

高頻度データ解析：市場リスク計測 手法の新展開

林 高樹

本稿は、1日内の金融証券取引の詳細を記録したデータ、いわゆる「高頻度データ」を用いた市場リスク分析について解説する。特に、過去十年余り、高頻度データの応用分野の中でも最も研究が進んでいる実現ボラティリティ (realized volatility) を中心に、高頻度データによる市場リスク計測手法の現状や問題点、最近の展開について紹介する。

キーワード：ボラティリティ計測，市場リスク管理，ティックデータ，マーケット・マイクロストラクチャ，一日内季節性，高頻度トレード

1. 高頻度データとは

1日内の金融証券取引の詳細を記録したデータ、「高頻度データ」の利用が大きく広がっている。高頻度データは、約定や気配などの価格と、それらの発生、記録された時刻 (タイムスタンプ)、それに付随する各種取引情報 (例えば、板寄せによる約定か、サラ場での約定か、取引相手の情報など) から成るが、質・量ともにそのカバレッジは年を追うごとに拡大の一途をたどっている。高頻度データの形式的特徴は、文字通りデータの記録頻度が「高頻度」であることであり、当然ながら、データサイズが極めて大きいことである。例えば、国内株式の高頻度データを集録する『日経NEEDS ティックデータ』「個別株・5本気配値」版では、東証データの解像度は分次 (2010年1月より秒次)、大証データは秒次で、1年分約500GB程度である。同時に、その内容的特徴として、集計される前の個別取引 (ないしはそれに近い集計値) を記録することから、市場参加者の注文行動や取引ルールなどの市場の微細構造、いわゆる「マイクロストラクチャ」を強く反映したデータでもある。「ビッド・アスク・バウンス現象」などの微細変動や、市場のオープン・クローズなどに起因する一日内の時系列パターン (「一日内季節性」) など、高頻度時系列データには、中・低頻度では見られない様々な時系列的特徴が観察される。ファイナンス、統計学・計量経済学を中心に、

様々なアングルから新たな実証的知見の獲得やそれに伴う理論・方法論の確立が期待される、まさに宝の山である。

参考までに、高頻度データの例として、ICAP社のEBSヒストリカル・データベース『EBS Data Mine』を紹介する。EBSは、外国為替スポット取引のインターバンク市場においてReutersと並ぶ2大電子ブローキング・システムの一つである。『EBS Data Mine』には、時間刻み1秒で約定と両サイド最良気配のみを集録した「レベル1.0」から、時間刻み100/250ミリ秒で、約定 (deal) と両サイド10気配、取引金額、気配数 (約定であればカウンターパーティ数) を集録した「レベル5.0」までの5段階のデータベースがあり、主要通貨を含むおおよそ50にもなる通貨ペアのスポットレートをカバーする。

表1にEBSの「レベル5.0」データ (約定データ) の実例を示す (ただし、筆者が一部編集)。第2列はタイムスタンプ (グリニッジ標準時間、解像度250ミリ秒)、第4列は取引のサイド (0または1)、第5列の価格は、直前250ミリ秒の間に約定したものの中で最高値 (第4列が0のとき) または最安値 (第4列が1のとき) を表し、第6列約定ロット (単位百万ドル)、第7列はカウンターパーティ数である。第4列が0 (「Given」サイド) とは、指値注文の取り手が売り手だったこと (すなわち、bidを取りに行った売り手主導の約定であったこと)、1 (「Paid」サイド) はそれが買い手だったことを表す。なお、第6、7列は、第5列の約定に対する付随情報であり、250ミリ秒のタイムスライスの中で発生した全約定を累計したものではないことに注意が必要である。データ日付である

