【書評】

基礎数理講座 3
伊理正夫 著

線形代数汎論

㈱朝倉書店 332 頁 2009 年 定価 6,400 円＋税

線形代数，行列といったタイトルの本をわが国で最も数多く出版している著者による新たな本は「線形代数汎論」という，少しハッとするタイトルであった．“汎論”というのは対象を全般にわたって総論的に説明するという意味であるが，著者はまえがきのところで“線形代数を極端に分かりやすく解説したり，また逆にやたら高度に抽象的に説明したりするのではなく，利用者にとって何かの役に立つようにとの目的を重視，最優先しつつ，線形代数に関連する事項すべてを体系的に整理することを試みた”と述べている．本書は，著者による岩波講座の「応用数学」シリーズの「線形代数 I，II」をまとめた改訂版「一般線形代数」(2003 年) に著者の言う少々の“遊び”と“ゆとり”を加えた大増補改訂版という位置付けの本である．その意図はまず第 1 章の線形代数の周辺という箇所に現れ，線形代数小史として Cayley，Sylvester をはじめとする線形代数の世界の有名人のエピソードもおもしろく書かれている．また著者の“言語”へのこだわりも随所に述べられ，英語，独語，仏語，露語，そして中国語まで，用語，人名についてというところで著者の高い言語知識に基づいて丁寧に説明されている．

章構成としては 2 章の行列と行列式が本著全体の 1/3 程度を占めているが，そこでは基本用語の定義，基本性質，そして必要に応じてその略証が完璧といっていいくらい網羅的に詳細に記述されている．第 2 章ですでに著者の知識の豊富さ，表現の厳密さ，論理性の緻密さに驚かされる．線形代数について通り一遍の知識しか有していない評者にとっては，Binet-Cauchy の公式，“交代化”，Pfaffin，Sherman-Morrison-Woodbury の公式，Toeplitz 行列などと耳慣れない言葉とともに，本書に特徴的な用語が多く現れる．

3 章のベクトル空間では，ベクトル空間における基底と双対基底の関係を表す概念としての“反傾な関係”というのが真新しい響きを感じる以外はサラッと書いてある印象である．4 章では一般的な線形連立方程式系が紹介されているが，Toeplitz 行列を係数行列とする方程式系が信号解析，時系列解析などに用いられ，Levinson-Durbin の解法とともに示されているのが特徴的である．5 章の固有値では，n 次正方行列の固有値の存在範囲を示す方法としての Gershgorin の定理について詳細に記されている．またユニタリ合同変換で得られる Schur 形について，著者がこだわる“構成的な方法”で証明が示されている．6 章では各種標準形について，グラフ理論，組合せ理論，数値解析，大規模システムの解析への応用が説明される．

7 章，8 章ではそれぞれ一般逆行列，非負行列として，前者では最小誤差，最小ノルム，反射形が定義，構成方法とともに述べられ，後者では，計量経済学，確率過程論，ネットワーク理論等で現れる非負行列の特殊形の諸特性が示される．最終章の 9 章では，行列束の特性としての正則性，標準形とともに，一般化固有値問題との関係が示される．

本書の appendix には，著者が本書で書きたかった行列式と Pfaffin に対する組合せ論的接近法としてグラフ理論，行列式の数値計算との関係が示される．また 2，3，4，5 章末には多くの演習問題が略解とともに示されている．線形代数の数理工学的応用に関する問題も多く見られる．線形代数，行列に関するほぼすべての基本概念の紹介に加えて，非常に多くのきめ細かな，しかも応用につながることを考慮に入れた諸概念が語られるというのは本書の大きな特徴である．線形代数に基づく方法の応用を論文，著書の形で数多く世に出し，数理工学研究者を自負する著者の“遊び”と“ゆとり”の集大成ともいうべき本書は，通り一遍の線形代数の理解者が手元に置いて何かというときに“眺められる”，そして“相談できる”書物であるといえる．積極的に一読を薦めたい．

（大山達雄）