

ネットワークフローモデルによる 鉄道の終端駅的能力評価

今泉 淳, 北古賀圭祐, 森戸 晋

1. 研究の背景と目的

鉄道路線の列車頻度や運行列車の本数を支配する要因のうちの一つに、路線の終端駅のホーム数や構内配線などが挙げられる。ここでは、頭端式[5]の終端駅を考える。頭端式とは図1のような形態の駅であり、外国の大都市ターミナルや、日本でも主として民鉄のターミナル駅で用いられている他、長距離列車の発着駅でも見られる方式である。

終端駅へ到着した列車はすべてが逆方向に折り返すが、乗客の乗降や清掃作業などに必要な時間の停車の後に出発するため、ホームをその時間だけ占有しその間は他の列車はそのホームを使用できない。したがって、ホームの本数や停車時間によってその駅に出入りできる列車本数が変化する。

またそれ以外には、安全上の観点から列車の発着に応じて、一定の時間が経過しないと次の列車の発着を許さない制約がある。その時間をどの程度にするかによってもその駅に出入りできる列車本数が変化する。

実際の列車ダイヤは、駅のホーム数や構内配線、時間に関する条件が所与で策定される。これらに関する条件を変更すれば、当然、列車の発着本数が変化する。よって、駅のホーム数や構内配線、また先の時間の値によって変化する駅への列車の発着本数を分析することは、列車ダイヤの作成にはもちろん、列車本数に影響を与える各種の要素の設定に関する知見を与えるほか、駅容量の理論的な解析として意味がある。しかし、この種の駅容量の理論的な解析は過去の研究

にない。

本研究では、頭端式の終端駅の駅容量（発着列車本数の限度）を分析する目的で、これに対するネットワークフローモデルを構築し、駅容量の理論分析モデルを提案するとともに、モデル操作によって駅容量の変化やそれに影響を与える要因の分析を行い、列車ダイヤ策定に対して理論的観点から知見を与える。

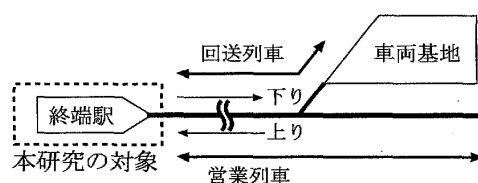
2. 鉄道の終端駅的能力評価

2.1 終端駅と列車のパターン

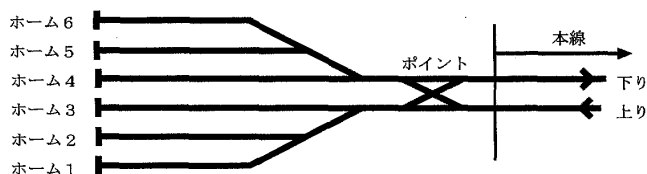
本研究では、図1の(a)のような状況を考える。左端に位置する終端駅は、そこに到着したすべての列車が折り返す。また、終端駅の近隣には車両基地がある。

列車を進行方向から分けると、「上り列車」と「下り列車」がある。図1において、乗客の有無にかかわらず右から左に（終端駅のホームまで）走るのが上り列車、その逆が下り列車とする。本線は、上り列車と下り列車それぞれが専用であり（図1(b)）、逆走は許されない。

また列車を乗客の有無から分けると、乗客を乗せる



(a) 終端駅とその周囲の状況



(b) 頭端式終端駅のホームおよび構内配線

図1 終端駅の状況とそのホームおよび構内配線

いまいずみ じゅん
東洋大学 経営学部
〒112-8606 文京区白山5-28-20
きたこが けいすけ, もりと すずむ
早稲田大学 創造理工学部
〒169-8555 新宿区大久保3-4-1
受付 10.2.25 採択 11.2.2

「営業列車」と、乗客を乗せずに駅と車両基地の間を行き来する「回送列車」がある。以上から、列車は、「上り営業列車」「上り回送列車」「下り営業列車」「下り回送列車」に分類される。

上り列車は駅に到着し必要な停車時間の経過後、再び下り列車として駅を出発する。その折り返しパターンとして、上り回送列車で駅に到着し下り回送列車で駅から出発することはないので、次の3通りがある。