はやし たかき

慶應義塾大学 大学院経営管理研究科
〒223-8526 横浜市港北区日吉4-1-1

2008年10月6日は、前月15日に発生したリーマンブラザーズ破綻の影響が金融資本市場や実体経済を大きく揺るがしていたさ中で、この日だけでもUSDJPY相場は4円ほど円高に進行した。特に、14時12分2.75~3秒間に成立した買い手主導の102.25円の約定以降は、14時19分48.25~48.5秒間に成立した売り手主導の100.22円の約定まではほぼ一本調子で下がり続けた。わずか7分間で2円、2%の下落である。表1は、この短時間の急激な下落のクライマックス時点(14時19分を過ぎた辺り)の緊迫した様子を抽出したものである。

次に、同じ時間帯における「レベル5.0」データの気配データより作成された注文板(売買それぞれ10気配まで記録)の推移の様子を図1に示す(なお、見やすくするため注文ロット(縦軸)は買い注文をマイ

ナス表示)。USDJPYは、もちろん取引量が最大の通貨ペアの一つであり、EBSの取扱シェアが特に大きいとされる。最良気配間のスプレッド(ビッド・アスク・スプレッド)は平常時であれば最小pips(呼び値単位)の1-2銭であるが、14時19分12.5秒から同12.75秒の間250ミリ秒の間に買い指値注文が一気に消滅し(成行注文による約定、ないしは当該指値注文のキャンセルにより)、スプレッドが43銭にまで急拡大、一方、最良売気配注文は44ロットまで急増、流動性が枯渇した状態となったことが読み取れる。注文板の買いサイドに残っているのは、利益確定か損失回避のためだろうか、この時間帯の以前より実勢レート(スポット・レート)よりも大幅に低い値段に設定されていた指値注文100.22円、100.20円のみである。

なお、250ミリ秒の解像度は高頻度データとしては目下最速の部類である(2009年9月以降は100ミリ秒にアップグレード)。一方、EBSのマッチング・エンジンは数秒(~数十ミリ秒)の速さで約定しているものと推察されることから、図1は「高速ストロボ」によって「超高速被写体」を連写したスナップショットといえようか。世界の主要な市場においてティックサイズ(取引最小単位)が縮小され、マッチング・エンジンも高速化され、取引件数も飛躍的に増大している。市場の高速化・大規模化に追従する形で、記録データの高分解像度化・大規模化が進行する中、高頻度デ

表1 ティックデータの例:『EBS Data Mine』「レベル5.0」, USDJPY 約定(Deal) データ(2008年10月6日)。 (c)ICAP all rights reserved worldwide.

2008/10/6	14:19:12.000	USD/JPY	1	100.85	1	1
2008/10/6	14:19:12.250	USD/JPY	0	100.80	1	1
2008/10/6	14:19:12.250	USD/JPY	1	100.83	1	1
2008/10/6	14:19:12.500	USD/JPY	0	100.80	3	1
2008/10/6	14:19:12.500	USD/JPY	1	100.82	1	1
2008/10/6	14:19:12.750	USD/JPY	1	100.65	7	4
2008/10/6	14:19:13.000	USD/JPY	0	100.59	1	1
2008/10/6	14:19:13.000	USD/JPY	1	100.65	5	4

