

# 鉄道運賃計算と最適経路探索

池上 敦子, 森田 隼史

鉄道運賃は、乗車した距離に依存して決まるが、どの会社のどの区間を利用したかにより対応額が異なる。また、一般的に利用2駅の間には乗車可能経路が数多く存在する。会社間相互乗り入れ等から、自動改札では経路まで特定することができない場合も多く、実際の運賃は、乗車可能経路の中から最も運賃が安くなる経路を利用したもとして計算される。しかし、この最安運賃経路探索には膨大な時間が費やされてきた現実があり、過去の文献においても「厳密かつ高速に解くことには望みがない」と報告されてきた。筆者らは近年この未解決問題を解決することに成功した。本稿では、この問題を厳密かつ高速に解決した研究の流れを紹介する。

キーワード：鉄道，ネットワーク，経路探索，運賃計算，最短路

## 1. はじめに

鉄道運賃計算における最適化に関して近年筆者らが行ってきた研究を紹介する。

我々は日々鉄道を利用しているものの、多くの人は鉄道運賃がどのように決められているのか（計算されているのか）を知らない。鉄道を長い距離利用すれば運賃が高くなることや、利用鉄道会社によって安い、または高いといった運賃設定の違いに気づいてはいるものの、この運賃計算を間違いなく計算することが「かなりやっかい」であることを知るチャンスはない。駅に行けば行き先までの運賃が掲示されている場合もあるし、運賃がいくらか気せずとも、自動改札できちんと正しい運賃を計算してくれるからである。

実際、著者らも「運賃計算問題」に出会うまでは、意識をしたこともない。運賃は鉄道会社が決めたものであり「運賃を計算する」必要などないと思っていた。したがって、自動改札や鉄道運賃計算に携わっている現場で「運賃計算は非常に難しい問題」とされていた意味も全く理解できなかったのである。逆に、この問題の困難さを理解してからは、その困難さを他の人に理解してもらうことに苦労することになった。

本稿では、運賃計算に携わる現場の方々が進めた研究の成果を発表論文[1]～[3]に沿って紹介することに

より、鉄道運賃計算問題が最適化問題であることや、この問題の面白さとやっかさを紹介したい。

2節では、運賃計算が最安運賃経路探索であることと、鉄道ネットワークにおける最安運賃経路探索問題を厳密かつ高速に解くことは不可能[4]だと思われてきたことについて述べる。3節では、1社内の運賃計算において最も難しかった Suica/PASMO[5][6]利用可能範囲の東日本旅客鉄道の510駅間の運賃計算[1]、4節では、同じく Suica/PASMO 利用可能範囲の複数鉄道会社を含む最安運賃経路探索[2]、そして、5節では、実際の運賃計算で考慮されている制約をすべて含んだ運賃計算[3]について報告する<sup>1</sup>。

論文[1]～[3]で提案したアルゴリズムは、運賃計算エンジンとして実際のシステムに導入されたことを述べておく。

## 2. 運賃計算とは経路探索

我々が鉄道を利用する際、目標時間にあわせて目的駅に到着するためには乗車駅を何時に出発すべきか、または、初めて訪れる駅へどんな経路で向かえばよいかなどを調べるために、インターネット上の乗換案内サービス（例えば、駅探[7]、NAVITIME[8]）を利用することが多くなっている。

これらのサービスでは、与えられた評価尺度（最早到着、最遅出発、最安運賃、最小乗換）に対し、1つ、もしくは複数の経路を提示してくれる。

インターネット上には多くの乗換案内サイトが存在

いけがみ あつこ  
成蹊大学 理工学部  
〒180-8633 武蔵野市吉祥寺北町3-3-1  
もりた しゅんじ  
日本信号(株) 研究開発センター  
〒346-8524 久喜市大字江面字大谷1836-1

<sup>1</sup> 論文[1]～[3]の著者には、本稿の著者（池上、森田）の他に、日本信号の山口拓真氏、菊地丞氏、中山利宏氏、成蹊大学の倉元宏氏が含まれている。

するが、エンジンとしては同じもの（例えば、駅探、駅すばあと[9]）を利用している場合も多い[2]。駅探のエンジン[10]は、鉄道ネットワークのアーキ（駅間）に、駅間移動の標準時間をコストとして設定し、 $k$ -shortest paths のアルゴリズムである MPS 法[11]を適用することにより多くの経路を列挙、評価、比較して、上位の経路を表示する。