上下営業 上り営業列車と下り営業列車の組

上り営業 上り営業列車と下り回送列車の組

下り営業 上り回送列車と下り営業列車の組

上り営業と下り営業は、ホームに到着後、それぞれ乗客の「降車」もしくは「乗車」のための時間だけを確保すれば良いが、それに対して上下営業はその両者を行い（また、優等列車や長距離列車の場合は清掃を行うため）長時間ホームを占有する場合がある。

2.2 評価の方法

本研究における鉄道の終端駅の能力評価では、ある特定の計画期間内に、停車時間が異なる3通りの折り返しパターンを組み合わせて、いかに多くの営業列車を設定できるかを考える。

具体的には、列車の発着時刻、停車ホームと折り返しパターンを決定対象として、営業列車の本数が最大となるような列車ダイヤを作成する。このような観点から考えると、上り営業や下り営業はホームの占有時間は短くて済むが、上下営業は往復とも営業列車である点が本線の使用効率の上で利点となる。

作成された列車ダイヤは、いかに多くの営業列車を設定できるかを示しており、つまりそれは終端駅の能力を意味する。

2.3 前提条件

図1の(b)のような構内配線の頭端式の終端駅を対象とし、そのホーム数は既知である。ホームとポイントの間の移動に必要な時間は便宜上0とする。また、折り返しパターンごとのホームで停車すべき最低の時間も所与である。さらに、列車はホームにいったん到着すると、別のホームに移動することはないと仮定する。また、以下の用語を定義する。

交差支障時隔 列車は駅の出入り時、上り列車からみて駅の直前に設置されているポイント（図1の(b)）を通過することで、所定のホームに進入する（下り列車はその逆）。一般に、駅から下り列車が出発し一定の時間が経過しないと、上り列車は到着できない。これは、下り列車（出発）と上り列車（到着）の二つの

列車の進路が一定の時間間隔だけ平面上で交わることが禁止されるためである。本研究では、そのように進路が交差することと、進路が交差せずポイントで行き違うことの両者をあわせて「交差支障」と呼び、この一定の時間間隔を「交差支障時隔」と呼ぶ。

続行時隔 本線の上下線内で衝突を避けるため、同一方向の列車同士は一定の時間間隔を空けなくてはならない。この時間間隔を「続行時隔」と呼ぶ。

計画における時刻は「列車がホームに止まりきった瞬間」あるいは「列車が動き出す瞬間」に対応する。それを前提に、列車同士の交差支障時隔や続行時隔の制約について、それらホームの発着時刻の関係が満たされていれば、物理的な支障が起こることはない。

本研究では、終端駅にいかに多くの営業列車を設定できるかを計ることに焦点を当てる。そのため、下り回送列車は近辺の車両基地に留置されるが、その収容能力は無限と仮定する。また、上り回送列車は車両基地から無限に利用（出庫）可能であると考える。

2.4 制約条件

制約条件は以下の通りである。

- 1) **駅構内の設備に関する制約** 各ホームに列車は高々1編成のみしか停車することができない。また、同時刻に同一ホームで2列車の出発と到着が同時に起こることは許されない。
- 2) **双方向の列車同士の交差支障に関する制約** 前述の「交差支障時隔」を守らなければならない。
- 3) **同方向の列車同士が一定間隔を保つ制約** 前述の「続行時隔」を守らなければならない。
- 4) **ホームの停車時間に関する制約** 列車は、駅に到着すると一定時間以上ホームに停車しなくてはならない。2.1節で述べたように、折り返しパターンごとに最低停車すべき時間は異なる。

2.5 過去の研究と本研究の比較

駅構内での列車の停車ホームを決める計画に関して、過去に Zwaneveld et al.[6]や Billionnet[1]が扱った。Zwaneveld et al.は、ノードパッキング問題をもとに数理モデルを提案し、Billionnetは、彩色問題をもとに数理モデルを提案した。これらは、駅出発時の列車の行き先と列車の発着時刻が所与のもと、ホームやポイントに関する設備上の制約条件を守るように、各列車の停車するホームを決定する。本研究では、各列車の停車するホームだけでなく各列車の発着時刻を決定し、営業列車の本数が最大となる列車ダイヤを作成するので、数理モデルで決定する対象が異なる。