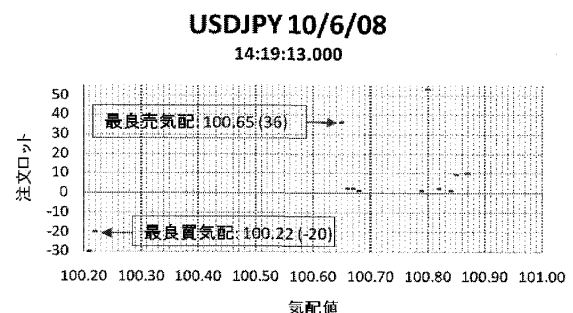
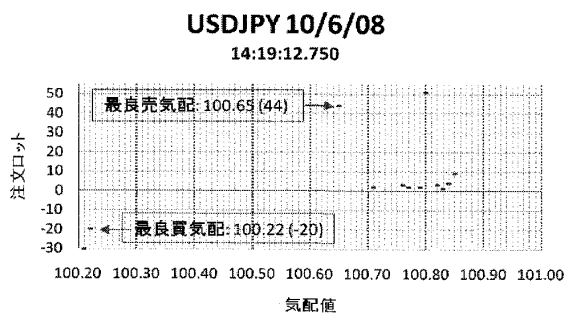
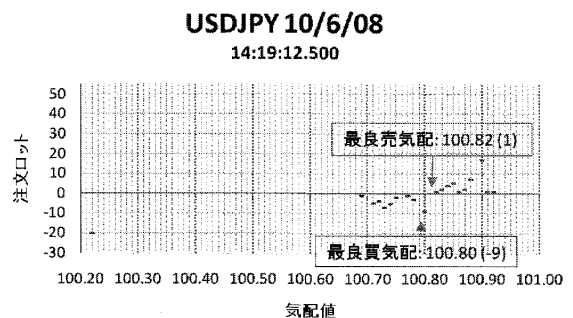
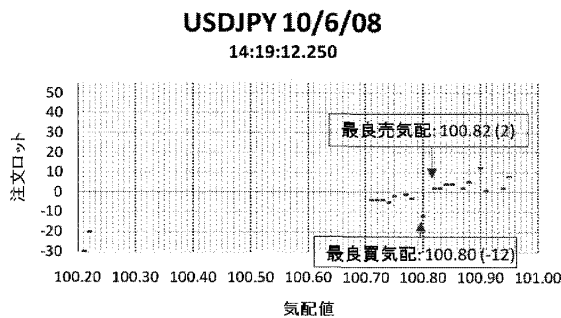


図1 USDJPY 気配値(Quote) 注文板の推移: 2008年10月6日、14:19:12.250秒~14:19:13.000秒。『EBS Data Mine』「レベル5.0」データを基に筆者が作成。

ータを対象にした解析に対するニーズは今後とも高まりこそすれ、減ることはまず考えられない。

一口に「高頻度データ解析」といっても、解析の目的や解析者の専門性によって多種多様であるのは、他分野と同様である。本稿では、ページ数の限りもあることから、高頻度データによりいかに精度よく市場リスクを計測するかという方法論に焦点を当てる。特に、高頻度データの応用分野の中でも最も研究が進んでいる「実現ボラティリティ」を中心に解説する。

2. 高頻度データによる市場リスク量の計測

周知の通り、ボラティリティは、オプション価格の評価・ヘッジや、金融証券の資産運用、VaR（ヴァリュー・アット・リスク）に代表される金融機関のリスク計測・管理に不可欠のリスク指標である。高頻度データによるボラティリティ計測の、現代的かつ重要な手法が「実現ボラティリティ」(realized volatility)である。実現ボラティリティの研究は、90年代後半に始まって以来飛躍的に発展している分野である。

2.1 Realized volatility と累積分散

以下では、連続時間に変動する証券価格が高頻度で離散的に観測される状況において、ボラティリティを推定したいとする。時点 t におけるある証券の価格 P_t の対数値 $X_t = \log P_t$ を取ることにより、例えば、時点 s から t への ($s < t$) 対数価格の変化幅 $\log P_t - \log P_s = \log(P_t/P_s)$ は、証券 P の s から t までの累積収益率（連続複利ベース）を表すことができ都合がよい。ボラティリティ計測期間としてはいま一日 $T=1$ を考えよう。

X が金融工学における標準的なモデルである拡散過程に従うケースを考える：

$$dX_t = \mu_t dt + \sigma_t dW_t, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (1)$$