これらのエンジンは利用者の視点に立ち、その他の便利な情報も提供しているが、最安運賃については、必ずしも厳密な意味での最安運賃情報を出力するわけではない。

例えば、2010年11月5日正午12時出発で「甲府（山梨）→大原（千葉）」「日吉（神奈川）→伊東（静岡）」の2区間の経路を、駅探、Yahoo! 路線情報[12]（駅すばあとエンジンを利用していると思われる）、NAVITIME の3つを利用して求めてみた。検索実行は2010年11月5日、駅探は「料金順」、Yahoo! 路線情報は「料金の安い順」、NAVITIME は表示順序を「運賃」で求めた。

表1に、それらの結果と、4節で紹介する最安運賃経路探索アルゴリズム[2]を利用した成蹊大学の会社間連絡案内「Farenet 乗換案内」[13]の結果を示す。

表1 最安運賃探索の結果

	駅探	Yahoo!	NAVITIME	Farenet
甲府→大原	3,890 円	3,470 円	3,690 円	3,350 円
日吉→伊東	1,540 円	1,630 円	1,810 円	1,540 円

2010年11月5日現在の結果（2010年11月5日正午出発を対象）

ここでは、我々の結果が最も安くなっていることがわかる。ただし、これを示したのは、エンジンの性能を比較するためではない<sup>2</sup>。鉄道ネットワーク上の最安運賃経路探索を厳密かつ高速に行うことの難しさを述べたかったからである。3つのエンジンは運賃を優先するものの、他の評価尺度も組み入れて探索している可能性も考えられる。実際、NAVITIME で甲府→大原を甲府16時出発にすると3,630円の経路が得られる。これらの結果は、日々改善されており、例えば、2009年12月の駅探は、日吉・伊東間に1,580円の経路を提示していた。

ここで得られた経路を運賃とともに表2に示す。

<sup>2</sup> 多くの人に利用されるエンジンは、バランスの取れた経路を提示することや、周辺のサービス提供にその実行時間を削っている（重きを置いているかもしれない）可能性がある。また、公平となる2駅間の選択も難しい。

一方、自動改札などで扱う運賃がどうなっているかを簡単に説明する。運賃を考える場合、「与えられた経路に対する運賃」と「与えられた2駅間の運賃」の違いを正しく理解しなければならない。

与えられた経路に対する運賃は、基本的には利用した経路の距離に依存して決まる。一般的には、1つの鉄道会社は1つの対キロ運賃表を持ち、利用した距離の増加に従って離散的に単調増加するように設定している。そして、利用した会社ごとの利用距離数を調べて、それぞれ対キロ運賃表を参照して得られた運賃を足し合わせ、会社間に割引制度等があればそれを適用し、その経路の運賃とする。

表3に対キロ運賃表の例を示す。

次に、与えられた2駅間の運賃について考える。自動改札では乗車駅と降車駅は把握できるものの、実際にどの経路を利用したのかがわからない場合が多い。複数の会社を利用した場合でも、相互乗り入れをしている会社は、Suica/PASMO 利用可能範囲（以降、関東IC範囲）にも18社あり、その経路の記録が残らないことが起こる。また、1つの会社内でも2駅間に複数の経路が存在し、実際には利用経路の距離が判定できない場合がある。3節で紹介する関東IC範囲の東日本旅客鉄道（以降、JR）510駅のネットワーク上においては、2駅間の乗車可能経路が300万を越す場合もある（図1参照）。

これに対し、運賃計算の基本は、利用者に損のないように計算することである。可能経路が複数存在する

表2 運賃に対応する会社間連絡

甲府→大原	
3,890 円	甲府 (JR) 大原
3,690 円	甲府 (JR) 高尾 (京王) 新宿 (JR) 大原
3,630 円	甲府 (JR) 高尾 (京王) 新宿 (都営) 馬喰横山 (徒歩) 馬喰町 (JR) 大原
3,470 円	甲府 (JR) 中野 (メトロ) 西船橋 (JR) 大原
3,350 円	甲府 (JR) 高尾 (京王) 渋谷 (メトロ) 西船橋 (JR) 大原
日吉→伊東	
1,810 円	日吉 (東急) 横浜 (JR) 伊東
1,630 円	日吉 (東急) 武蔵小杉 (JR) 登戸 (小田急) 小田原 (JR) 伊東
1,540 円	日吉 (東急) 中央林間 (小田急) 小田原 (JR) 伊東

