165		0.04	0.20
		8	1:03:24	185		0.08	0.17
		9	1:03:40	200		0.11	0.13
		10	1:03:41	201		0.11	0.13
		11	1:04:21	220		0.24	0.01
		12	1:04:46	231		0.24	0.00
12	専修大学	1	1:00:46	15	0.04	0.00	0.04
		2	1:01:04	37		0.00	0.04
		3	1:01:25	59		0.00	0.04
		4	1:01:41	78		0.00	0.04
		5	1:01:56	98		0.00	0.04
		6	1:01:58	100		0.00	0.04
		7	1:02:03	108		0.00	0.04
		8	1:02:18	122		0.00	0.04
		9	1:02:35	137		0.00	0.04
		10	1:02:41	142		0.01	0.03
		11	1:03:41	202		0.04	0.00
		12	1:05:35	266		0.04	0.00

手の影響も大きいこともわかる．すなわち，9位の順天堂大学では学内9位までの選手が0.4以上の影響をもっており，10位の法政大学も学内9位までの選手が0.3以上の影響を持っているなど，概ねどの選手が抜けても予選通過確率は0に近くなってしまうことがわかる．

さらに，学内順位がたとえ11・12位の選手であっても，予選通過の当落線の近くに位置する8〜11位の大学については，予選通過への影響は計算上小さいものの必ずしも0ではないということが示されている．

4. おわりに

本稿では箱根駅伝予選会について，各選手のタイムのばらつきを考慮し，各校の合計タイムの確率分布，予選通過タイムの確率分布ならびに予選通過確率を求めるための計算方法を提案した．数値例として，第88回箱根駅伝予選会のデータを基に，選手のタイムの標準偏差を0〜50秒で設定したときの予選通過タイムや予選通過確率を示した．さらに選手個々が予選通過に与える影響を算出し，当落線の近くに位置する大学ではエースのみでなくどの選手のタイムも予選通過に影響することを定量的に示した．

今回は予選会について検討してみたが，本大会でのシード権獲得のためのタイムなどについても同様な手法で確率計算できると考えている．またその際は，選手のタイムが正規分布に従うという前提ではなく，任意の分布を仮定して高速フーリエ変換を利用し畳み込み積分の計算を行うことで検討[8]してみるのも面白いのではないかと思われる．また，選手間のタイムの独立性について，共分散を考慮したモデルを導入して検討したりしていくことも興味ある問題であると考えられる．

本手法は，現実に現場でなされている予想方法とは異なるが，計算の前提の下で最適な解が明示できるという利点があり，計算結果を参考にしながら，監督・コーチは独自に判断できると思われる．今後も，このような数理的な手法が競技現場で広く活用されるよう工夫していきたいと考えている．

参考文献

[1] 廣津信義，奥野浩：リレー競技の走者の選定に関する数理的一手法，順天堂大学スポーツ健康科学研究，11, 1-9 (2007).
[2] 尾崎俊治：確率モデル入門，東京，朝倉書店，1996.
[3] 森雅夫，宮沢政清，生田誠三，森戸晋，山田善靖：オペレーションズリサーチII，東京，朝倉書店，1989.
[4] 宮川雅巳：統計技法，東京，共立出版，1998.
[5] Y.L. Tong: The Multivariate Normal Distribution, Springer, New York, 1990.
[6] 箱根駅伝公式Web: http://www.hakone-ekiden.jp/
[7] 第88回箱根駅伝予選会データ：http://www31.ocn.ne.jp/~j_saijo/yosen1.htm
[8] 廣津信義，仲村明，金子今朝秋：リレー競技の走者の選定に関する数理的手法—タイムの予想分布を任意に想定した際の目標達成確率の計算方法—，順天堂スポーツ健康科学研究，3(1), 9-18 (2011).