

パズル・ゲームで楽しむ数学—娯楽数学の世界—

森北出版 164頁 2010年 定価2,400円+税

本書は、我々の生活に関連したパズル、ゲームを対象にして、その中にある数理を解説した、「娯楽数学」の入門書である。著者は、離散数学、理論計算機科学の第一線で活躍され、本会の「画期における最適化」研究部会で主査を務めておられる京都大学の伊藤大雄先生である。

本書では、パズル、ゲームの6つの話題が厳選され、古典的な結果から最新の研究成果まで、予備知識なく読み進められるようまとめられている。数学的記述の正確さと、他の和書で取り上げられたことのない研究成果の紹介も本書の大きな特徴である。以下、各章の内容を紹介する。

1章では、与えられたコインの重さを天秤で計り重さの軽い偽物を探し出す「天秤問題」が取り上げられている。様々な条件設定の下で、天秤の使用回数の少ない効率的なアルゴリズムが与えられ、情報量の考え方を利用して、それらの最良性が示される。

2章では、ケーキを複数人で公平に分ける「ケーキ分割問題」が取り上げられる。「単純公平分割」ルールと「無羨望分割」ルールという2種類のルールの下で、ケーキ分割のための連続アルゴリズムと離散アルゴリズムが示される。最終節では、1995年に発表された同分野の根幹を成す重要な結果である「 n 人無羨望分割のための離散・厳密アルゴリズム」も示される。

3章では、 $\circ\times$ ゲームとしてよく知られている「三並べ」の数学的一般化である「ハラリイの一般化三並べ」が取り上げられる。本ゲームは、いくつかのマスから成る形態(=生物)を先に完成させる二人ゲームである。各生物に対する先手の必勝戦略や後手の防衛戦略が示される。また、必勝法が未知の生物や、勝利に必要な最小手数等の未解決問題も紹介されている。

4章では、娯楽数学の中で最も有名な理論の一つである「ニム」の理論と「ニム」の一般化である「半順序集合ゲーム (poset game)」が取り上げられる。ニムが必勝であるための必要十分条件、二人ゲームに与えられる指数「グランディ数」の導入に続き、2002

年アメリカの高校生によって得られた画期的な成果である「半順序集合ゲームの周期性定理」が示される。

5章では、持ち点を賭けてコイン投げを行い、当れば賭けた分だけ得点を得るゲームで、得点を最大化する方法が考察されている。その中では、「最悪最小」という最適化問題の基本概念や、相手のアルゴリズムを知った上で最悪の手を打ってくる「アドバーサリ」というアルゴリズム論の重要な概念が現れる。

6章は、通常のジャンケン的一般化に関する著者オリジナルの研究成果から成る。自然数 n が与えられたとき、手の数 n の「無駄な手」のないジャンケンが存在するか(「無駄な手」とは、その手を出さずなら他の手を出した方が絶対的に有利であるような手)という問題を考察し、そのようなジャンケンが存在するような n の値を決定する。さらに、手同士の強弱の偏りを表す「不規則性」という指標を導入し、不規則性が最大となる無駄な手のないジャンケンも示される。

本書の読者としては、理科系の大学院生、大学生、数学好きの中高生、数学を学び直したい技術者等が想定されているが、本会に所属される研究者、教育関係者の方々にも十分読み応えがあり、また教育やアウトリーチ活動で離散数学や組合せ最適化を取り上げる際、本書から題材のヒントを得ることも可能だろう。

本書を読み通して、評者が深い感嘆の念を覚えるのは、取り上げられたパズル、ゲームに対する著者と先人の情熱と徹底した数学的探究のあり方である。娯楽数学という必ずしも実利的でない分野でも、いやだからこそ、心から湧き上がる好奇心と探究心によって取り組まれ美しく咲いた花に、我々は特別な感動を覚えるのではないだろうか?

最後に、著者自身による読者へのメッセージをもって、本書評を終わりとしたい。

“娯楽数学は知的好奇心を満足させる、人類の得た最大の娯楽の1つである。数学者達がみつけ、育ててきた娯楽数学の花園で共に楽しもうではありませんか”
(松浦昭洋)