JR (東日本旅客鉄道), 京王 (京王電鉄), 都営 (東京都交通局)  
メトロ (東京メトロ), 東急 (東京急行電鉄), 小田急 (小田急電鉄)

表3 対キロ運賃表の例

距離 (km)	片道運賃 (円)
$x$	$f(x)$
1 ~ 3	130
4 ~ 6	150
7 ~ 10	160
11 ~ 15	190
16 ~ 20	250
21 ~ 25	330

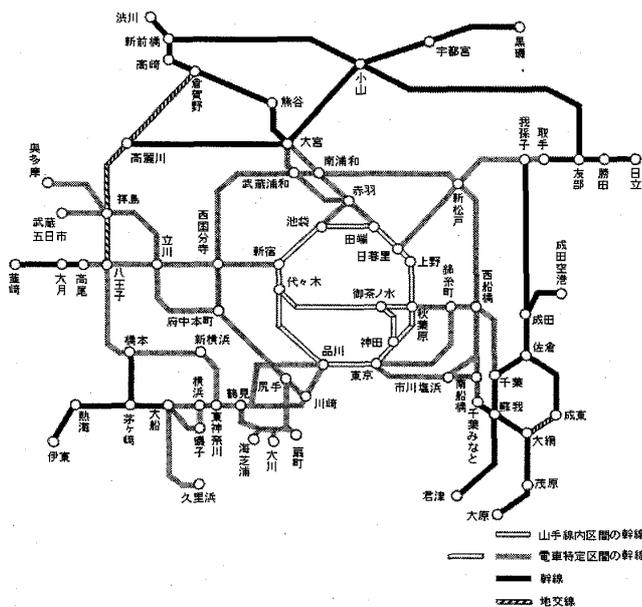


図1 関東IC範囲のJRネットワーク

場合には、その中で最も安い運賃となる経路を利用したのとして運賃を考える。よって、運賃計算とは、最安運賃経路を見つける問題と考えることができる。つまり、乗換案内サービスにおける「運賃最小化」を評価尺度にし、厳密な解を求めることを行っていると考えられる。

対キロ運賃表が1種類しか存在しない状況では、与えられた2駅間の最短路を求め、その距離を対キロ運賃表に適用すれば、簡単に運賃計算ができる。しかし、会社ごとに異なる対キロ運賃表が存在し、利用距離に対する運賃もまちまちである。また、1社内であっても関東IC範囲のJRには利用エリア・路線によって、4種類の対キロ運賃表が存在している。したがって、これらの状況で最短路を求めても、必ずしも最安運賃経路（以降、最安路）が得られるわけではない。数多く存在する乗車可能経路のすべての可能性をチェックしない限り、正しい運賃は計算できないのである。

最安運賃経路探索を厳密かつ効率よく解くことについては、鉄道の時刻表に関する最適化を行っている研究者に「no hope」と報告されている[4]。

これに対し、我々がこの問題に対し、どう取り組み解決したのか（厳密解が高速に解けるようになったのか）を次節以降で紹介する。

### 3. JR ネットワークの運賃計算

関東IC範囲のJRには、510の駅が存在し、山手線内区間、電車特定区間、東京近郊区間という3つの区間が定義されている。3つの区間は、地理的に以下の

ような包含関係がある：山手線内区間（36駅） $\subset$  電車特定区間（272駅） $\subset$  東京近郊区間（510駅）。また、東京近郊区間には、幹線と地方交通線（以降、地交線）という2つの種類の路線が存在している（図1参照）。地交線は、東金線と八高線の2つだけであり、電車特定区間の外側に位置している。