ここで、 μ_t はドリフト係数、 σ_t は拡散係数、 W_t は標準ブラウン運動である。拡散係数は未知の量であり、これが推定対象であるとする。統計的な意味では、 σ_t は確定的な（時間の）関数であるのが自然であるが、一般には σ_t はランダムであり、確率微分方程式(1)を成立させるのに十分な正則条件を持つものとする。 μ_t は、未知でも既知でも良く、ランダムであっても構わないが、一定の正則条件を満たす必要がある。以下、 σ と W は独立であるとするが、より一般には（各時点において将来の情報を含んでいないのであれば）互いに依存していても良い。

いま、離散時点 (t_i) において、証券の対数価格 X_{t_i} が観測されるとする。このとき、実現ボラティリティを次のように定義する：

$$RV = \sum_{i:t_i \leq T} (X_{t_i} - X_{t_{i-1}})^2. \quad (2)$$

このとき、 RV は計測時点 T が固定のもと、最大観測区間幅 $\Delta = \max_i(t_i - t_{i-1})$ がゼロに収束するに従い、拡散係数の2乗を時点0から T まで積分した値 $IV = \int_0^T \sigma_t^2 dt$ 、累積分散 (integrated variance) に確率収束する (\xrightarrow{P} と書く)。すなわち、 IV は未知な量であったので、統計量 RV は累積分散 IV の一致推定量である。 IV は証券の日次ボラティリティ（標準偏差または分散）に他ならないので、証券の日次ボラティリティを推定するには、当該証券の日次データを長期間に渡って収集して推定するのではなく、一日分の高頻度データを集めて RV を計算すればよい（高頻度データであればあるほど、より精度良く推定できる）。しかも、ボラティリティ σ_t に対して特定のモデルを仮定せずともよい。また、 RV の（推定誤差の）従う漸近分布も求められており、 RV に対する統計的推測を行うことも可能である。

RV 計算の際には、操作の容易性や後述の「マイクロストラクチャ効果」をふまえ、全ティックデータ（非等間隔）ではなく、5分や30分等の等間隔グリッドを設定し、各グリッドの直前の価格によりデータ補間するなどの簡便法が取られることも多い。また、実用に際しては、市場がクローズしている時間をボラティリティ評価にどう加えるのかも重要な点である。文献[8]は、株式市場の1日内オープン時間から計測される実現ボラティリティを使って、オーバーナイト、つまり市場がクローズしている時間における変動をも考慮したボラティリティ補正の方法を考えた。日中（オープンからクローズまでの対数収益率を用いて計測される）実現ボラティリティを RV^{o-c} 、オーバーナイト（前日クローズから当日オープンまで）の収益率を r^{c-o} として、補正後 RV を

$$RV^{1\text{-day}} = w_1 (r^{c-o})^2 + w_2 RV^{o-c}$$

で与え、丸1日（前日クローズから当日クローズまで）の累積分散 IV に対する MSE を最小化するようなウェイト (w_1, w_2) を求めた。

RV によって精度良く日々のボラティリティが計測されれば、それらを集めて得られる日次時系列の特性を調べることも可能となる。 RV 研究のパイオニアである Andersen らのグループは、為替市場や株式市場

において、日次のRVの時系列構造を分析し、長期記憶性などの性質を報告した(例、文献[1])。また、RV系列を使って将来のボラティリティを予測する研究は実務上重要であり数多くなされている。例えば、文献[2]は、複数通貨の日次RV系列から作られる多変量自己回帰(VAR)モデルによるボラティリティ予測力が、日次GARCHやFIEGARCHなどの金融時系列分野の代表的ボラティリティ・モデルよりも優れていると報告した。

実現ボラティリティ研究においては、「マイクロストラクチャ・ノイズ」への対応は重要なテーマである。現実の高頻度データにおいては、価格は離散値を取り、取引データは時間に連続的に存在せず、離散時点かつ、非均等間隔に並んでいて、約定価格は、新たに入ってくる売買注文の種類に応じて、売気配と買気配との間を行ったり来たりする「ビッド・アスク・バウンス」現象が見られるなど、式(1)のような拡散過程の仮定からは大きく乖離した特徴が見られる。RVに関する研究では、このような市場の現実を踏まえて、マイクロストラクチャ効果を考慮したモデル、その下での観測不能な真の対数価格過程に対するIVを効率的に推定する研究も盛んに行われている。文献[11]による「サブサンプリング法」、文献[3]による一般的な重み関数(カーネル)を用いる方法などが代表例である。