列車ダイヤを作成する計画に関しては、Caprara et al.[2][4]が横軸を時刻とし縦軸を駅とする時空間ネットワークを用いて、列車間の時間間隔に関する制約条件を守るように、各列車の各駅における発着時刻を決定する数理モデルを示した。それらは、時間経過に伴う列車の移動を意思決定の対象にできるという利点がある。そこで本研究では、各ホームの時間的割当を数理モデルで表現するため、これらの時空間ネットワークを参考にしている。

3. ネットワーク・記号の定義と定式化

3.1 ネットワークの定義

本研究では、図2に示す状態遷移を考えた上で、図4に示すネットワークを用いて問題を表現する。これらにおいては、横軸が時刻、縦軸がホームを意味する。各頂点はある時刻における各ホームの状態を示し、各枝は列車の状態遷移を示している。

状態遷移

図2の中の番号が付与された各枝の状態遷移の意味は、以下に示す通りである。

- 1 上り営業列車が到着する
- 2 上り回送列車が到着する
- 3 上り営業列車が下り営業列車として出発する
- 4 上り回送列車が下り営業列車として出発する
- 5 上り営業列車が下り回送列車として出発する
- 6 上り営業列車として到着した列車がホームで停車する
- 7 上り回送列車として到着した列車がホームで停車する

ここで、図2には特定のホームのある時刻に対応す

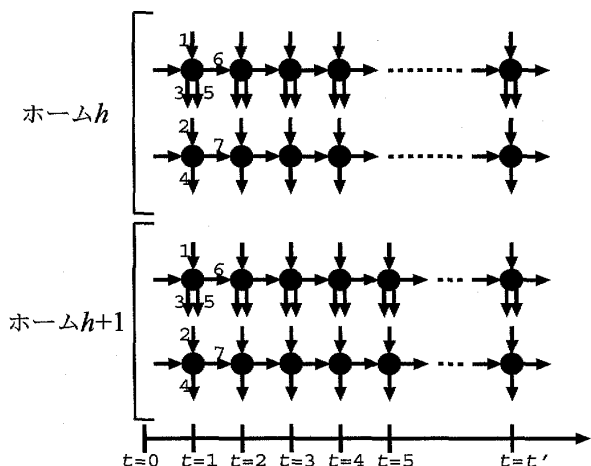


図2 列車の到着、停車、出発の遷移（ホーム h と $h+1$ について）

る頂点が二つあるが、これは頂点に入る枝（枝1「上り営業列車の到着」と枝2「上り回送列車の到着」）によって、枝5「上り営業列車として到着、下り回送列車として出発」を選択できるか否かが異なるためである（上り回送列車は必ず下りの営業列車として折り返す）。よって、到着が営業列車か回送列車の違いがあるが、営業列車の出発としては同じ意味である枝3と枝4、停車としては同じ意味である枝6と枝7をそれぞれに用意している。

状態遷移の例 図3に具体例を示す。(a)は時刻1に上り営業列車として到着した列車が、時刻4に下り営業列車として出発することを、(b)は時刻5に上り回送列車として到着した列車が、時刻 t' に営業列車として出発することを、それぞれ示している。