対キロ運賃表は、山手線内用、電車特定区間用、幹線用、地交線用の4種類あり、利用者が山手線内区間だけ利用したのであれば、その距離に山手線内区間用の対キロ運賃表を適用し、電車特定区間内だけの利用であれば電車特定区間用の対キロ運賃表、そして、地交線を含まない電車特定区間外の利用があれば幹線用の対キロ運賃表を適用して運賃を求めることになる。また、地交線だけを利用した場合には、地交線用の対キロ運賃表を適用して運賃を求める。一方、幹線と地交線を混合利用した「混合経路」の場合には、その経路がどのような構成になっているかにより、適用する対キロ運賃表が異なったり、乗車距離を擬似距離に換算することが行われる。

混合経路の総距離が10km以内の場合には、その距離を地交線用の対キロ運賃表に適用して運賃を求める。また、混合経路の総距離が10kmを超えた場合には、地交線部分の距離を換算し（一般的には、1.1倍程度）、その距離を幹線用の対キロ運賃表を適用する。

ここで、運賃に利用される距離は、小数点以下切り上げで扱われ、4つの対キロ運賃表の関係は、同じ距離に対して、山手線内用、電車特定区間用、幹線用、地交線用の順で高くなっていく。

この他にも、特定の運賃が前もって定められている区間（2駅）が110組存在するほか、山手線内区間の駅を発着する場合、東京駅からの距離が101kmから200kmに位置する駅に対する運賃は、東京駅からの最安運賃に振り替えるといった特例が存在する。また、ここでは詳しく述べないが、新幹線と在来線が並行する区間の特例もある。

この運賃計算の難しさは、対象の2駅間に存在する「運賃計算の方法が異なる数多くの経路」の中から「最安運賃の確証がある経路」を求めることにある。これまで利用されてきた方法では、安心できるくらいたくさんの乗車可能経路を列挙し、それぞれの経路の運賃を比較して最小となる運賃（経路）を求めていたことから、510駅間のすべての運賃計算に10数時間という時間をかけていた。

表4 利用ネットワーク

部分ネットワーク	ノード数	アーク数	アークコスト
東京近郊区間	510	1,076	距離
東京近郊区間	510	1,076	換算距離
電車特定区間	272	580	距離
山手線内区間	36	76	距離
幹線のみ	488	1,024	距離
地交線のみ	28	52	距離

換算距離：地交線部分を換算する際に利用する距離

これに対し、論文[1]では次のような考え方を採用することにより、極力列挙に頼らないアルゴリズムを構築することにした。与えられた発着2駅が両方とも山手線内区間に属していれば、山手線内区間の最安路と電車特定区間の最安路と東京近郊区間の最安路の中で一番安い運賃を採用し、発着2駅が電車特定区間に属する場合は、電車特定区間の最安路と東京近郊区間の最安路の安い方の運賃を採用する。そして、それ以外の場合は、東京近郊区間での最安路の運賃を採用する。さらに、特例対象であれば特例を適用することにした。

そして、各区間の最安路を効率よく求めるために、表4に示す6種類のネットワークの利用を考えた。

アルゴリズムは、まず、表4の1つ目のネットワークで最短路を求め、最短路がどの区間を利用しているか(山手線内区間だけか、電車特定区間だけか、地交線だけの経路か、混合経路か)や、混合経路ならば10 km以下か否かで場合分けし、最安路である保証が得られるまで、対応するネットワークで最短路を求める。

最短路はダイクストラ法[14]を利用して求めるが、1組の発着2駅に対し高々4回の最短路探索で、最安運賃の保証がある経路を見つけることができる。

これまで10数時間かけていた計算が、この方法を利用することにより、厳密解であるという保証を得ると同時に、1秒以内で可能になったのである。

#### 4. 最安運賃経路探索

論文[2]で扱った鉄道会社26社とそれぞれの駅数を表5に示す。2005年2月の鉄道データを利用して、首都圏新都市鉄道(つくばエクスプレス)と、東京地下鉄(東京メトロ)の副都心線、東京都交通局の都営舎人線、横浜市交通局の横浜市高速鉄道4号線

表5 関東IC範囲26社の駅数(2005年2月18日現在)