一方、対数収益率の2乗和(quadratic variation, 2次変動)であるRVを、対数収益率(絶対値)のn乗和へと拡張した統計量であるrealized power variation(RPV)に関する研究も進展している。

2.2 Realized Bipower Variation と価格ジャンプ

実際の価格データを観察すると、時折「ジャンプ」らしき不連続変化が見受けられることから、式(1)のような連続型拡散過程にジャンプが加わったモデル、 $X_t = X_t^c + J_t$ がファイナンスではしばしば用いられる。ここでは、 J_t は有限時間内に高々有限回のジャンプをするようなジャンプ過程であり、連続部分 X^c と独立であるとする(これらの条件は拡張可能である)。このとき、同期間におけるXの2次変動は $[X, X]_T = [X^c, X^c]_T + \sum_{s \leq T} (\Delta J_s)^2$ となることから(ただし、 $\Delta J_s = J_s - J_{s-}$ は時点sにおける価格ジャンプ幅)、RVのみでは、連続拡散過程部分 X^c の生成する累積分散 $[X^c, X^c]_T = \int_0^T \sigma_t^2 dt$ を分離して把握(よって分離してリスク管理)することができない。そこで、統計量

$$RBV = \sum_{i: t_i \leq T} |X_{t_i} - X_{t_{i-1}}| |X_{t_{i-1}} - X_{t_{i-2}}|$$

を考へることとする(realized bipower variation)。その確率収束の極限を $\{X, X\}_T$ で表し、 $\mu_1 = E[|Z|] = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \approx 0.79788$ (ただし、 $Z \sim N(0, 1)$)と書くと、緩い条件の下で、 $\{X, X\}_T = \mu_1^2 \int_0^T \sigma_t^2 dt$ が示される[5]。したがって、 $(RV - \mu_1^{-2} RBV)$ によって、ジャンプ変動部分 $\sum_{s \leq T} (\Delta J_s)^2$ を漸近的に抽出することができるのである。また、サンプルパスの連続性($[X, X]_T = [X^c, X^c]_T$ か否か)に関する検定法も提案されている。以上紹介したRBVやRPVは、Barndorff-Nielsen and Shephardらのグループを中心に進められており、多項・多変量にまで拡張されている。

2.3 Realized Semivariance と下方リスク

ファイナンス分野においては、ボラティリティ(分散ないしは標準偏差)をリスク指標として用いるのが最も標準的ではあるが、これらは「対称」リスク指標であり、損失の発生可能性をリスクと捉える私たちの常識とは必ずしも相入れない。そこで、ボラティリティの代わりに、リターン分布のマイナス部分、左側の裾の広がり具合を計量化しようという試みも代替的になされる。例えば、「下方半分散」(lower semivariance)や「下方絶対偏差」(lower absolute deviation)が代表例である。オペレーションズ・リサーチ分野でも、これらの下方リスク指標を用いたポートフォリオ最適化問題が研究されている(例、文献[12])。

近年、RV研究の進展の中で、高頻度データを利用した非対称リスク指標の精度の高い計測を行う試みもなされている。下方半分散とは、1期間で考えると、1期先リターンRに対して $E[(R - E[R])^2 1_{\{R - E[R] \leq 0\}}]$ で表される量である。RVの方法論を応用して、実現下方半分散(realized lower semivariance)が定義される[4]:

$$RS^- = \sum_{i: t_i \leq T} |X_{t_i} - X_{t_{i-1}}|^2 1_{\{X_{t_i} - X_{t_{i-1}} \leq 0\}}$$

