

寡占モデル

松林 伸生

経営科学・工学の分野における戦略的意意思決定の問題を非協力ゲームの枠組みで定式化する場合、ミクロ経済学、特に産業組織論においてよく使われる寡占モデルをベースにすることが多い。そこで本稿では、その中でも特に代表的ないくつかのモデルを簡単に紹介する。これらのモデルは経済学のモデルとしては今さら解説するまでもない基本的なものであるが、一方でサプライチェーンやマーケティングなど、経営科学・工学分野への応用が多く見られるようになったのはごく最近のことであるため、そのことを意識する形で改めてここに触れたいたい次第である。なお、こういったモデル全般の詳しい解説は、定評のあるテキストである例えば文献[1]～[4]などを参照していただきたい。

1. 線形需要関数とベルトラン/クールノー競争

経営の問題における目的関数は多くの場合が利潤であり、そのためには価格と需要の関係を表した需要関数の記述が必要となる。工学的なアプローチにおいては、この需要関数はデータを観察することによって直接得られるものとして話を始める。しかし一方で、経済学においては需要関数は「各人が効用関数を最大化した結果として導き出されたもの」として考える。相手の行動という不確実な要素を前提として議論するゲーム理論的アプローチの多くは、定量的な出力を求めるのではなく、「各プレイヤーが戦略的に行動することにより、どのような結果が得られるのか、そしてその結果の背後にあるロジックは何なのか？」ということに関する定性的な理解をもとに何らかの戦略的示唆を得ることを目的とする。その観点に立つならば、需要関数も「どのような消費者像を表したものなのか」という定性的な理解をすることが重要となり、そのためには効用関数の形状まで遡って理解すること

まつばやし のぶお
慶應義塾大学 理工学部
〒223-8522 横浜市港北区日吉3-14-1

が必要となってくる。

今、2種類の製品1と2があるとし、各製品をそれぞれ q_1, q_2 だけ消費したときの「代表的個人」の効用を、 $\beta > \gamma \geq 0, \alpha > 0$ として、

$$\begin{aligned} u(q_1, q_2, q_0) \\ = -\frac{1}{2}(\beta q_1^2 + 2\gamma q_1 q_2 + \beta q_2^2) + \alpha(q_1 + q_2) + q_0 \end{aligned}$$

で与える。ただし q_0 は1, 2以外のすべての財をまとめた合成財（貨幣）の消費量とする。ここで「代表的個人」というのは、市場における消費者の全体を代表して一人の消費者と考えたものである。この効用関数において β と γ の値の相対関係は両製品の「水平的な」差別化の程度の大きさを表している。「水平的差別化」というのは、色や味など消費者の嗜好が分かれられるような差別化の方法をいう（これに対して、品質や機能など、優劣のつく形で差異を図ることを「垂直的差別化」という）。このモデルにおいては、 $\gamma=0$ のときはもつとも差別化されている状態（好みがハッキリ分かれる状態）に相当していて、消費者の効用は最も大きくなる。その一方で γ が β に近づくにつれて両製品が同質となり、その極限である $\gamma=\beta$ のケースでは q_1+q_2 の値だけによって効用値が決まり、かつそのときの効用値が最も低くなる。

いま、各製品の価格を p_1, p_2 とし、予算制約 $p_1 q_1 + p_2 q_2 + q_0 \leq I$ のもとでの効用最大化問題を解く。すると各製品*i*の逆需要関数が、

$$D_i^{-1}(q_1, q_2) = \alpha - \beta q_i - \gamma q_j \quad (1)$$

と得られる。またこれらの逆関数を考えることにより、各製品の需要関数が、

$$D_i(p_1, p_2) = -\frac{\beta}{\beta^2 - \gamma^2} p_i + \frac{\gamma}{\beta^2 - \gamma^2} p_j + \frac{\alpha}{\beta + \gamma}$$

となる。このように、線形な（逆）需要関数というのは、経済学的には2次の効用関数の最大化の結果であるということに注意したい。

さていま、企業1が製品1を、企業2が製品2をそれぞれ提供し、収入 $\pi_i(p_1, p_2) = p_i D_i(p_1, p_2)$ を最大化

し合う状況を想定する。そこでまず、両企業が互いに自製品の価格を決定し合う状況を考える。この競争は提案者にちなんで「ベルトラン競争」と呼ばれる。

ベルトラン競争において、両企業の最適反応関数を求めてみると、それは共に単調増加となる。このことは、もし相手が価格を下げてきたら自社も価格を下げて対抗することが合理的であることを意味する。こういった単調増加な反応関数を持つような戦略変数の組は、互いに「戦略的補完」であると呼ばれる。

次に、生産量決定を通じて価格をコントロールしようとする競争を考える。このような競争はやはり提案者にちなんで「クールノー競争」と呼ばれる。(1)式の逆需要関数をもとに、収入関数を求め、そして最適反応関数を求めるとき、ベルトラン競争のときとは対照的に両反応関数は単調減少となる。このことは、生産量を調整することで価格の高止まりを狙っていることを意味している。こういったタイプの戦略変数の組は、互いに「戦略的代替」であると呼ばれる。