会社名	駅数	会社名	駅数
東日本旅客鉄道	510	江ノ島電鉄	15
箱根登山鉄道	11	相模鉄道	25
横浜市交通局	32	東武鉄道	203
京成電鉄	64	新京成電鉄	24
西武鉄道	92	京王電鉄	69
東京急行電鉄	87	京浜急行電鉄	72
小田急電鉄	70	東京地下鉄	139
東京都交通局	99	東京モノレール	10
北総鉄道	15	伊豆箱根鉄道	12
埼玉新都市交通	13	横浜新都市交通	14
ゆりかもめ	12	多摩モノレール	19
東京臨海高速鉄道	8	東葉高速鉄道	9
埼玉高速鉄道	8	横浜高速鉄道	6
		合計	1,638

(グリーンライン)の情報が含まれていない<sup>3</sup>。

複数鉄道会社を含んだ場合の運賃計算では、各社の対キロ運賃表の設定が異なることから、各社のネットワークを連絡駅でつなげたネットワーク上で、最短路を求めても最安路になる保証はない。

例えば、成蹊大学の最寄駅である吉祥寺から新宿への最短路は、中央線と丸ノ内線を利用した吉祥寺(JR)荻窪(メトロ)新宿=11.4 km(340円)である。しかし、多くの人が利用する経路は、中央線を利用した吉祥寺(JR)新宿=12.2 km(210円)である。そして、最安路は井の頭線と京王線を利用した吉祥寺(京王)新宿=13.0 km(190円)である。これら以外にも、中野、下北沢、渋谷乗換えの経路のほか、可能な乗車経路は数多く存在する。

また、異なる会社を短い区間だけ利用した際に適用される併算割引(以降、併割)という制度もあり、2社間併割対象15,317区間、3社間併割対象1,926区間、4社間併割対象1,960区間が存在している。2社間の例として、図2に吉祥寺連絡にかかわる併割を示す。

このほか、分割購入経路の不整合<sup>4</sup>や、会社間連絡の定義の不整合<sup>5</sup>を考慮しなければならない。

複数社を含む運賃計算について、一般的な考え方とその問題点を説明し、その次に我々がどう解決したかについて、基本的な考え方を紹介する。

<sup>4</sup> 同じ経路でも途中下車して切符を購入し直した方が安い場合がある。

<sup>5</sup> 例えば、都営大江戸線の新宿駅はJRの新宿駅と連絡可能であり、またJRの新宿駅は大江戸線の新宿西口とも連絡可能であると定義されていることから、同じ大江戸線に属する新宿駅と新宿西口駅間が運賃0円で通れることになってしまう。同じように、御茶ノ水周辺、東京大手町周辺、有楽町・日比谷周辺、上野御徒町周辺、馬喰町周辺に不整合性を含んでいる。

<sup>3</sup> 本節で紹介するネットワークを利用した最安運賃経路探索：Farenet乗換案内は、このデータを利用している。

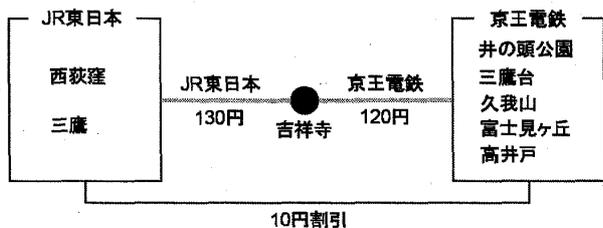


図2 吉祥寺駅連絡の併割適用範囲

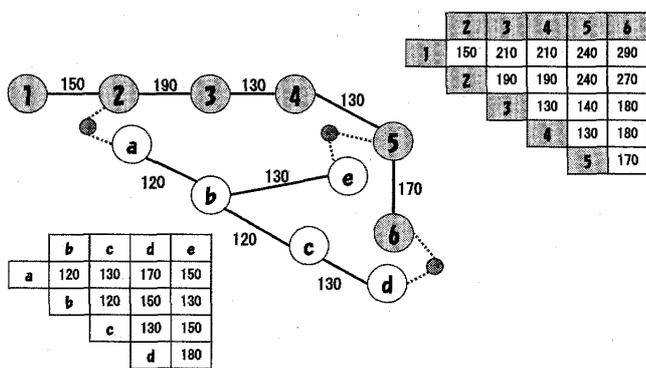


図3 物理的な鉄道ネットワーク

図3は、2つの会社が駅「2とa」「5とe」「6とd」で連絡可能な例を示す。連絡の間には、架空駅ノードとコストゼロのアーキを設定してある。また、下の表は各社の駅間の運賃を示す。