ジャンプ付き拡散過程Xに対して、 RS^- を上述のRBPと組合せて得られる量(realized bipower downward variation), $RBPDV = RS^- - \frac{1}{2} \mu_1^{-2} RBP$ を算出すれば、その極限は $\sum_{s \leq T} (\Delta X_s)^2 1_{\{\Delta X_s \leq 0\}}$ であることが示される。すなわち、RBPDVを使えば下方ジャンプ変動のみを取り出すことが可能となる。

2.4 Realized covariance と累積共分散

2つの証券価格間の共分散・相関係数の計測にも

RVの方法論が適用できる。いま、時点 t における証券の対数価格 X_t^1, X_t^2 に対して、(1)式と同様の連続拡散過程を想定する。ただし、各々拡散係数 σ_t^l を持ち、ブラウン運動 W_t^l によって駆動されるとする ($l=1, 2$)。 W_t^1, W_t^2 は、(未知な) 相関 $\rho_t \in [-1, 1]$ を持つとする (ランダムで構わない)。

このとき、離散時点 (t_i) において、2つの証券の対数価格の対 ($X_{t_i}^1, X_{t_i}^2$) が (同時) 観測されるとすると、実現共分散 (realized covariance) は、次のように定義される：

$$RCV = \sum_{i:t_i \leq T} (X_{t_i}^1 - X_{t_{i-1}}^1)(X_{t_i}^2 - X_{t_{i-1}}^2). \quad (3)$$

RVと同様に、計測時点 T が固定のもと、最大観測区間幅 $\Delta = \max_i(t_i - t_{i-1})$ がゼロに収束するに従い、RCVは累積共分散 (integrated covariance) $ICV = \int_0^T \sigma_t^1 \sigma_t^2 \rho_t dt$ に確率収束する。さらに、このRCVを2つの実現ボラティリティ、 RV^1, RV^2 、の積 (の平方根) で除すと実現相関 (realized correlation),

$$RCR = \frac{RCV}{\sqrt{RV^1 \times RV^2}},$$

が得られる。拡散係数および相関係数が定数 ($\sigma_t^l = \sigma^l > 0, l=1, 2, \rho_t = \rho$) の場合には、RCRは定数 ρ に対する一致推定量となる。

2.5 Hayashi-Yoshida 推定量と取引の非同期性

(3)式から明らかなように、RCVを計算するには、2系列に対する対のデータセット $\{(X_{t_i}^1, X_{t_i}^2)\}$ が必要である。ところが、非等間隔、ランダムな時点に行われる実取引時刻が記録されたティックデータを用いてRCVの計算を行うには、あらかじめそれらを規則的に並べ補間を施すという作業、「同期化」を行わなければならない。簡単に推察されるとおり、この同期化作業は「同期化バイアス」を混入させることにつながる。

筆者は東大吉田朋広教授と共同で、非同期的に観測される、2つの高頻度時系列データに対して、同期化せずに共分散・相関を推定する方法を提案した[9]。いま、2つの連続拡散過程 X^1, X^2 に対して、(S^i, T^j) が各々のサンプリング時点を表す (ランダムな) 増加列であるとする ($S^0 = T^0 = 0$)。簡便のため、これらは X^1, X^2 とは独立であるとする (これらは拡張可能である)。ある $T > 0$ を観測の打ち切り時点とする。観測区間を $I^i = [S^{i-1}, S^i), J^j = [T^{j-1}, T^j)$ で表す。さらに、時点 T までの観測区間の最大長 Δ がゼロに (確率) 収束する状況を考える。ここで、(I^i) と (J^j) との関係には制約を与えない。したがって、両者