問題のネットワーク表現

図2ではネットワークの始点や終点が略されていたが、実際には特定のホーム（ここではホーム h とす

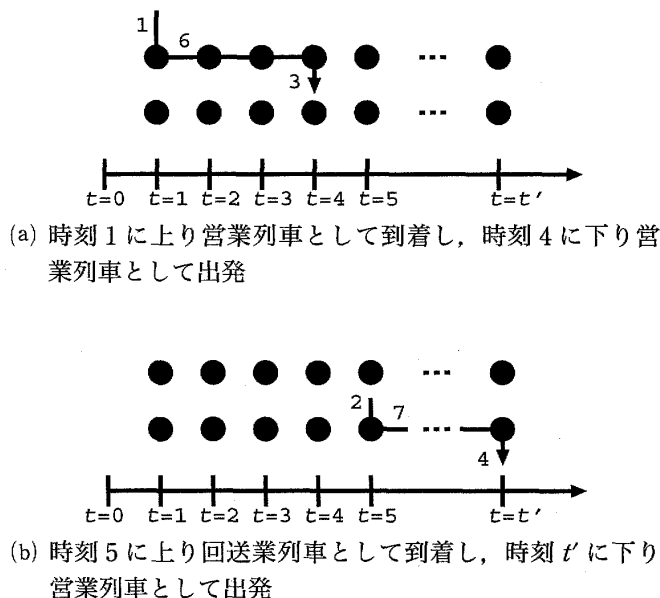


図3 ホームの状態遷移の例

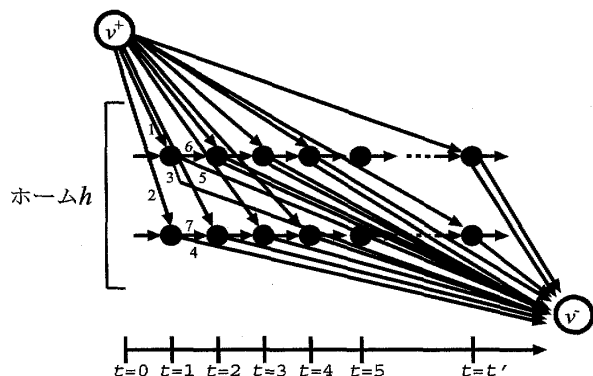


図4 問題のネットワーク表現（ホーム h について）

る) に対して, 図4のように, v^+ を (ダミーの) 始点, v^- を (ダミーの) 終点とするネットワークを考え, これをすべてのホームについて考慮したネットワークフロー問題として定式化する.

3.2 記号の定義

記号の定義は以下に示す通りである.

集合の定義

T : 時刻の集合

H : ホームの集合

$A = \{1, 2\}$ 列車が駅に到着する状態遷移を示す枝の集合

$D = \{3, 4, 5\}$ 列車が駅から出発する状態遷移を示す枝の集合

定数・変数の定義

c : 交差支障時隔

k : 続行時隔

u : 上下営業のホームでの最低停車時間

v : 上り営業のホームでの最低停車時間

w : 下り営業のホームでの最低停車時間

M : 大きい数

x_{ht}^{τ} : 時刻 t にホーム h において, 列車が τ の状態遷移をするとき 1, さもなくば 0 となるバイナリ変数

3.3 定式化

定式化は以下に示す通りである.

$$\text{Maximize } \sum_{h \in H} \sum_{t \in T} (x_{ht}^1 + x_{ht}^3 + x_{ht}^4) \quad (1)$$

Subject to

$$x_{ht-1}^6 + x_{ht}^1 - x_{ht}^3 - x_{ht}^5 - x_{ht}^6 = 0, \quad \forall h, t \quad (2)$$

$$x_{ht-1}^7 + x_{ht}^2 - x_{ht}^4 - x_{ht}^7 = 0, \quad \forall h, t \quad (3)$$

$$x_{ht-1}^6 + x_{ht-1}^7 + x_{ht}^1 + x_{ht}^2 \leq 1, \quad \forall h, t \quad (4)$$

$$\sum_{h \in H} \sum_{t=t'+1}^{t'+c-1} \sum_{\tau \in A} x_{ht}^{\tau} \leq M(1 - \sum_{h \in H} \sum_{\tau \in D} x_{ht'}^{\tau}), \quad \forall t' \quad (5)$$

$$\sum_{h \in H} \sum_{t=t'}^{t'+k-1} \sum_{\tau \in A} x_{ht}^{\tau} \leq 1, \quad \forall t' \quad (6)$$

$$\sum_{h \in H} \sum_{t=t'}^{t'+k-1} \sum_{\tau \in D} x_{ht}^{\tau} \leq 1, \quad \forall t' \quad (7)$$

$$x_{ht'}^1 + \sum_{t=t'}^{t'+u-1} x_{ht}^3 \leq 1, \quad \forall h, t' \quad (8)$$

$$x_{ht'}^1 + \sum_{t=t'}^{t'+u-1} x_{ht}^5 \leq 1, \quad \forall h, t' \quad (9)$$

$$x_{ht'}^2 + \sum_{t=t'}^{t'+w-1} x_{ht}^4 \leq 1, \quad \forall h, t' \quad (10)$$

目的関数(1)では, 上り営業列車数の総和と下り営業列車数の総和の和であり, これらを最大化する. このとき, 「上下営業」の1パターンは営業列車数が2本,

「上り営業」と「下り営業」それぞれのパターンは営業列車数が1本として数えられる. (2)式, (3)式は, 図2の各ホームの各頂点ごとの流量保存制約である. (4)式は, ホームには高々1編成のみ停車できる, また, 同時刻に同ホームでの2列車の出発と到着が同時に起こることを禁止する制約である. (5)式は, 交差支障を避けるための制約である. (6)式は, 上り列車の続行時隔を守るための制約である. 同様に, (7)式は下り列車に関してである. (8)式は, 上下営業が最低時間以上ホームに停車しなくてはならないという制約である. 同様に, (9)式は上り営業に関してであり, (10)式は下り営業に関してである.

