

# ベイジアンネットワーク

石垣 司, 本村 陽一, 竹中 毅

ベイジアンネットワークとは、確率的グラフィカルモデルの一種であり、確率変数間の関係をノードと有向リンクで表現する。確率変数間の非線形性、非ガウス性、交互作用を取り扱うことができ、柔軟なモデリングが可能となる。そのため多様な理論的・実践的研究や産業応用が行われている。また近年の計算機・情報通信技術の発展により、人間行動や自然科学に関する大規模・大量データを使用した現象のモデリングにも使用されるようになってきている。

## 1. ベイジアンネットワークとは

ベイジアンネットワーク (Bayesian network) は確率的な知識や事象の表現形態の一つであり、有限個の確率変数とその変数間の関係をノード (各確率変数、またはその集合) と有向リンクを用いたグラフ表現で記述する確率モデルである。ここで、対象とするシステムに含まれる確率変数の集合を  $\{x_1, \dots, x_N\}$  とし、その同時分布を  $p(x_1, \dots, x_N)$  とする。また、ある確率変数  $x_j$  が与えられたときの確率変数  $x_i$  の条件付き確率を  $p(x_i|x_j)$  とし、 $x_i$  に対して有向リンクを引いている変数集合を  $pa(x_i)$  とする。このとき、このモデルの同時分布は

$$p(x_1, \dots, x_N) = \prod_{i=1}^N p(x_i|pa(x_i))$$

として定義される。図1にベイジアンネットワークの例を示す。このように全確率変数の同時分布を、ある局所的な変数間の条件付き確率の積へ分解して記述できることに、ベイジアンネットワークの利便性の本質がある。その性質により同時分布の周辺化操作に対して効率的な計算が可能であり、同時確率の値が最大となる確率変数の状態やエビデンス (観測データや知見などによる確率変数の状態値の付与) に基づいた確率推論も効率的に実行することができる。また、変数間

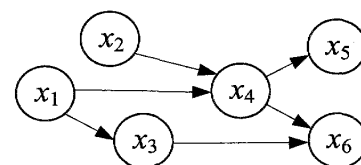
の従属関係の視覚的な理解も容易となる。

ベイジアンネットワークはノードで確率変数の状態値、有向リンクで変数間の依存関係を表現する。そのモデル構造はモデル設計者の知見やデータに基づき構築することができる。任意の確率変数について任意の有向リンクによる経路をたどったときに自己へのフィードバックがある経路を巡回経路と呼び、通常、そのモデル構造は巡回経路をもたない非巡回の有向グラフ (DAG) によって与えられる。その依存関係は条件付き確率分布または条件付き確率表で表現され、その確率分布には線形性と正規性を仮定しないため、自由度の高いモデリングが可能となる。また、ベイジアンネットワークの中でも有向リンクが変数間の因果関係を表現するとき、そのモデルは因果ダイアグラムと呼ばれる[1]。

## 2. ベイジアンネットワークの確率推論

ベイジアンネットワークでは、モデルの構造が与えられたとき、任意の確率変数の周辺分布や他の確率変数にエビデンスが与えられたときの周辺分布を知ることができる。そのため、各事例に応じた判別・予測モデルとしても利用可能となる。

確率変数として離散変数を考える。このとき、与えられたモデルが線形構造や木構造などの比較的単純な構造である場合、確率変数の周辺分布は確率伝搬法により効率的かつ厳密に推論可能であることが知られている[2]。グラフィカルモデルでは一般的に同時分布に



$$\begin{aligned} p(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) \\ = p(x_1)p(x_2)p(x_3|x_1)p(x_4|x_2, x_1) \\ p(x_5|x_4)p(x_6|x_3, x_4) \end{aligned}$$

図1 ベイジアンネットワークの例

対する周辺化計算の順序を入れ替えることで、注目するノードの周辺分布を効率的に計算することが可能であり、確率伝搬法はこの特殊な場合である[3]。しかしながら、確率伝搬法はモデル構造を無向グラフとして見なしたときに巡回経路をもつ構造に対しては厳密な推論ができない。巡回経路を持つモデル構造に対する確率推論法としては junction tree algorithm[4]や loopy belief propagation[5]などが知られている。前者は厳密な確率推論が可能であるが、ノード数とリンク構造の複雑度の増大により、計算コストが爆発する。後者はループのあるモデル構造に対して強引に確率伝搬法を適用するため計算効率は高いが、推定の精度が安定しない非厳密な確率推論法である。より効率的かつ精度の高い確率推論法は重要な研究テーマの一つである。