が同一なケース ($I^i \equiv J^j$)、すなわち、完全同期観測のケースも含まれる。

次のような統計量を考える (「Hayashi-Yoshida 推定量」)：

$$HY = \sum_{i:S^i \leq T} \sum_{j:T^j \leq T} (X_{S^i}^1 - X_{S^{i-1}}^1) \times (X_{T^j}^2 - X_{T^{j-1}}^2) 1_{(I^i \cap J^j \neq \emptyset)}, \quad (4)$$

ここで、 1_A は事象 A が真のときに、1、さもなければ0を取る指標関数である。 $\Delta \xrightarrow{P} 0$ の状況において、 $HY \xrightarrow{P} CV$ が示される (一致性)。その一方で、 HY は実現共分散 RCV のときのような同期化が一切不要である。 RCV の定義式(3)と比較すると、 HY には、指標関数を通じて、取引の生起時間の情報が使われており、より有効な情報の使い方がなされている。また、 HY は i と j の2つのインデックスについての和を取ってはいるが、指標関数の働きによって、実質的には、計算法は実現共分散に比べて比例的にしか増えない。

筆者らは、観測時刻 (S^i, T^j) が停止時刻 (stopping time) であり、 X^1, X^2 が連続セミマルチンゲールであるような状況において、 HY の漸近分布を導出するなど理論をさらに発展させている[10]。これは、観測時刻 (=取引時刻) と価格過程が、自分自身の過去のみならず、相互に依存しうるようなより一般的な設定である。

2.6 その他の代替的リスク計測法

高頻度データの利用が一般化する以前から、1日の四本値 (始値・高値・安値・終値) を用いることによって、日次ボラティリティ (標準偏差) を精度よく推定する方法として、Parkinson 推定量, Garman-Klass 推定量, Kunitomo 推定量などが提案されてきた。高頻度データが普及している今日でも、1分足、5分足などの四本値が供給されるケースも多く、四本値をベースにしたボラティリティ計測法の有用性は依然として残されている。最近では、RV研究の流れの中で、このような価格レンジによるボラティリティ推定法の改良法も試みられている。端的に言えば、(対数) 価格過程 X はボラティリティ一定の (ドリフト付き) ガウス拡散過程ではなく、ランダムなボラティリティを持つ伊藤過程であると仮定し、高頻度・微小区間での価格レンジによるボラティリティ推定値を積み上げて (一日の) 累積ボラティリティを推定しようとするものである。このような「実現レンジ分散」 (realized range-based variance) は、途中に実現した価格経路に依存しないことから、高頻度データを扱

うときに表面化するマイクロストラクチャ・ノイズの影響を受けにくい。計算の容易性・迅速性、計算に必要なデータ量の小ささとともに、このアプローチの大きなメリットである。さらに、これらを精緻化し、分布の端（高値・安値）ではなく収益率分布のクオンタイル（パーセント点）を用いた「クオンタイル・ベース実現分散」(quantile-based realized variance) も考えられている（例、文献[6]）。

ボラティリティに代わる代替リスク指標として、例えば、チューリッヒのOlsenグループは、外国為替市場における高頻度トレーディングの見地から平均絶対偏差の利用を推奨し、相場のトレンド形成や反転を測定する指標も考案した[7]。

また、高値からの下落幅の最大値、いわば、高値で売りそこなった運用者の「リグレット」の最大値を表す最大ドロウダウン (maximum drawdown), $MDD_t = \max_{0 \leq s \leq t} (\max_{0 \leq u \leq s} P_u - P_s)$, は下方リスク尺度の一種で、高頻度トレーディングのパフォーマンス評価に用いられる標準的尺度である。

高頻度データの利用拡大とともに、ここに書いたもの以外にも、新たなリスク量やその計測法が提案されそれらが実務へ応用される動きが今後広がることも期待される。

3. 最後に

本稿では、筆者の専門分野であるファイナンス統計学、具体的には、実現ボラティリティを中心とした高頻度データによる市場リスク計測に関する研究動向について概説した（ページ数の制約もあり、「データ解析」の実例を含めなかった点をご容赦願いたい）。もちろん、高頻度データの応用分野は、市場リスク計測に留まらない。例えば、図1で紹介したような注文板（多変量時系列データ）の挙動を多重待ち行列によってモデル化し、それをベースに時々刻々の板の状況を利用する「最適」トレーディング戦略・アルゴリズム取引戦略の研究も行われている。