なお, 列車ダイヤはある一定の期間 (15分, 30分や1時間など) 内のパターンを繰り返す (パターンダイヤ[5]) ことがある. 以下の数値例では, そのような状況を想定して数値実験を行った. そのためには, 計画期間の最後が計画期間の最初につながるように, 時刻に関する添字に対して処理を施した上で解いている.

4. 数値例

4.1 実験データと環境

以下では, このモデルを用いた分析例を示す.

このモデルにおける入力値である駅のホーム数, 交差支障時隔, 続行時隔や停車時間はなんらかの施策により, 変更し得るものである. これらの変更が, どの程度営業列車の本数の増減に影響するかを本モデルを用いて観察することを考えよう.

ここでは, 交差支障時隔が4分, 続行時隔が3分, 上下営業, 上り営業, 下り営業の停車時間をそれぞれ16分, 8分, 4分とした値を「基準値」とする. なお, 計画期間は30分でその時間の刻みを1分とする.

実験では, HP Z800 Workstation (Xeon E5504 2.00 GHz (デュアルプロセッサ), メモリ 16.0 GB, OS は Windows 7 64 bit 版) 上の Xpress7.0 (Optimizer 20.00.05) を用いた.

入力値によっては計算が短時間で終わらない場合がある. そこで, これ以降の計算はおおむね1,800秒を上限とし, その時点での暫定解に基づく結果を示す.

参考までに, 上記の基準値による結果の詳細を図5に示す. この例では, 上下営業が6本, 上り営業が0本, 下り営業が1本となっている.

4.2 分析例: 各種施策の変更の効果

ホーム数の変更 駅を改増築しホーム数を増やすこ

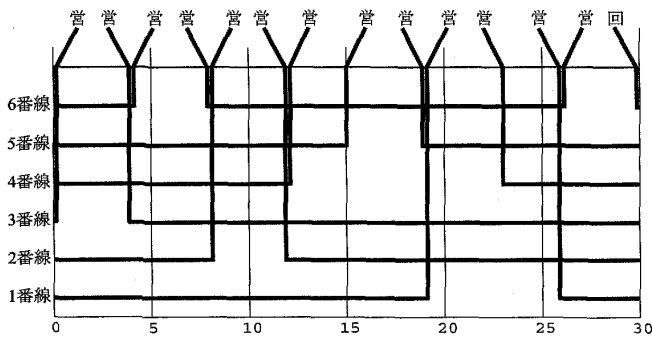


図5 実験結果の一例：列車の発着とホームの使用状況

とで駅の容量は高まるが、その投資効果の程度を営業列車の本数で計ることは、意思決定を行う際の一つの指標になり得る。そこで、基準値のうちホーム数だけを4から8まで変化させた際の営業列車の本数を観察する。

実験の結果、ホーム数が4の際に営業列車数は11本で、それからホーム数が7まではホーム数が1増えるごとに営業列車数は1本ずつ増える線形の関係を示した。一方で、ホーム数が7のときと8のときでは、営業列車数は同じであった。

交差支障時隔や続行時隔の変更 交差支障時隔や続行時隔は安全上の観点から、各鉄道事業者が設定するものであり、これらの値は、車両の性能、信号機の間隔や線路の構内配線などから設定される。しかし、それらの改良により各時隔の値をより短く設定できれば、営業列車の増発が可能になるかもしれない。

そこで、交差支障時隔や続行時隔の変更と営業列車の本数の関係を示したものが図6であり、丸が交差支障時隔の、三角が続行時隔の結果である。なお、横軸が交差支障時隔や続行時隔の値であり、縦軸が営業列車の本数である。両者とも時隔の短縮に伴い営業列車数が増加する傾向があるが、細部の挙動には違いがあり、特に続行時隔の基準値から±1の範囲では変化がない。