このネットワーク上で運賃計算がやりにくいことを示すために、隣接駅間のアーキにその間の運賃をコストとして書き込んでみた。例えば、駅2から駅4の運賃は、「駅2→駅3：190円」+「駅3→駅4：130円」=320円ではなく、190円である。つまり、アーキコストの和が、経路の運賃に対応しないことがわかる。

アーキのコストに距離を設定して最短経路を求めても、最短経路が得られる保証がないので、結局は乗車可能経路を列挙して運賃を求めて比較する考えに至りがちである。例えば、駅3から駅cまでの最短運賃経路を得るためには「駅3→駅2：190円+駅a→駅c：130円=320円」「駅3→駅5：140円+駅e→駅c：150円=290円」「駅3→駅6：180円+駅d→駅c：130円=310円」を計算し、最小値のものを解とすることになる。しかし、現実のネットワークにおける乗車可能経路の数は膨大になる可能性があることを前にも述べた。

そこで、図4のような1社内の全駅間にアーキを持つネットワーク Farenet を構築し、各アーキのコストに、各社で設定した駅間の運賃を設定する。

このネットワークを使って、発着2駅の最短経路を求

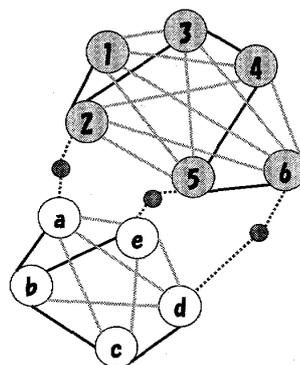


図4 Farenet：運賃計算ネットワーク

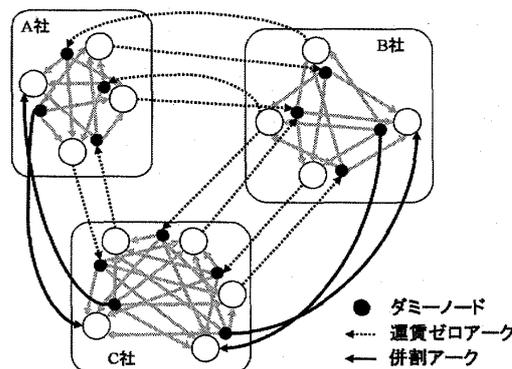


図5 DDnet：併割考慮ネットワーク

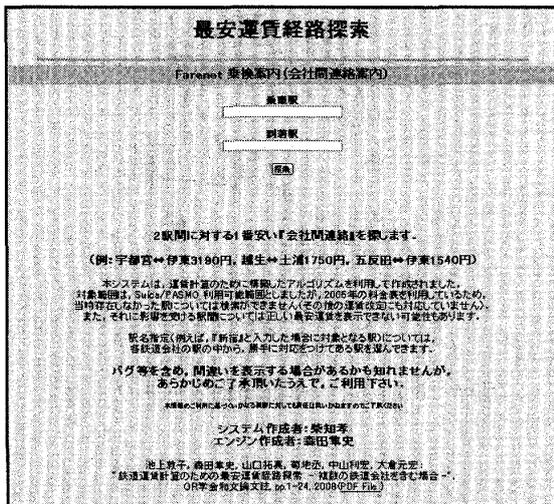
めれば、図3の最短経路が得られるので、分割購入経路の問題や併割が存在しなければ、最短運賃経路探索問題は解決したことになる。このネットワークを利用すれば、基本的に経路列挙は必要ない。

運賃計算ネットワーク Farenet の構造を基に、分割購入経路や会社間連絡の不整合を回避するため、各駅について、会社内の「スタート」「終了」を表す2つノードを用意し、会社間連絡もそれらのノードの属性に合うようアーキ設定することにした。また、併割については、併割対象の全区間に直接アーキを設定することにした。その結果のネットワーク DDnet (Direct and Discount Farenet) を図5に示す。ダミーノードが「スタート」を表す。

DDnet においては、1駅を2つのノードで表現したことや、1経路を割引後の併割アーキと2通りで表現したことで、最短経路が同じ駅を複数回(例えば、1つの駅の2つのノードの両方を)含む経路を与える場合もある。これを回避する工夫を含め、アルゴリズムの詳細については、論文[2]を参照していただきたい。

ここで提案した方法では、関東IC範囲の最短経路のすべてを20秒程度で得られるようになった。

本節で紹介したネットワークを利用した最短運賃経



<http://cleo.ci.seikei.ac.jp/~modeling/farenet.html>

図6 Farenet 乗換案内 (会社間連絡案内)

路探索: Farenet 乗換案内の画面を, 図6に示す.