本稿執筆中の去る2010年5月6日、「ギリシャ問題」に端を発した世界的金融不安から、米国株式市場でダウ工業株30種平均が午後2時40分からわずか7分間に前週末より998ドル急落するなど乱高下した。米国内では、「超高速で株式を売買するハイ・フリークエンシー取引 (HFT) が、5月6日に起きた米株価の乱高下を引き起こした」との指摘もなされているようだ¹。各マイクロ主体のための最適化問題にとどま

らず、マクロな視点から一市場参加者全体、さらには私達の経済・社会全体にとって「最適な」市場の設計やその実現にも、オペレーションズ・リサーチ分野の貢献が期待される。

謝辞 高頻度データの利用による市場リスク計測手法に関する研究に対して、科研費研究助成金（基盤研究(C)、課題番号19530186、2007～2009年度）、石井記念証券研究振興財団（2008～2009年度）より研究助成金を頂いた。ここに謝意を表す。

参考文献

- [1] Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X. and Labys, P.: The Distribution of Realized Exchange Rate Volatility, *J. Amer. Statist. Assoc.*, Vol. 96 (2001), 42-55.
- [2] Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X. and Labys, P.: Modeling and forecasting realized volatility, *Econometrica*, Vol. 71 (2003), 579-625.
- [3] Barndorff-Nielsen, O. E., Hansen, P. R., Lunde, A. and Shephard, N.: Designing realised kernels to measure the ex-post variation of equity prices in the presence of noise, preprint, 2008.
- [4] Barndorff-Nielsen, O. E., Kinnebrock, S. and Shephard, N.: Measuring downside risk-realised semi-variance, preprint, 2008.
- [5] Barndorff-Nielsen, O. E. and Shephard, N.: Power and Bipower Variation with Stochastic Volatility and Jumps (with discussion), *J. Finan. Econometrics*, Vol. 2 (2004), 1-48.
- [6] Christensen, K., Oomen, R. C. and Podolskij, M.: Realised Quantile-Based Estimation of the Integrated Variance, preprint, 2008.
- [7] Guillaume, D. M., Dacorogna, M. M., Déve, R. R., Müller, U. A., Olsen, R. B. and Pictet, O. V.: From the bird's eye to the microscope: A survey of new stylised facts of the intra-daily foreign exchange markets, *Finance Stoch.*, Vol. 1 (1997), 95-129.
- [8] Hansen, P. R. and Lunde, A.: A Realized Variance for the Whole Day Based on Intermittent High-Frequency Data, *J. Finan. Econometrics*, Vol. 3 (2005), 525-554.
- [9] Hayashi, T. and Yoshida, N.: On Covariance Estimation of Non-synchronously Observed Diffusion Processes, *Bernoulli*, Vol. 11 (2005), 359-379.

¹ 日本速報ニュースアーカイブ、2010年5月29日。

- [10] Hayashi, T. and Yoshida, N.: Nonsynchronous Covariance Estimator and Limit Theorem II, Research Memorandum No. 1067, Institute of Statistical Mathematics, 2008.
- [11] Zhang, L., Mykland, P. A. and Ait-Sahalia, Y.: A Tale of Two Time Scales: Determining Integrated Volatility with Noisy High-frequency Data, *J. Amer. Statist. Assoc.*, Vol. 100 (2005), 1394-1411.
- [12] 枇々木規雄: 双対問題表現によるポートフォリオ最適化モデル, *オペレーションズ・リサーチ*, Vol. 47, No. 4 (2002), 257-263.