4.3 交差支障の定義の再検討

交差支障の定義は2.3節にある（これを定義Aと呼ぶ）が、これは実務での各種作業を簡易化するためであり、安全上問題ないような列車の出入りの場合も禁止してしまう。具体的には、下り列車がホーム4～6から出発してから一定時間（すなわち交差支障時隔）が経過しないと上り列車がホーム1～3に到着すること（図7のような状況）を許さないが、列車の進路は交差しないので安全上の問題はない。そこで、交差支障時隔が経過しなくても図7のような列車の出入りを

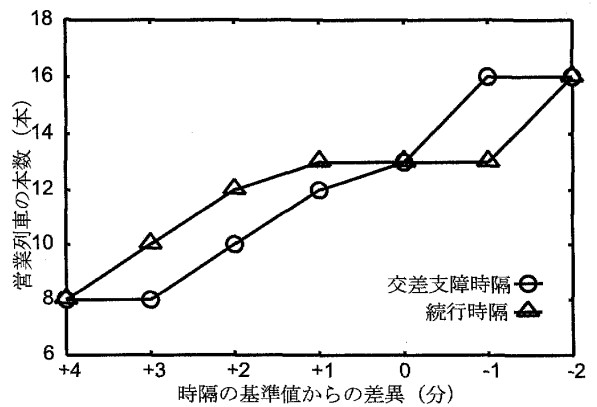


図6 時隔の変化と営業列車の本数の推移

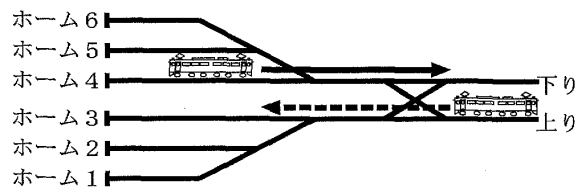


図7 交差支障パターン1

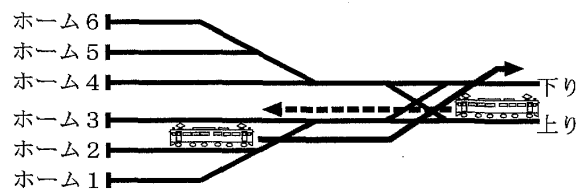


図8 交差支障パターン2

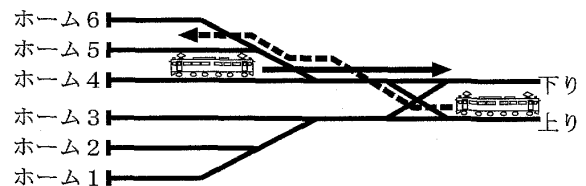


図9 交差支障パターン3

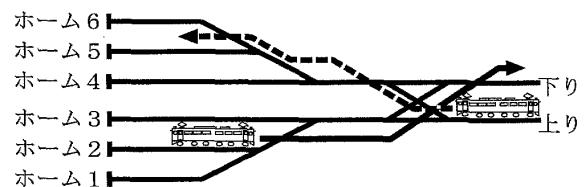


図10 交差支障パターン4

許容する場合を考える（これを定義Bと呼ぶ）。

ここで、下り列車が駅から進出するときポイントを渡ることを要するホームの集合を H_a (図1では、ホーム1～3が該当する)、逆に上り列車が駅に進入す

るときにポイントを渡ることを要するホームの集合を H_β (図1では、ホーム4~6が該当する) と記す. すると、交差支障の定義を定義Bに見直す場合、定式化の(5)式を、以下の(11)式と(12)式に書き換えることになる.

$$\sum_{h \in H} \sum_{t=t'+1}^{t'+c-1} \sum_{\tau \in A} x_{ht}^{\tau} \leq M(1 - \sum_{h \in H_\alpha} \sum_{\tau \in D} x_{ht}^{\tau}), \forall t' \quad (11)$$

$$\sum_{h \in H_\beta} \sum_{t=t'+1}^{t'+c-1} \sum_{\tau \in A} x_{ht}^{\tau} \leq M(1 - \sum_{h \in H_\beta} \sum_{\tau \in D} x_{ht}^{\tau}), \forall t' \quad (12)$$

図7から図10については、定義Aはすべての場合において、下り列車が駅を出発後に所定の交差支障時隔の経過後でないと上り列車は駅に到着できない. 同様に、定義Bも図8から図10の場合は、下り列車が駅を出発後に所定の交差支障時隔の経過後でないと上り列車は駅に到着できない. しかし、図7の場合のみ下り列車が駅を出発後、すぐに上り列車が駅に到着できる.