## 5. 現実の運賃計算

最安路探索の仕組みを紹介してきたが, 実際の運賃計算では, 利用会社数に制約がある. 運賃計算対象とするのは4社までであり, 5社に利用がわたる可能性は排除することになっている. また, 同じ会社を他の会社の利用をはさんで利用することも対象としない. たとえ5社以上利用した最安路や1会社複数回利用の最安路が存在していたとしても, 4社以内利用の中での最安路を見つけなければならないのである.

これに対しては, 新たに会社間連絡ネットワークというものを作って利用することにした. このネットワークでは, 1つの会社を1ノードで表し, 会社間に連絡があればアークを設定する. 相互乗り入れをしている会社は18社なので, ノード数は18, アーク数は $22 \times 2$  (双方向)であった.

アークのコストをすべて1と設定し, このネットワーク上で, 対象2駅が属する会社のノード間の経路を, 距離の短い順に  $k$ -shortest paths 用のアルゴリズムで長さ3まで (つまり, 4社内を) 列挙し, 経路ごとに, 選ばれた会社だけで構成される DDnet の部分ネットワークを作成する. そして, それぞれで最短路を求め

ることにより最安路候補を列挙し, その中で最も安い経路を最安路として採用する.

この方法を利用することにより, これまでの方法で数10分かかっていた関東IC範囲の全鉄道会社を含む運賃計算が, 2分以内で可能になった.

## 参考文献

- [1] 森田隼史, 池上敦子, 菊地丞, 山口拓真, 中山利宏, 大倉元宏: 鉄道運賃計算アルゴリズム—Suica/PASMO 利用可能範囲の JR 東 510 駅の運賃を対象にした場合—, OR 学会和文論文誌, Vol. 54 (掲載待ち).
- [2] 池上敦子, 森田隼史, 山口拓真, 菊地丞, 中山利宏, 大倉元宏: 鉄道運賃計算のための最安運賃経路探索—複数の鉄道会社を含む場合—, OR 学会和文論文誌, Vol. 51, pp. 1-24 (2008).
- [3] 山口拓真, 森田隼史, 池上敦子, 菊地丞, 中山利宏: 利用鉄道会社数の制約を考慮した最安運賃経路探索, 信学論 D, Vol. J93-D, pp. 426-434 (2010).
- [4] M. Müller-Hannemann, F. Schulz, D. Wagner and C. Zaroliagis: "Timetable Information: Models and Algorithms," C. Zaroliagis et al. (Eds.): Railway Optimization 2004, LNCS 4359, pp. 67-90 (2007).
- [5] Suica, 東日本旅客鉄道(株), <http://www.jreast.co.jp/suica/>
- [6] PASMO, (株)パスモ, <http://www.pasmo.co.jp/>
- [7] 駅探, 駅前探険倶楽部, <http://ekitan.com/>
- [8] NAVITIME, ナビタイムジャパン, <http://www.navitime.co.jp/>
- [9] 駅すばあと, ヴァル研究所, <http://ekiworld.net/>
- [10] 半田恵一, 田中俊明: 乗換え案内サービスにおける経路探索手法, 信学論 D-I, Vol. J88-D-I, pp. 1525-1533 (2005).
- [11] E.Q.V. Martins, M.M.B. Pascoal and J.L.E. Santos: "The  $k$  shortest paths problem," Research Report, CISUC (1998).
- [12] Yahoo! 路線情報, ヤフー, <http://transit.yahoo.co.jp/>
- [13] Farenet 乗換案内, 成蹊大学 (池上研究室), <http://cleo.ci.seikei.ac.jp/~modeling/farenet.html>
- [14] E.W. Dijkstra: "A note on two problems in connection with graphs," Numeriche Mathematics, Vol. 1, pp. 269-271 (1959).