いずれの場合も最適反応関数の交点を求めるによりナッシュ均衡を得ることができるが、そのときの利潤は $\gamma > 0$ である限りは常にクールノー競争時の方が高くなる。つまりクールノー競争の方が競争が穩健であり、上記の観察がその結果の理解の助けになっている。またいずれの競争においても、均衡時の価格および利潤は差別化の程度 γ に関して単調減少となり、差別化されるほどに競争が緩和され、価格そして利潤を高くできるということも厳密に証明できる。そして一般には、こうした均衡分析の際に需要関数の理解がキーとなることが多いため、典型的なモデルに精通していると良いわけである。

2. ホテリングモデル

上述の線形需要関数は代表的個人の効用最大化問題の出力であり、つまり市場内の消費者の需要を集約した形でしか得られないことに注意する必要がある。その一方で、異質な消費者個々人の意思決定まで立ち入って需要関数を得ることが必要となる場合も多々存在する。そういうたたかわしいケースにおいて最もよく使われるのが都市の OR の分野でお馴染みのホテリングモデルである。

最も基本となるのは線分市場モデルである。区間 $[0, 1]$ で表された直線状の街道沿いに 2 つの企業 1 と 2 が店舗を出店しあう状況を考える。消費者は区間 $[0, 1]$ 上に一様分布しており、もし両企業が互いに店舗を

$x_1, x_2 \in [0, 1]$ の位置に出店し、商品の価格を p_1, p_2 と設定したならば、そのとき $x \in [0, 1]$ にいる消費者は、店舗までの移動距離と価格とを考慮し、 $|x_i - x|^k + p_i (i=1, 2)$ の値を比較して小さい方の企業から商品を購入するとする（等しい場合は等確率で選択）。このような条件のもとで、出店位置や価格を両企業で決定し合う場合の均衡はどのようなものになるだろうか？

この問題に対する解は実に、上記にさらにどのような前提を付加するかによってデリケートに変化し、まさに百花繚乱となるものである。まず $k=1$ とした上で価格は等しく所与とし、店舗位置のみを決定し合う戦略形ゲームのナッシュ均衡を考えると、それは、 $x_1^* = x_2^* = 1/2$ となる。これはつまり、両店舗は軒先を並べて市場の中心に出店せよという示唆であり、「最小差別化の原理」と呼ばれている。コンビニの出店などを思い浮かべると合点がいくであろう。しかしこれに価格決定を加えた戦略形ゲームを考えるとそのゲームにはナッシュ均衡が存在しない。その一方で、 $k=2$ とした上で第 1 段階において両企業が店舗位置を決定し合い、その後第 2 段階で両企業が価格を決定し合う 2 段階のゲームを考えると、その部分ゲーム完全均衡における出店位置は $x_1^* = 0, x_2^* = 1$ （またはその逆）となる。これは両企業が第 2 段階における価格競争を避けるべく、あらかじめ互いに最大限に離れて出店すべきであるとの示唆であり、「最大差別化の原理」と呼ばれている。まさに「価格競争を避けるために製品（立地）を差別化せよ」との定説そのものを支持する結論である。このように、モデルをわずかに変えただけで、ともすれば正反対の結果にすらなってしまう様子を見てとれると思う。それゆえに、数値シミュレーションに頼ることなく、まずはこのようにシンプルなモデル上で厳密に均衡分析を行い、理屈を理解することが重要となってくるわけである。

ホテリングモデルのバリエーションとしては、線分市場ではなく円周上に消費者が一様分布している円環モデルや、正方形や円盤などの平面（あるいはそれ以上の次元）に拡張させたものなどをはじめとして多数存在し、それらを土台として経営の様々な文脈による設定が付加される。ゆえにそのもとで得られる戦略的示唆もまたバラエティに富んだものとなる。また、経営の分野においては、こうして表された消費者の分布というのではなく空間上の物理的なものというよりは

むしろ、ある商品特性に関する嗜好や属性の分布を意味することが多い。例えば、缶コーヒーに入っている砂糖の量に関して、その理想とする量の分布が消費者間で一様である、といった具合にである。こういった状況下での企業の商品提供をゲームとして分析することで、マーケティング分野の製品ポジショニング戦略についての示唆を得ようとするわけである。このように非常に使い勝手の良いモデルであるのだが、その一方で、これらの多くは「消費者は自分の理想の製品を高々1個だけ買う」と仮定した離散選択モデルであり、「代表的個人が複数商品を組み合わせて購入し、連続量を選択可能」とした前節のモデルとはその点が大きく異なることに注意する必要がある。ゆえに実際にモ

デル化する際には、こうした側面をよく吟味した上で問題に適したモデルを選ぶことが肝要である。

参考文献

- [1] Anderson, S., de Palma, A. and Thisse, J.-F.: *Discrete choice theory and product differentiation*, MIT Press, Cambridge, MA (1992).
- [2] Shy, O.: *Industrial organization : Theory and applications*, MIT Press, Cambridge, MA (1995).
- [3] Tirole, J.: *The theory of industrial organization*, MIT Press, Cambridge, MA (1990).
- [4] Vives, X.: *Oligopoly pricing : Old ideas and new techniques*, MIT Press, Cambridge, MA (2001).

OR事典Wikiのページに掲載された用語解説は、順次、OR学会ホームページのOR事典Wikiのコーナーでも公開されます。ほかにも多くのOR用語の解説が掲載されていますので、是非ご活用下さい。
<http://www.orsj.or.jp/~wiki/wiki/>