4.4 交差支障の定義の変更の効果

交差支障時隔の変更 交差支障の定義を再検討したモデルを用いた、交差支障時隔の変更による営業列車の本数の分析結果が図11であり、定義Aと定義Bの違いによる交差支障時隔の変更と営業列車の本数の関係を示す. 丸が定義Aの、三角が定義Bの結果である.

定義の見直しにより、上り列車の到着時にどのホームを使用するかに応じて、下り列車として出発する際の交差支障の制約条件が異なる. そのため、ホームを適切に使用することが営業列車の本数の増加に直結すると予想される. 結果は、交差支障の値が4分未満であるならば営業列車の本数は同じであり、各種作業を容易にする定義Aであったとしても営業列車の本数に影響はない. 一方で、交差支障の値が4分以上であ

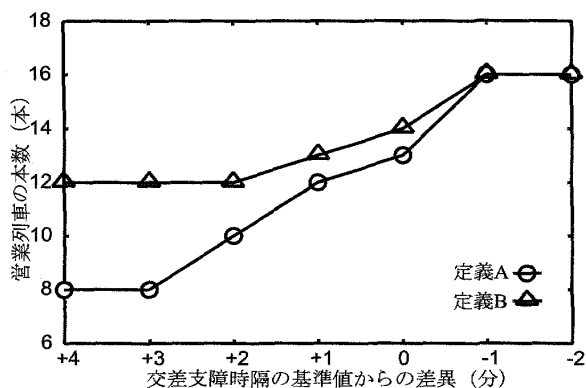


図11 定義Aと定義Bでの営業列車の本数の推移

るならば、定義Bによる営業列車の本数が増加する効果が得られる.

再検討後のホーム数の変更 交差支障の定義の再検討前(定義A)に対して行ったのと同様に、ここでは、交差支障の定義の再検討後(定義B)の状態では、ホーム数の変更により営業列車の本数がどのように推移するかを観察する. そこで、基準値のうちホーム数だけを4から8まで変化させた際の営業列車の本数を計る. ホーム数は、 H_α 側と H_β 側に均等に割り当てることをここでの原則とするが、ホーム数が奇数の場合には、片方に1本だけ多く割り当てることになる. 交差支障が再定義されているため、そのための制約により H_α 側と H_β 側のいずれにその1本を多く割り当てるかがなんらかの差異を生むことことも考えられ、その場合はホーム数の割り当て方も意思決定の一つとなる.

実験の結果としては、ホーム数が4の際に営業列車数が12本であったのが、ホーム数を1増やすたびに営業列車数が1本増え、ホーム数が8の際には営業列車は16本だった.

ここでは、ホーム数が5の場合と7の場合の両者で、ホーム数を1多くするのを H_α 側と H_β 側のいずれにしたとしても、営業列車の本数は変わらなかった. よって、この結果から、 H_α 側と H_β 側のホーム数に関する対称度がこのように強い場合は営業列車の本数には影響は与えないと考えられる.

しかし、なんらかの理由によりいずれかの側にホーム数を集中させる必要がある場合など、その意思決定や構内配線に対して、このような分析が示唆を与え得る可能性はあろう.

再検討後の交差支障時隔や続行時隔の変更 交差支障時隔や続行時隔の変更と営業列車の本数の関係を示したのが図12であり、丸が交差支障時隔の結果で、三角が続行時隔の結果である.

この図12と再検討前の定義Aでの図6との比較により、交差支障の定義の変更の効果を観察できる.

例えばこれらの図で、時隔の変更の効果を交差支障時隔と続行時隔の間で比較すると、図6では基準値付近での時隔の増加に対する両者の挙動に違い(開き)がややあるのに対して、図12ではグラフが重なっている. つまり、定義Bでは、いずれの時隔も基準値からの変更により即座に営業列車の本数の変化が生じる.