### 3. ベイジアンネットワークの構造学習

ベイジアンネットワークのモデリングを行う上で、システム内の確率変数の数が大きいとモデル設計者によるモデリングが困難な場合や、特別な先験的知識や知見が無い場合など、事前知識のみからモデルを構築できない場面は多々ある。そのため、ベイジアンネットワークのモデル構造を与えられたデータから学習(復元とも呼ばれる)する方法論が実用上重要である。現在、研究されている方法論は以下の2種類に大別でき、それぞれの特徴がある。

#### ・情報量規準に基づく構造学習法

モデル構造を変化させながら AIC, MDL などの何らかの情報量規準の意味で最適な構造の探索を行う方法。正則化項が導入されている評価基準を用いることで、未知データに対しても予測精度や再利用性を高めることができる。しかしながら、ナイーブに全構造を探索するとその探索空間は  $N$  の指数オーダーとなるため、探索空間の削減や Greedy な探索法の導入が必要となる。K2 アルゴリズム[6]等が有名である。

#### ・制約に基づく構造学習法

条件付き独立性に基づき、対象とする確率変数間のリンクの有無を探索する方法。ある2つの変数が、その他の変数群を与えられたときに条件付き独立性を満たせば、その変数間のリンクを削除する。構築されるモデル構造は所与データへの依存度が高くなることが指摘されており、少数データでモデル学習を行った場合は予測の観点で信頼性が低くなることもある。PC アルゴリズム[1]等が有名である。

学習の結果、複数の変数間の交互作用をモデル化で

きることがベイジアンネットワークの特色の一つである。

実応用の場面においては真の構造が自明でない場合やデータが真の構造から抽出されたと仮定できない場合が多く、学習結果の漸近一致性は有用であるとは限らない。しかしながら、学習された構造は情報量や制約の意味で変数間の関係を表していることに間違いはなく、その構造にはデータの背後にある有用な知識を表していることが期待できる。そのため、構造学習に関する研究は現在でも盛ん行われている。

### 4. 自然科学・工学・産業への応用

上記のような汎用性と柔軟性をもつため、ベイジアンネットワークは物理現象、人工物の挙動、人間の日常生活行動、消費者・顧客行動、生理現象、経済現象など、様々な現象のモデリングに利用されている。ここでは、故障診断、医療診断、品質管理、画像認識、音声認識、ロボット制御、フィルタリング、ユーザ適応システム、子供の事故予防、バイオインフォマティクス、新薬開発、リコメンデーション、マーケティング支援、知識発見、サービス工学など多様な分野での応用事例が存在し、産業上の応用も多数報告されている[2]。また、モデルに取り込むデータ数はモデルの複雑度に直接影響しないため、大規模・大量データを用いたモデリングとの相性もよい[7]。

#### 参考文献

- [1] J. Pearl (著) 黒木学 (訳), 統計的因果推論, 共立出版, 2009.
- [2] 本村陽一, 岩崎弘利, ベイジアンネットワーク技術, 東京電機大学出版局, 2006.
- [3] C.M. ビショップ(著)元田, 栗田, 樋口, 松本, 村田(監訳), パターン認識と機械学習(下), シュプリンガー・ジャパン, 2008.
- [4] S. L. Lauritzen and D. J. Spiegelhalter, Local computations with probabilities on graphical structures and their application to expert systems, Journal of the Royal Statistical Society B, Vol. 50, No. 2, pp. 157-224, 1988.
- [5] K. Murphy, Y. Weiss and M. Jordan, Loopy belief propagation for approximate inference: an empirical study, Proc. Uncertainty in Artificial Intelligence, pp. 467-475, 1999.
- [6] G. F. Cooper and E. Herskovits, A Bayesian method for the induction of probabilistic networks from data, Machine Learning, Vol. 9, pp. 309-347, 1992.
- [7] 内藤耕 (編), サービス工学入門, 東京大学出版会, 2009.