

特集にあたって

藤澤 克樹 (中央大学)

最適化問題の研究においてはアルゴリズムを構築して計算量などの解析を行ってから実装（ソフトウェア化）を考える、つまり理論と実装の分離というのが一般的な方法であるが、最新の研究によって、この方法が多くの場合において最善ではない（効率的ではない）ということが明らかになってきている。つまり理論的な解析における優劣とソフトウェア実装後に計算機で実行したときの計算結果が大きく異なるという現象が見られる。この現象の原因としては次のようなことが考えられる。

- (1) 理論的な解析時に想定されている最悪な場合という現象が計算機上で扱うことのできる問題の範囲では起こらない。
- (2) 計算量の評価において、演算量とデータ移動量が混同されている。

半正定値計画問題（SDP）は、適用できる範囲が非常に広く、また多項式時間で解くことができるなど好条件が揃っているために、最近では非常に注目の高い分野であり、21世紀の線形計画問題としての役割を期待されている。本特集の狙いはSDPに対するソフトウェア（SDPソルバー）を紹介するだけでなく、SDPの使い方や新しい応用例、それに高速化や安定化のための技術と試みを公開することにある。つまり単にSDPソルバーに対する使用法などの情報を広めていくだけでなく、自ら解きたい問題の特性を把握して、それを解くための正しいソルバーの選択時に参考となるような知見を紹介する目的も持っている。

最初の解説記事は“半正定値計画の問題記述&解決能力（中田（和）氏）”である。SDPが注目される理由は先程述べたように適用範囲が非常に広いことであり、様々な凸計画問題を理論的に含んでいるだけでなく、さらに難しい非凸計画問題の緩和問題としても使用されている。多くのSDPソルバーは等式標準形で入力を行う必要があるが、どのような問題（制約条件）が等式標準形に変換できるのか、さらにその変換方法などについて解説を行っている。

次の解説記事は“半正定値計画問題に対するソルバ

ーの紹介（福田氏）”である。特殊な構造を持つ問題に特化したソルバーも含めるとSDPソルバーの数は非常に多く、採用するアルゴリズムや実行環境など相違点も多いので、SDPソルバーの分類と評価について一つの見方を提供していただいた。

ユーザがSDPソルバーを利用する際に性能面で注目する事項には、以下のようなものが考えられる。

- (1) どの程度の大きさの問題がどの程度の時間内に解くことができるのか。
- (2) 数値的に安定した高い精度の最適解を得ることができるのか。

(1)と(2)については一般論で答えるのは難しいので、今回は“主双対内点法に対する高速化・並列化の技術（山下氏）”と“半正定値計画法に対する高精度・安定計算の技術（中田（真）氏）”という二つの解説記事を用意した。SDPに対する内点法アルゴリズムは並列計算に適した構造を持っていて、アルゴリズムの主要なボトルネックとなる部分に対して様々な工夫を行うことによって、以前では考えられないほど大きなSDPを解くことができるようになった。また、数値計算の世界では倍精度演算の仮数部の不足が大きな問題となっているが、高精度計算によってこれらの問題を回避する方法が注目されている。

“多項式最適化問題に対する半正定値計画緩和（脇氏）”では近年SDPの応用分野として非常に注目されている多項式最適化問題（POP）に関する解説を行っている。POPは単なる応用例ではなく、POPへの適用によって内点法アルゴリズムの特性や数値精度の問題が大きく注目されることになった。

最後の解説は私による拙稿“最適化ソルバー開発への最新の情報技術の適用について”であり、単にSDPソルバーだけでなく、広く他の最適化ソルバーを含めて最新の情報技術との関係や適用方法についてまとめてみた。最新の研究内容など難解な部分も含まれるが、読者がSDPソルバーを理解する際の一助になれば幸いである。