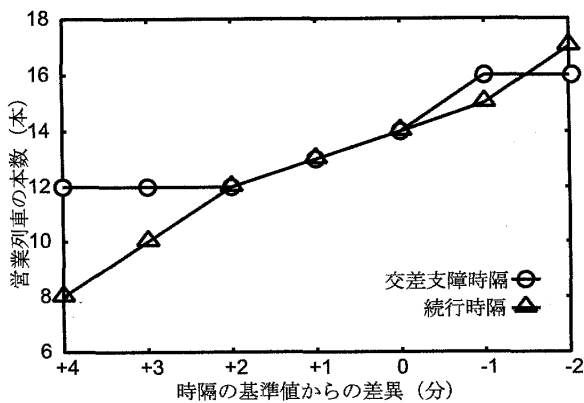


図12 定義Bでの時隔の変化と営業列車の本数の推移

表1 交差支障時隔の変化とその詳細 (定義A)

基準値からの差	4	3	2	1	0	-1	-2
上下営業	4	4	5	6	6	6	6
上り営業	0	0	0	0	0	0	0
下り営業	0	0	0	0	1	4	4
営業列車合計	8	8	10	12	13	16	16

表2 統行時隔の変化とその詳細 (定義A)

基準値からの差	4	3	2	1	0	-1	-2
上下営業	4	5	6	6	6	6	6
上り営業	0	0	0	0	0	0	0
下り営業	0	0	0	1	1	1	4
営業列車合計	8	10	12	13	13	13	16

表3 交差支障時隔の変化とその詳細 (定義B)

基準値からの差	4	3	2	1	0	-1	-2
上下営業	6	6	6	6	6	6	6
上り営業	0	0	0	0	0	0	0
下り営業	0	0	0	1	2	4	4
営業列車合計	12	12	12	13	14	16	16

表4 統行時隔の変化とその詳細 (定義B)

基準値からの差	4	3	2	1	0	-1	-2
上下営業	4	5	6	6	6	6	5
上り営業	0	0	0	0	0	0	1
下り営業	0	0	0	1	2	3	6
営業列車合計	8	10	12	13	14	15	17

このように、交差支障の定義の変更前後では、どの時隔の変更をするかによりその効果が異なることなども観察できる。

なお、図6、図11、図12に図示した結果の詳細を、参考までに表1~4に示した。

4.5 本モデルの拡張

このモデルに対する拡張としては、例えば、上下のうちの一方の旅客が多いような状況を想定して、それ

に対応して、なんらかの制約を付加したり、あるいは目的関数を設定するなどのことが考えられ、その上でこの種の分析を行うなどの用法がありえよう。

そのような意味で、本研究が提示したモデルは、その種の分析のための基本モデルとして位置づけられる。

5. 結論と今後の課題

本研究では、鉄道の頭端式の終端駅の能力評価を行うために、ホーム数や構内配線などの設備上の制約や各種時間制約が所与のもと、計画時間内にいかに多くの営業列車を設定できるかを分析する数理モデルをネットワークフロー問題として定式化した。そして、設備上の制約や各種時間制約を再検討することや交差支障の定義の見直しで、評価対象である営業列車の本数がどのように変化するかを観察例を示した。

今後の課題として、計画期間の時間の刻みを1分よりも細かくした場合への対応があり、この場合は問題の規模が本研究の実験と比較しより大規模となるため、計算上の問題点の克服が求められる。また、提案した数理モデルは複数の最適解が存在したとしても、その一つをみつけるとその他代替案を提示することができない。これは、数理モデルの改変や求解方法の変更を検討する必要がある。

参考文献

- [1] A. Billionnet, "Using integer programming to solve the train-platforming problem," *Transportation Science*, 37 (2003), 213-222.
- [2] A. Caprara, M. Fischetti and P. Toth, "Modeling and solving the train timetabling problem," *Operations Research*, 50 (2002), 851-861.
- [3] A. Caprara, L. Kroon, M. Monaci, M. Peeters and P. Toth, "Passenger railway optimization," in *Transportation*, C. Barnhart and G. Laporte, eds., North-Holland, 2007.
- [4] A. Caprara, M. Monaci, P. Toth and P.L. Guida, "A Lagrangian heuristic algorithm for a real-world train timetabling problem," *Discrete Applied Mathematics*, 154 (2006), 783-753.
- [5] 電気鉄道ハンドブック編集委員会編, 電気鉄道ハンドブック, コロナ社, 2007.
- [6] P.J. Zwaneveld, L.G. Kroon and S.P.M. van Hoesel, "Routing trains through a railway station based on a node packing model," *European Journal of Operational Research*, 128 (2001), 14-33.